

UNIVERSITÀ DI PISA



Facoltà di Ingegneria

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'ENERGIA,  
DEI SISTEMI, DEL TERRITORIO E DELLE COSTRUZIONI

## **MODELLAZIONE NUMERICA E SIMULAZIONE DI UN COMPRESSORE A DOPPIA VITE A SECCO**

Relatore

Prof. Umberto Desideri

Candidato

Ferruccio Rossi



Anno Accademico 2015/2016

Albert Einstein diceva:

La cosa importante è non  
smettere mai di domandare. La  
curiosità ha il suo motivo di  
esistere. Non si può far altro che  
restare stupiti quando si  
contemplano i misteri  
dell'eternità, della vita, della  
struttura meravigliosa della realtà.

E' sufficiente se si cerca di  
comprendere soltanto un poco di  
questo mistero tutti i giorni. Non  
perdere mai una sacra curiosità.

Dedico questa tesi ai miei genitori,  
al mio stupendo ed insostituibile fratello Lorenzo ed  
a Elisa, a cui devo il raggiungimento di questo importante traguardo e non solo.



# Sommario

Il compressore a doppia vite è una macchina volumetrica rotativa impiegata nella compressione dei gas fino a moderate pressioni. Comprende una coppia di rotori accoppiati tra loro e controrotanti, sui quali sono presenti delle scanalature elicoidali. Un involucro avvolge le due viti con tolleranze molto strette. Esistono compressori a doppia vite funzionanti a secco, cioè senza lubrificazione interna, ma anche con iniezione di fluidi durante la fase di compressione, come per esempio l'acqua o l'olio.

La rapida accettazione dei compressori a vite in varie industrie nel corso degli ultimi trent'anni è dovuta alla loro relativamente elevata velocità di rotazione, che li rende compatti rispetto agli altri tipi di macchine volumetriche. Inoltre la capacità di mantenere elevati rendimenti in un ampio intervallo di pressioni di esercizio, oltre alla possibilità di trattare significative portate volumetriche con un'ottima affidabilità ed una lunga vita operativa li rendono competitivi nello scenario industriale.

In questo lavoro di tesi è stato sviluppato un modello numerico a parametri concentrati, mediante l'utilizzo del codice numerico AMESim® per simulare un compressore a doppia vite a secco. Dopo un'indagine bibliografica, condotta per analizzare lo stato dell'arte della modellazione di questa macchina, sono state introdotte le equazioni del modello matematico generale, per comprendere i fattori che influenzano il funzionamento di questi compressori tra cui la possibile iniezione di olio.

Sono stati descritti i tre principali metodi di generazione dei profili dei rotori che sono stati riprodotti tramite modellazione solida, mediante l'utilizzo del software Solidworks®, al fine di ricavare l'effettiva legge di variazione del volume della camera, in quanto la trattazione analitica è risultata difficoltosa. Come risultato sono stati identificati gli andamenti delle aree dei corrispondenti trafilamenti in funzione dell'angolo di rotazione del rotore maschio che, inseriti in un'apposita tabella, sono stati forniti al modello numerico.

Il modello a parametri concentrati si basa su un algoritmo che inizialmente simula la condizione iniziale di partenza con le scanalature prive di aria per ottenere il raggiungimento del funzionamento in condizioni stazionarie. In quest'ultima condizione sono stati ricavati gli andamenti di pressione, temperatura e di tutti i flussi di massa per ogni camera (scanalatura). Il modello numerico prevede la simulazione, simultanea, di cinque scanalature (simulate con dieci camere), le quali rappresentano l'alternarsi continuo delle fasi di aspirazione, compressione e scarico del gas. Sono inoltre stati ricavati il ciclo ideale ed il ciclo reale del compressore ed il suo rendimento volumetrico in differenti situazioni di funzionamento e sotto parametri geometrici differenti. I risultati ottenuti dal modello numerico sono stati confrontati con quelli ricavati da prove sperimentali presenti su articoli in letteratura, mostrandosi in accordo. In tal modo, si può affermare che il modello ricavato durante questa attività possa ritenersi validato, anche se lo studio è ancora in una fase preliminare.

# Abstract

The twin-screw compressor is a positive displacement machine used to compress gases until moderate pressures. It comprises a pair of rotors, which rotate in opposite direction, with helical grooves on them. A casing contains two screws with narrow tolerances. There are twin-screw compressor operating without injection, namely without internal lubrication, but also with fluid injection during the compression phase, as for example water or oil.

The rapid acceptance of screw compressors in various industries over the past thirty years is due to their relatively high rotation speed, which makes them compact compared to other types of positive displacement machine. Furthermore, the ability to maintain high efficiency over a wide range of operating pressures in addition to the possibility of treating significant volumetric flow rates, with an excellent reliability and very long operational life, make them competitive in the industrial scenario.

In this thesis has been developed a numerical model with lumped parameters, through the use of the numeric code AMESim®, to simulate a dry twin-screw compressor. After a bibliographic survey, conducted to analyze the status of the art of the modeling of this machine, have been introduced the equations of the general mathematical model, to understand the factors that influence the operation of these compressors including the possible oil injection.

The three main methods of generating the profiles of the rotors have been described, which have been reproduced through solid modeling, through the use of Solidworks® software, in order to derive the actual law of variation of the volume of the chamber, in that the treatment analytical was difficult. As a result, the changes of the areas of the corresponding leakages as a function of the male rotor rotation have been identified, and inserted in a table, then supplied to the numerical model.

The lumped parameters model is based on an algorithm that simulates the initial condition to start with the grooves devoid of air to obtain the achievement of the operation in stationary conditions. In the former condition, the pressure changes, temperature and all mass flows were taken for each chamber (groove). The numerical model requires the simulation, simultaneous, of five grooves (simulated with ten chambers), which represent the continuous alternation of phases of intake, compression and discharge of the gas. Have also been obtained the ideal cycle and the real cycle of the compressor and its volumetric efficiency at different operating situations and under different geometric parameters. The results obtained with the numerical model have been compared with those obtained by experimental tests present on articles in literature, have shown similar results. Thereby, it can be affirmed that the model obtained during this activity can be considered valid, although the study is still at a preliminary phase.

## ELENCO DELLE FIGURE

<b>Figura 1</b> Classificazione dei compressori [1].....	17
<b>Figura 2</b> Sezione e schema di un compressore centrifugo monostadio [2].....	19
<b>Figura 3</b> Particolare di un palettamento rotorico di un compressore assiale [2]. ....	19
<b>Figura 4</b> Rappresentazione schematica di un compressore a vite a singolo rotore. ....	23
<b>Figura 5</b> Compressore rotativo a palette [3].....	24
<b>Figura 6</b> Compressore rotativo ad anello liquido [3]. ....	25
<b>Figura 7</b> Principio di funzionamento di un compressore rotativo scroll [3].....	25
<b>Figura 8</b> Compressore rotativo a lobi refrigerato ad aria utilizzato per la sovralimentazione dei motori alternativi a combustione interna [3].....	27
<b>Figura 9</b> Compressore a doppia vite durante il funzionamento.....	28
<b>Figura 10</b> Principio di funzionamento di un compressore rotativo a doppia vite. ....	28
<b>Figura 11</b> Vista dall'alto di un compressore a doppia vite del tipo <i>oil free</i> munito di ingranaggi sincronizzatori [3]. ....	30
<b>Figura 12</b> Compressore a doppia vite del tipo <i>oil flooded</i> [3]. ....	31
<b>Figura 13</b> Iniezione dell'olio sulla superficie del rotore.....	32
<b>Figura 14</b> Vista isometrica e spaccato di un compressore a doppia vite [6]. ....	33
<b>Figura 15</b> Effetto della parzializzazione del carico sulla potenza assorbita dal compressore. ....	34
<b>Figura 16</b> Differenti viste dell'ingranamento dei rotori e casing [7]. ....	36
<b>Figura 17</b> Illustrazione dei principali tipi di profili usati per i rotori [1].....	38
<b>Figura 18</b> Luce di scarico assiale praticata nel casing (a sinistra) e raffigurazione schematica (a destra) [8]. ....	39
<b>Figura 19</b> Area effettiva di passaggio attraverso la luce di scarico per due valori dell'angolo del rotore maschio [8]. ....	40
<b>Figura 20</b> Diagramma p-V per compressori alternativi e compressori a vite. ....	41
<b>Figura 21</b> Diagramma p-Theta per un compressore a doppia vite. ....	42
<b>Figura 22</b> Esempio di sovra compressione [10].....	43
<b>Figura 23</b> Esempio di sotto compressione [10]. ....	44
<b>Figura 24</b> Variazione della flessione del rotore femmina con il rapporto L/D [24].....	54
<b>Figura 25</b> Diagramma di flusso del programma al computer per generare il profilo della vite [30].....	56
<b>Figura 26</b> Schermata principale del pacchetto software SCCAD.....	59
<b>Figura 27</b> Disegni di profili ottimizzati di un compressore a doppia vite [28].....	59
<b>Figura 28</b> Profili di rotore ottimizzati per compressori a secco e ad iniezione di olio per applicazioni di refrigerazione e compressione di aria [44].....	60
<b>Figura 29</b> Variazione dei carichi sui cuscinetti al variare dell'angolo di rotazione del rotore maschio [51].....	62
<b>Figura 30</b> Variazione del massimo carico sui cuscinetti con la capacità volumetrica [51]. ....	63
<b>Figura 31</b> Una coppia di ingranaggi cilindrici e le loro circonferenze primitive.....	78

## Elenco delle figure e delle tabelle

<b>Figura 32</b> Circonferenze primitive e sistemi di coordinate. ....	79
<b>Figura 33</b> Sistema di coordinate per il metodo della cremagliera per generare il rotore maschio. ....	82
<b>Figura 34</b> Sistema di coordinate per il metodo della cremagliera per generare il rotore femmina. ....	84
<b>Figura 35</b> Sistema di coordinate per il metodo della cremagliera. ....	85
<b>Figura 36</b> Sistema di coordinate per generare le superfici dei rotori. ....	88
<b>Figura 37</b> Proiezione della linea di tenuta tra i rotori (a) sul rotore (b) sul piano x-y. ....	90
<b>Figura 38</b> Blowhole e sua collocazione nella geometria del compressore. ....	93
<b>Figura 39</b> Immagine tridimensionale creata in Solidworks® dell'accoppiamento tra il rotore maschio (in blu) ed il rotore femmina (in rosso) e dell'housing (in oro). ....	94
<b>Figura 40</b> Nel cerchio la zona interessata dal blowhole, mentre in verde la linea d'azione... 95	
<b>Figura 41</b> Calcolo dell'area del blowhole. ....	95
<b>Figura 42</b> (a) Fase di aspirazione (b) Fase di compressione (c) Fase di scarico [125]. ....	100
<b>Figura 43</b> Meccanismo di funzionamento del compressore a doppia vite [126]; (a) Fine della fase di aspirazione (b) Processo di compressione [(i) intrappolamento & (ii) riduzione del volume] (c) Fase di scarico. ....	101
<b>Figura 44</b> Tipica vista dal lato compressione di due rotori a vite con la prima camera chiusa svolta nella sua lunghezza [127]. ....	102
<b>Figura 45</b> Progressione del volume intrappolato in una camera durante la rotazione (processo di compressione) [127]. ....	104
<b>Figura 46</b> Panoramica dei differenti tipi di trafilamenti attraverso i gaps in un compressore a doppia vite [128]. ....	107
<b>Figura 47</b> Definizione della geometria per le perdite triangolari: leakage blowholes [129].	108
<b>Figura 48</b> (a) Volume di fluido durante la fase di scarico, (b) Blowhole, dove l'asse zeta è l'asse longitudinale del compressore [130]. ....	108
<b>Figura 49</b> Modello dei flussi attraverso i giochi (clearance gap) in un compressore a doppia vite. ....	109
<b>Figura 50</b> Differenti trafilamenti durante il processo di compressione [68]. ....	111
<b>Figura 51</b> Proiezione dell'area della scanalatura del rotore maschio sul piano y-z [68]. ....	111
<b>Figura 52</b> Cambiamento della lunghezza della curva di tenuta con la rotazione del rotore maschio [68]. ....	112
<b>Figura 53</b> Percorsi dei trafilamenti di una cavità chiusa [112]. ....	113
<b>Figura 54</b> Diagramma schematico dei percorsi dei trafilamenti in un compressore a doppia vite [112]. ....	115
<b>Figura 55</b> Riduzione delle efficienze: trafilamenti riferiti con il caso ideale di zero trafilamenti, suddivisi per i vari percorsi (velocità di rotazione 3500 giri/min; temperatura di evaporazione: 253.15 K [112]. ....	116
<b>Figura 56</b> Modello della camera di lavoro di un compressore a doppia vite con iniezione di olio alla fine del processo di aspirazione [67]. ....	127

## Elenco delle figure e delle tabelle

<b>Figura 57</b> Relazione sperimentale tra il numero di Nusselt ed il numero di Reynolds rotazionale [67].....	130
<b>Figura 58</b> Diagramma schematico per l'analisi del volume di controllo con il Primo Principio della Termodinamica per la fase gas. ....	132
<b>Figura 59</b> Diagramma schematico per l'analisi del volume di controllo con il Primo Principio della Termodinamica per la fase olio. ....	135
<b>Figura 60</b> Diagramma schematico di un compressore alternativo analogo ad un compressore a doppia vite con iniezione di olio [68]. ....	138
<b>Figura 61</b> Curva dell'efficienza volumetrica sperimentale in funzione della temperatura all'aspirazione dell'aria (le efficienze sono relative ad una temperatura all'aspirazione di 294K) [134]. ....	146
<b>Figura 62</b> Diagramma di flusso per la soluzione numerica delle equazioni. ....	154
<b>Figura 63</b> Profilo base della cremagliera e parametri di progetto [135] . ....	159
<b>Figura 64</b> Principio di generazione della trocoide della cremagliera [135]. ....	160
<b>Figura 65</b> Sistema di coordinate applicato alla generazione dei profili dei rotori e linea di tenuta (sealing line). ....	164
<b>Figura 66</b> Profilo della cremagliera. ....	168
<b>Figura 67</b> Profilo del rotore maschio. ....	169
<b>Figura 68</b> Profilo del rotore femmina. ....	169
<b>Figura 69</b> Rappresentazione 3D di un compressore a doppia vite ad iniezione di olio nelle sue componenti principali. ....	170
<b>Figura 70</b> Profili dei due rotori nella vista frontale, in blu il rotore maschio, in rosso il rotore femmina. ....	171
<b>Figura 71</b> Rotore maschio e rotore femmina accoppiati visti dal lato aspirazione. ....	172
<b>Figura 72</b> Rotore maschio e rotore femmina accoppiati visti dal lato scarico. ....	172
<b>Figura 73</b> Rotore maschio e rotore femmina accoppiati ed inseriti nell'housing del compressore. ....	173
<b>Figura 74</b> Singola camera di lavoro durante la fase di compressione. ....	174
<b>Figura 75</b> Volume della camera di lavoro in avanzato stadio di compressione. ....	175
<b>Figura 76</b> Volume massimo di una singola camera di lavoro, corrispondente a circa 300 $cm^3$ . ....	175
<b>Figura 77</b> La stessa camera di lavoro si trova in due fasi del ciclo differenti, una sta aspirando mentre l'altra sta comprimendo, le quali interagiscono attraverso il gioco tra i rotori (interlobe sealing line). ....	176
<b>Figura 78</b> La stessa camera di lavoro si trova in due fasi del ciclo differenti, una sta aspirando mentre l'altra sta comprimendo, le quali non interagiscono tra loro per via dell'assenza del gioco tra i rotori. ....	177
<b>Figura 79</b> Andamento del volume di una camera di lavoro. ....	178
<b>Figura 80</b> Linea istantanea di tenuta tra i rotori vista nello spazio tridimensionale (i differenti colori si riferiscono ai vari tratti che la compongono). ....	179



## Elenco delle figure e delle tabelle

<b>Figura 81</b> Linea istantanea di tenuta tra i rotori vista nel piano X-Y. In tale piano, prende il nome di “linea d’azione o di contatto”. (i differenti colori si riferiscono ai vari tratti che la compongono). .....	180
<b>Figura 82</b> Linea istantanea di tenuta tra i rotori vista nel piano Y-Z. ....	180
<b>Figura 83</b> Linea istantanea di tenuta tra i rotori vista nel piano Z-X. ....	181
<b>Figura 84</b> Linea istantanea di tenuta tra i rotori vista sul modello CAD 3D. ....	181
<b>Figura 85</b> Variazione indicativa della legge di volume di una camera di lavoro al variare dell’angolo di avvolgimento $\varphi_M$ in funzione dell’angolo di rotazione $\alpha_M$ del rotore maschio [68]. ....	182
<b>Figura 86</b> Legge di variazione dell’area dei blowholes (massima area $1\text{ mm}^2$ ) con l’angolo di rotazione del rotore maschio. ....	182
<b>Figura 87</b> Cambiamento indicativo nell’andamento dell’area dei blowholes in seguito all’adozione di un diverso angolo di avvolgimento $\varnothing_M$ , al variare dell’angolo di rotazione del rotore maschio $\alpha_M$ [68]. ....	183
<b>Figura 88</b> Andamento della linea di tenuta tra i rotori (interlobe sealing line). ....	183
<b>Figura 89</b> Andamento indicativo della lunghezza della linea di tenuta tra i rotori al variare dell’angolo di avvolgimento $\varnothing_M$ , in funzione dell’angolo di rotazione del rotore maschio $\alpha_M$ [68]. ....	184
<b>Figura 90</b> Andamento della linea di tenuta della punta dei rotori maschio e femmina, in funzione dell’angolo di rotazione del rotore maschio. ....	184
<b>Figura 91</b> Finestra per la scelta ed il settaggio del modello per il componente pneumatico: tubo con inerzia. ....	187
<b>Figura 92</b> Schema logico semplificato di una generica simulazione in AMESim®. ....	188
<b>Figura 93</b> Parte dello schema reale sviluppato in AMESim® per simulare il funzionamento del compressore (sono visibili le dieci camere). ....	189
<b>Figura 94</b> Zoom su tre delle dieci camere presenti nello schema reale di una simulazione in AMESim®. ....	190
<b>Figura 95</b> Rappresentazione del volume totale del gas all’interno delle scanalature dei due rotori accoppiati tra loro .....	192
<b>Figura 96</b> Portata massica totale consegnata (dalle 5 camere) VS rapporto delle pressioni a differente numero di giri del compressore (2000-4000-6000 [giri/min]). ....	193
<b>Figura 97</b> Rendimenti volumetrici del compressore al variare dell’anticipo di apertura della luce di scarico per diversi numeri di giri della macchina, al raggiungimento delle condizioni di funzionamento in regime stazionario. ....	195
<b>Figura 98</b> Ciclo ideale e reale del compressore sul diagramma p-V. ....	196
<b>Figura 99</b> Andamento della pressione del gas per apertura della luce di scarico a 622 gradi di angolo rotore maschio e ambiente di scarico a 7 [barA], a 4000 giri/min. ....	196
<b>Figura 100</b> Andamento della pressione del gas tratta dal seguente articolo [144]. ....	197
<b>Figura 101</b> Andamento della temperatura del gas per apertura della luce di scarico a 622 gradi di angolo rotore maschio e temperatura ambiente di 293.15 [K], a 4000 giri/min. ...	197



## Elenco delle figure e delle tabelle

<b>Figura 102</b> Andamento della temperatura del gas, in tratteggio nel caso di rotori non raffreddati. Le altre due curve lineari rappresentano la distribuzione di temperatura dei rotori con e senza raffreddamento (linea tratteggiata) [145].....	198
<b>Figura 103</b> Effetto dell'area dei blowholes sull'andamento della pressione durante la compressione sul diagramma p-V. In verde il caso isoentropico, mentre in blu, rosso e nero corrispondono le aree di $2 \text{ mm}^2$ , $4 \text{ mm}^2$ , e $6 \text{ mm}^2$ , , rispettivamente. Velocità di rotazione 4000 [giri/min].....	198
<b>Figura 104</b> Effetto dell'area dei blowholes sul profilo di pressione sul diagramma p-V. Tratto da [68]. .....	199
<b>Figura 105</b> Rendimento volumetrico del compressore per diversi valori delle aree dei blowholes e per differenti regimi di rotazione della macchina. ....	199
<b>Figura 106</b> Effetto dell'area dei blowholes sulle prestazioni. In particolare sul rendimento volumetrico, $\eta_V$ , del compressore. Tratto da [68]. .....	200
<b>Figura 107</b> Andamento dei volumi delle cinque scanalature (massimo valore raggiunto $300 \text{ cm}^3$ ), i quali sono sfasati di 72 gradi di angolo di rotore maschio. ....	200
<b>Figura 108</b> Andamento della massa di gas [g] all'interno di una scanalatura.....	201
<b>Figura 109</b> Portata massica [g/s] dei trafilamenti attraverso il gioco tra i rotori. ....	201
<b>Figura 110</b> Portata massica [g/s] dei trafilamenti attraverso i blowholes.....	201
<b>Figura 111</b> Portata massica [g/s] dei trafilamenti attraverso la punta dei rotori e l'housing. ....	202
<b>Figura 112</b> Portata massica [g/s] dei trafilamenti attraverso il piatto di scarico.....	202
<b>Figura 113</b> Portata massica [g/s] del gas attraverso la luce di scarico (in rosso) e di aspirazione (in blu). Il segno negativo è dovuto ad una scelta di rappresentazione. ....	202
<b>Figura 114</b> Legge del segnale di controllo valvola (da moltiplicare per il valore massimo dell'area della luce) per lo scarico (in verde) e per l'aspirazione (in rosso). Tale andamento è giustificato in [15]. ....	203
<b>Figura 115</b> Grafico dei i rendimenti per diverse temperature ambiente.....	203

## ELENCO DELLE TABELLE

<b>Tabella 1</b> Risultati del calcolo di ottimizzazione per compressori a secco ed a iniezione di olio, per applicazioni di refrigerazione e compressione dell'aria [44]. .....	60
<b>Tabella 2</b> Classificazione dell'intensità dei trafilamenti- dal più grande al più piccolo (in termini di rilevanza) [112]. .....	116
<b>Tabella 3</b> Specifiche dei rotori del compressore. ....	149
<b>Tabella 4</b> Giochi e lunghezza della linea di tenuta ottenuta analiticamente. ....	150
<b>Tabella 5</b> Coefficienti di efflusso nei diversi percorsi di trafilamento. ....	150
<b>Tabella 6</b> Costanti di input. ....	150
<b>Tabella 7</b> Variabili di input che devono essere calcolate. ....	151
<b>Tabella 8</b> Variabili operative. ....	151
<b>Tabella 9</b> Principali parametri di output. ....	151
<b>Tabella 10</b> Dati di input per il progetto dei rotori del compressore a doppia vite. ....	161
<b>Tabella 11</b> Equazioni esplicite per i vari segmenti della cremagliera [135]. ....	162
<b>Tabella 12</b> Riassunto di tutti i parametri della cremagliera. ....	164
<b>Tabella 13</b> Rendimenti volumetrici del compressore per differenti aperture della luce di scarico e per diversi valori del numero di giri della macchina, al raggiungimento della condizione di funzionamento stazionario. ....	194

# INDICE

## Capitolo 1

<b>INTRODUZIONE</b>	<b>15</b>
<b>1.1 CLASSIFICAZIONE DEI COMPRESSORI</b>	<b>16</b>
<b>1.1.1 SPECIFICHE COMPRESSORE</b>	<b>17</b>
<b>1.2 COMPRESSORI DINAMICI</b>	<b>18</b>
(a) <b>1.2.1 COMPRESSORE CENTRIFUGO</b>	<b>18</b>
(b) <b>1.2.2 COMPRESSORE ASSIALE</b>	<b>19</b>
(c) <b>1.2.3 COMPRESSORE A FLUSSO MISTO</b>	<b>20</b>
<b>1.3 COMPRESSORI VOLUMETRICI</b>	<b>20</b>
(a) <b>1.3.1 COMPRESSORI ALTERNATIVI</b>	<b>20</b>
(b) <b>1.3.2 COMPRESSORI ROTATIVI</b>	<b>21</b>
<b>1.3.2 COMPRESSORI A SINGOLO ROTORE</b>	<b>22</b>
<b>1.3.3 COMPRESSORI A DOPPIO ROTORE</b>	<b>26</b>
<b>1.4 APPLICAZIONI E VANTAGGI DEI COMPRESSORI A DOPPIA VITE</b>	<b>33</b>
<b>1.4.1 Vantaggi</b>	<b>33</b>
<b>1.4.2 Svantaggi</b>	<b>34</b>
<b>1.4.3 Applicazioni</b>	<b>35</b>
<b>1.4.4 Materiali</b>	<b>35</b>
<b>1.5 GEOMETRIA DEL COMPRESSORE A VITE</b>	<b>35</b>
<b>1.6 PARAMETRI DI PROGETTO</b>	<b>40</b>
<b>1.6.1 Ciclo di funzionamento</b>	<b>41</b>
<b>1.6.2 Rapporto interno del volume (built-in volume ratio) e rapporto interno della pressione (built-in pressure ratio)</b>	<b>42</b>
<b>1.6.3 Massima pressione in ingresso all'aspirazione</b>	<b>45</b>
<b>1.6.4 Considerazioni sull'iniezione dell'olio</b>	<b>45</b>
<b>1.6.5 Velocità periferica del rotore (tip speed)</b>	<b>45</b>
<b>1.6.6 Numero di lobi e dimensione del compressore</b>	<b>46</b>
<b>1.6.7 Numero di lobi e rigidità del rotore</b>	<b>46</b>
<b>1.6.8 Numero di lobi e velocità sulla luce di scarico</b>	<b>46</b>
<b>1.6.9 Combinazione tra i lobi dei rotori</b>	<b>46</b>
<b>1.6.10 Angolo di avvolgimento (wrap angle)</b>	<b>46</b>

1.6.11 Rapporto lunghezza/diametro rotore (L/D ratio) .....	47
1.6.12 Anticipo sull'apertura della luce di scarico .....	47
1.6.13 Profili simmetrici ed asimmetrici.....	47
1.7 PARAMETRI DI PRESTAZIONE .....	48

## Capitolo 2

REVISIONE DELLA LETTERATURA.....	50
2.1 PROGETTAZIONE DEL COMPRESSORE .....	52
2.1.1 Parametri geometrici.....	53
2.1.2 Generazione del profilo del rotore .....	54
2.1.3 Ottimizzazione del progetto .....	58
2.1.4 Forze sui rotori.....	61
2.2.1 Previsione delle prestazioni.....	65
2.2.2 Analisi termica .....	66
2.2.3 Iniezione di olio e trasmissione del calore .....	67
2.2.4 Flussi e trafilementi .....	70

## Capitolo 3

ANALISI DELLA GEOMETRIA DI UN COMPRESSORE A DOPPIA VITE .....	75
3.1 PARAMETRI GEOMETRICI DI UN COMPRESSORE A DOPPIA VITE .....	76
3.2 METODI CONVENZIONALI PER LA GENERAZIONE DEL PROFILO DEL ROTORE .....	77
3.2.1 METODO DELLA GENERAZIONE DEL PROFILO .....	79
3.2.2 METODO DI GENERAZIONE DEL PROFILO CON LA CREMAGLIERA .....	82
3.2.3 METODO DEL PERCORSO DI CONTATTO .....	85
3.3 SUPERFICIE DEL ROTORE IN TRE DIMENSIONI .....	87
3.4 CURVA DI TENUTA TRA I ROTORI (INTERLOBE SEALING LINE) .....	89
3.5 VOLUME DELLA CAMERA.....	91
3.6 BLOWHOLE.....	93
3.7 CONCLUSIONI.....	97

## Capitolo 4

<b>ANALISI MATEMATICA DEI TRAFILAMENTI E DELLE FASI TERMODINAMICHE .....</b>	<b>98</b>
<b>4.1 PRINCIPI DI FUNZIONAMENTO .....</b>	<b>100</b>
4.1.1 Calcolo del tempo del ciclo termodinamico .....	103
<b>4.2 PERDITE PER TRAFILAMENTO .....</b>	<b>105</b>
4.2.1 Trafilamenti dalla linea di tenuta tra i rotori (interlobe clearance).....	106
4.2.3 Trafilamenti attraverso i blowholes .....	108
4.2.4 Trafilamenti attraverso i giochi con il piatto di scarico (discharge end clearance) .....	109
4.2.5 Trafilamenti attraverso i giochi tra la punta del rotore e l'housing (rotor tip-housing clearance).....	110
4.2.6 Approfondimento sui percorsi seguiti dai trafilamenti.....	112
4.2.7 Calcolo dei trafilamenti .....	117
4.2.8 Trafilamenti di gas dentro la cavità (gas leakage into the cavity) .....	120
4.2.9 Trafilamenti di gas fuori la cavità (gas leakage out of the cavity) .....	121
4.2.10 Trafilamenti di olio dentro la cavità (oil leakage into the cavity) .....	122
4.2.11 Trafilamenti di olio fuori la cavità (oil leakage out of the cavity) .....	122
<b>4.3 PROCESSO DI ASPIRAZIONE .....</b>	<b>123</b>
4.3.1 Trasferimento del calore tra il gas e l'olio .....	126
<b>4.4 PROCESSO DI COMPRESSIONE E SCARICO .....</b>	<b>130</b>
<b>4.5 VALUTAZIONE DELLE PRESTAZIONI .....</b>	<b>137</b>
4.5.1 Efficienza volumetrica .....	138
4.5.2 Efficienza adiabatica .....	140
4.5.3 Efficienza globale di sistema.....	141

## Capitolo 5

<b>MODELLO NUMERICO DEL COMPRESSORE.....</b>	<b>143</b>
<b>5.3 PARAMETRI DI INPUT ED OUTPUT .....</b>	<b>149</b>
<b>5.4 SOLUZIONE DELLE EQUAZIONI CHE SORREGGONO IL MODELLO NEL CASO DI IMPLEMENTAZIONE IN MATLAB® .....</b>	<b>152</b>

## Capitolo 6

DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA DEL COMPRESSORE.....	156
6.1 MODELLO MATEMATICO UTILIZZATO PER LA GENERAZIONE DEI PROFILI DEI ROTORI	158
6.2 GENERAZIONE DEI PROFILI DEI ROTORI .....	163
6.3 CALCOLO DELLA LINEA DI TENUTA TRA I ROTORI (INTERLOBE SEALING LINE) .....	167
6.4 GENERAZIONE DEI PROFILI DEI ROTORI CON MATLAB® .....	168
6.5 GEOMETRIA DEI ROTORI IN SOLIDWORKS® .....	170
6.6 CURVA DI VOLUME E CONSIDERAZIONI SU ALTRE CURVE CARATTERISTICHE DEL COMPRESSORE .....	173

## Capitolo 7

IL SOFTWARE AMESIM® ED I RISULTATI DELLE SIMULAZIONI .....	185
7.1 IL SOFTWARE AMESIM® .....	186
7.2 SCHEMA DEL PROGRAMMA SVILUPPATO IN AMESIM® PER LA SIMULAZIONE DEL COMPRESSORE .....	186
7.3 RISULTATI DELLE SIMULAZIONI .....	191

## Capitolo 8

CONSIDERAZIONI FINALI .....	204
-----------------------------	-----

## Capitolo 9

RINGRAZIAMENTI .....	205
BIBLIOGRAFIA .....	206

# Capitolo 1

## INTRODUZIONE

*C'è una forza motrice più potente  
del vapore, dell'elettricità e  
dell'energia atomica: la volontà.*

*Albert Einstein*



Classificazione dei compressori

Applicazioni e vantaggi dei compressori a doppia vite

Geometria del compressore a vite

Parametri di progetto

Parametri di prestazione



## Capitolo 1. Introduzione

I compressori, i ventilatori, le soffianti e le pompe sono macchine operatrici, in cui l'energia del fluido viene incrementata nell'attraversamento della macchina stessa, ad opera del lavoro meccanico fornito da un motore primo e la suddivisione tra queste categorie viene compiuta sulla base del tipo di fluido convogliato e del rapporto di compressione sviluppato. A sua volta, una seconda suddivisione può essere compiuta sulla modalità di scambio di lavoro tra fluido ed organi mobili della macchina. Nel caso in cui tale scambio di lavoro avvenga ad opera di variazioni di pressione indotte dalla variazione della velocità del fluido oppure dalla variazione di volume di una camera chiusa, le macchine possono essere divise in dinamiche e volumetriche.

Possiamo semplificare dicendo che i compressori sono dei dispositivi meccanici utilizzati per aumentare la pressione del fluido attraverso la riduzione del volume (come nel caso delle macchine volumetriche) o impartendo ad esso un'elevata energia cinetica la quale è convertita in pressione in un diffusore (come nel caso delle macchine dinamiche). La classificazione e l'uso dei compressori è descritta nella sezione successiva.

La scelta dei compressori per le differenti applicazioni è una questione cruciale nell'industria di processo. Di solito sono l'elemento più costoso dell'apparecchiatura ed hanno un'influenza dominante nell'efficienza del ciclo. I principali tipi di compressori usati nell'industria sono quelli alternativi, a doppia vite (twin-screw compressors), singola vite, centrifughi, scroll ed a vani rotanti. I costruttori di compressori sono abituati ad avere un grande potenziale di mercato. Probabilmente tutti i tipi di compressori possono essere migliorati rispetto a ciò che è disponibile oggi sul mercato; ma il ritorno potenziale deve giustificare la spesa di ricerca e sviluppo per raggiungere il miglioramento.

Il compressore a doppia vite è popolare e costituisce una sostanziale percentuale di tutti i compressori volumetrici venduti ed attualmente in funzione. La loro rapida accettazione negli ultimi quarant'anni è dovuta alla loro relativamente alta velocità di rotazione confrontata con gli altri tipi di compressori volumetrici che li rende compatti, inoltre hanno una buona capacità di mantenere alte efficienze su un ampio range di pressioni di esercizio e portate, inoltre hanno una lunga durata ed alta affidabilità.

### 1.1 CLASSIFICAZIONE DEI COMPRESSORI

In linea generale i compressori possono essere suddivisi in due grandi famiglie, quelli di tipo volumetrico e quelli di tipo dinamico. I dettagli della classificazione dei compressori sono mostrati in Figura 1. Il secondo principio della dinamica è utilizzato nei compressori dinamici multipala. Questi sono ulteriormente suddivisi in due tipologie: a flusso radiale (centrifughi) e flusso assiale. Nei compressori assiali, la velocità del fluido può essere supersonica ed essa viene poi convertita in prevalenza attraverso i diffusori. Per quanto riguarda i compressori volumetrici, essi sono ulteriormente suddivisi in compressori a pistone nei quali il volume del gas cambia a causa dell'azione di uno o più pistoni che si

muovono alternativamente ed in modo coassiale nel rispettivo cilindro o in compressori a membrana nei quali la variazione del volume sono dovute alla flessione di una membrana elastica. Nei compressori volumetrici rotativi, la compressione è prodotta come il risultato della riduzione del volume racchiuso da elementi rotanti, come per esempio le superfici ad elica delle viti di un compressore a doppia vite.

### 1.1.1 SPECIFICHE COMPRESSORE

La maggior parte dei compressori vengono specificati con i seguenti parametri:

- Capacità di portata massica;
- Pressione all'aspirazione;
- Pressione operativa allo scarico;
- Temperatura all'aspirazione;
- Velocità.

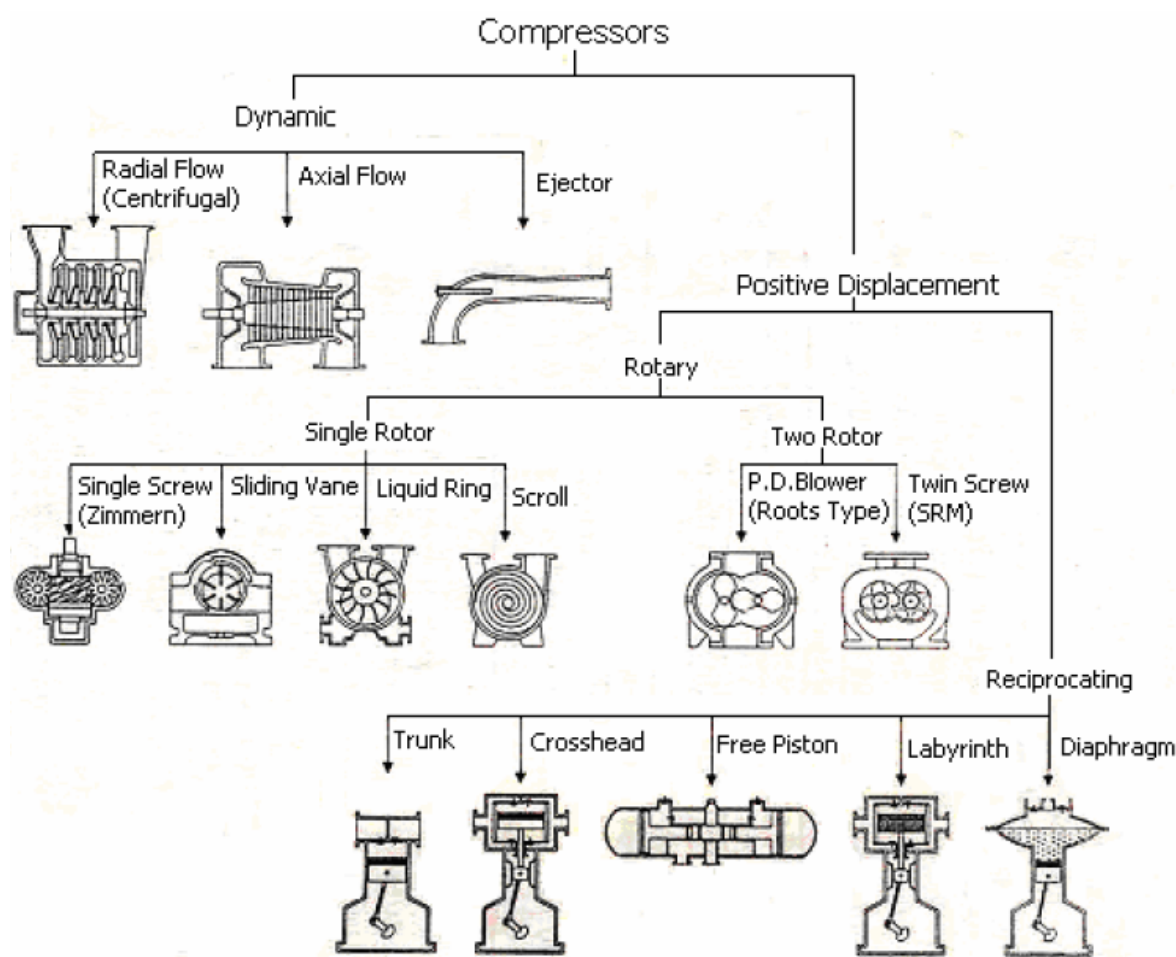


Figura 1 Classificazione dei compressori [1].

### 1.2 COMPRESSORI DINAMICI

I compressori dinamici sono suddivisi in compressori a flusso radiale ed a flusso assiale.

#### (a) 1.2.1 COMPRESSORE CENTRIFUGO

I compressori centrifughi sono macchine di semplice costruzione e di più facile controllo rispetto ai compressori assiali. Infatti, mentre in questi ultimi l'esigenza di far subire al fluido deviazioni sufficientemente elevate senza provocare distacchi di vena dalle palettature comporta la soluzione di difficili problemi aerodinamici, nei compressori radiali l'azione del campo centrifugo permette una notevole compressione del fluido con minori difficoltà, dal momento che la stessa presenza del campo centrifugo rende più stabile l'andamento del rapporto di compressione nei confronti della variazione di portata. In analogia con i compressori assiali, i centrifughi operano a velocità di rotazione elevate, ma presentano caratteristiche diverse. In generale, per i compressori centrifughi, si può affermare che:

- Possono essere accoppiati direttamente con turbine a gas;
- Risultano compatti e di peso ridotto;
- Realizzano portate più ridotte degli assiali, ma prevalenze maggiori.

I compressori centrifughi, Figura 2, possono trattare fluidi che abbiano in sospensione particelle solide senza subire logorio delle parti meccaniche in quanto i giochi fra le parti sono relativamente grandi. Il limite sulla velocità periferica è dettato da problemi di resistenza meccanica da una parte e da problemi fluidodinamici dall'altra, infatti, occorre evitare numeri di Mach (rapporto tra la velocità del fluido e la velocità del suono nelle condizioni locali) di 0.8. Se sono richieste alte prevalenze si impone la suddivisione della compressione in più stadi con eventualmente l'aggiunta della refrigerazione fra stadio e stadio per ridurre il lavoro di compressione. I problemi di resistenza dei materiali comportano limitazioni al massimo rapporto di compressione ottenibile per stadio; tuttavia, si ottengono rapporti di compressione fino a 4:1 utilizzando, per la girante, leghe di alluminio. Compressori dotati di girante realizzata in leghe di titanio, grazie alle maggiori velocità periferiche realizzabili, permettono rapporti di compressione fino a 8:1 in un solo stadio. In questi compressori il fluido entra nella girante assialmente in prossimità dell'albero e viene trascinato in rotazione ad elevata velocità dai vani della girante. L'accelerazione centrifuga imprime al fluido un gradiente di pressione, così che la pressione statica del fluido aumenta dall'ingresso all'uscita della girante. Normalmente i compressori centrifughi vengono progettati in modo che circa metà salto di pressione statica venga conferito nella girante e metà nel diffusore. L'attrito tra i canali del diffusore ed il fluido provoca una perdita di energia meccanica posseduta dal fluido. Conviene impiegare il diffusore palettato quando il compressore opera a velocità di rotazione costante, in quanto si ottiene un aumento del rendimento. Qualora, invece, il regime di funzionamento non sia costante, l'impiego del diffusore palettato non è conveniente. I vantaggi del compressore centrifugo sono la sua robustezza ed il relativamente basso costo di fabbricazione. Gli svantaggi sono la

sua ampia superficie frontale ed il suo rapporto tra le pressioni relativamente scarso se confrontato con gli altri compressori.

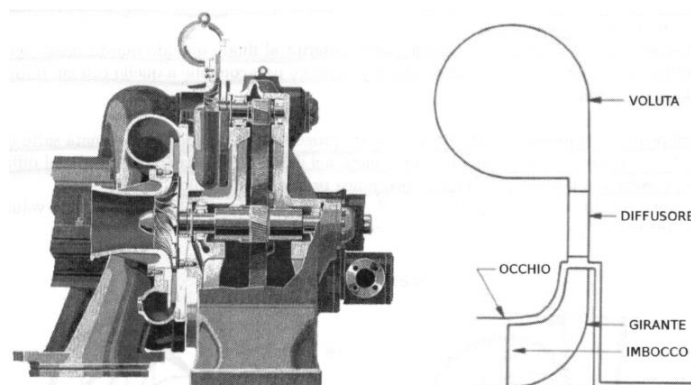


Figura 2 Sezione e schema di un compressore centrifugo monostadio [2].

### (b) 1.2.2 COMPRESSORE ASSIALE

Il compressore assiale, Figura 3, è in grado di funzionare con rendimenti superiori al compressore centrifugo, mentre quest'ultimo raggiunge un rapporto di compressione per stadio più elevato ed è utilizzato nelle applicazioni in cui il costo di acquisto della macchina gioca un ruolo più importante dell'economicità di esercizio. I compressori assiali sono costituiti da una o più serie di pale montate su di un rotore, alternate a serie di pale fisse montate sull'involucro (statore). Talvolta sono previste all'inizio una serie di pale direttrici con lo scopo di fornire al fluido, prima dell'ingresso del compressore, una determinata velocità tangenziale. Nel rotore una parte dell'energia cinetica del fluido viene trasformata in pressione mediante un processo di diffusione, grazie alla variazione della sezione dei condotti compresi tra le pale rotanti, dando così luogo ad un primo aumento della pressione statica. All'uscita del rotore, nel fluido rimane ancora dell'energia cinetica che viene convertita, almeno in parte, in energia di pressione, dando luogo ad un secondo aumento della pressione statica. Questi compressori sono adatti per grandi portate volumetriche.

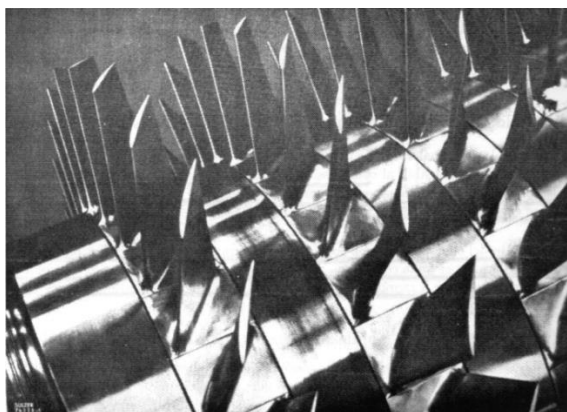


Figura 3 Particolare di un palettamento rotorico di un compressore assiale [2].

### (c) 1.2.3 COMPRESSORE A FLUSSO MISTO

I compressori a flusso misto sono di costruzione simile a quella dei compressori centrifughi. Si differenzia sul fatto che le componenti assiale e radiale sono disponibili all'esterno del rotore. Questo tipo di compressori prevede un diffusore per girare il flusso dalla direzione diagonale a quella assiale.

## 1.3 COMPRESSORI VOLUMETRICI

Nei compressori volumetrici, la compressione è realizzata mediante lo spostamento di un confine solido ed impedendo (parzialmente) al fluido delimitato da questo confine di rifluire in direzione opposta allo spostamento subito, ossia nella direzione opposta del gradiente di pressione. Sono caratterizzati dalla circostanza che l'aumento della pressione registrata nel fluido elaborato è dovuta alla progressiva e ciclica variazione del volume entro il quale viene intrappolata una massa costante del fluido stesso. Quando, grazie ad un manovellismo di spinta, uno stantuffo è mosso all'interno di un cilindro e la variazione del volume della camera che ne consegue realizza la compressione del fluido, si parla di *compressori volumetrici alternativi*; quando invece la rotazione di alcuni organi mobili alloggiati all'interno di una cassa fissa opportunamente sagomata permette lo sviluppo e la successiva riduzione, fino all'annullamento, dei volumi all'interno dei quali è intrappolato il fluido, si parla di *compressori volumetrici rotativi*.

Questi compressori possono quindi essere classificati in due grandi famiglie, quelli alternativi e quelli rotativi.

### (a) 1.3.1 COMPRESSORI ALTERNATIVI

Un compressore alternativo può essere schematizzato mediante un sistema stantuffo-cilindro munito di due valvole, una di aspirazione e l'altra di mandata. Solitamente le valvole sono di tipo automatico nel senso che vengono azionate direttamente dalla differenza di pressione tra l'interno e l'esterno del cilindro; possono però anche essere comandate in quanto l'apertura e la chiusura può essere effettuata dall'albero a gomiti del compressore mediante una catena cinematica più o meno complessa. I compressori alternativi possono essere comandati tramite un manovellismo che permette la trasformazione del moto da circolare continuo, quale è quello generalmente fornito da motori elettrici e termici, in alternativo, così come richiesto. Più raramente ricevono potenza da motrici alternative. L'introduzione del fluido nel cilindro avviene durante il movimento dello stantuffo dal punto morto superiore al punto morto inferiore, attraverso la valvola di aspirazione. Quando il pistone raggiunge il punto morto inferiore si chiude la valvola di aspirazione e nello spostamento del pistone verso il punto morto superiore il fluido immesso viene così compresso. Raggiunto il valore della pressione esistente nel ricevitore a valle, la valvola di mandata si apre automaticamente ed il fluido viene inviato all'utilizzazione.

## Capitolo 1. Introduzione

### Vantaggi

- Alta efficienza, particolarmente se nuovi o dopo revisione;
- Possibilità di ottenere elevate pressioni di scarico.

### Svantaggi

- Richiede elevata manutenzione;
- Alti costi;
- Molte parti in movimento;
- Velocità fissata;
- Crea un'atmosfera rumorosa;
- Richiede un dispositivo di smorzamento delle vibrazioni;
- L'efficienza crolla tra due revisioni.

### Applicazioni

Non ci sono regole rigide per l'applicazione dei compressori alternativi. Per range di potenza da 5 a 30 CV sono usati nel settore automobilistico per lavori tipicamente intermittenti. I compressori di più grande potenza, come per esempio quelli da 1000 CV sono impiegati nelle applicazioni riguardanti i grandi impianti industriali.

### (b) 1.3.2 COMPRESSORI ROTATIVI

Un compressore volumetrico rotativo è costituito da uno o più rotori, alloggiati in un involucro fisso o statore, disegnati in modo che la superficie esterna rotorica e quella interna statorica definiscano tra loro dei volumi di grandezza fissa o variabile durante la rotazione. Tali volumi si aprono opportunamente verso l'ambiente in corrispondenza di luci, praticate sulla cassa, per prelevare il fluido durante la fase di aspirazione e scaricarlo verso la mandata dopo il trasferimento di lavoro. La grande sicurezza di funzionamento, unitamente alle ridotte esigenze di manutenzione ottenute mediante la semplicità costruttiva di tale tipo di macchina, ha permesso di allargare grandemente e rapidamente il suo campo di impiego. Il compressore rotativo, nella sua qualità di macchina ad alta velocità, prevista per accoppiamento diretto, esente da vibrazioni, con portate all'aspirazione da  $200 \text{ m}^3/\text{h}$  a  $80000 \text{ m}^3/\text{h}$ , copre un campo di applicazioni compreso tra quello dei compressori alternativi di piccola portata da una parte, e quello dei turbocompressori dall'altra, per valori della pressione alla mandata fino a 25 bar. Si osservi però che la mancanza di valvole comporta l'inconveniente della impossibilità di adeguamento della pressione di mandata, realizzata all'interno della macchina, alle condizioni di pressione regnanti nell'ambiente di scarico. In altri termini, mentre nella macchina alternativa l'apertura e la chiusura della valvola di mandata hanno luogo soltanto in seguito al raggiungimento del valore della pressione interna al cilindro pari a quello della pressione allo scarico, adeguando in tal modo automaticamente la pressione al carico richiesto dall'utenza, in una macchina rotativa il

## Capitolo 1. Introduzione

valore della pressione è definito dalle caratteristiche geometriche dei vani per cui al variare della pressione richiesta dal circuito a valle, il fluido elaborato deve, all'uscita della macchina, espandersi o comprimersi istantaneamente a volume costante con conseguenti inevitabili irreversibilità.

### Vantaggi

- Accoppiamento diretto data l'elevata velocità di rotazione;
- Ridotte esigenze di spazio;
- Ridotto peso;
- Funzionamento esente da vibrazioni;
- Ridotto rumore di esercizio;
- Ridotta manutenzione;
- Spazio morto trascurabile;
- Assenza di volano;
- Assenza delle valvole.

### Svantaggi

- Pressione di mandata imposta dalla geometria dei vani rotorici;
- Utilizzo preferibile di fluidi chimicamente non aggressivi.

I compressori volumetrici rotativi sono classificati in quelli a singolo rotore ed in quelli a doppio rotore. I compressori a singolo rotore sono ulteriormente suddivisi in: a vite singola (single screw), a palette, ad anello liquido e scroll. Analogamente, i compressori con due rotor sono suddivisi in: compressori a lobi e compressori a doppia vite (twin screw compressors).

### 1.3.2 COMPRESSORI A SINGOLO ROTORE

I compressori a singolo rotore sono ulteriormente classificati come sotto.

- (i) Compressori a vite singola (single screw compressors)

Questo tipo di compressore usa un singolo rotore principale che ingrana con due rotor condotti, chiamati anche otturatori i quali sono provvisti di denti. La vite principale è guidata generalmente da un motore elettrico. I rotor condotti possono essere fatti di metallo o materiale composito. Le scanalature che si formano tra questi rotor ed il rotore principale raccolgono il gas dalla luce di aspirazione, lo intrappolano tra esse e l'housing del compressore e costringono il gas ad avanzare verso la luce di scarico, lungo il percorso di



ingranamento. Questa azione fa aumentare la pressione del gas intrappolato fino a raggiungere la pressione di scarico. Questi compressori di solito utilizzano configurazioni ermetiche o semi-ermetiche per ottenere una maggiore efficienza, ridurre i trafilamenti ed avere una facilità nella manutenzione.

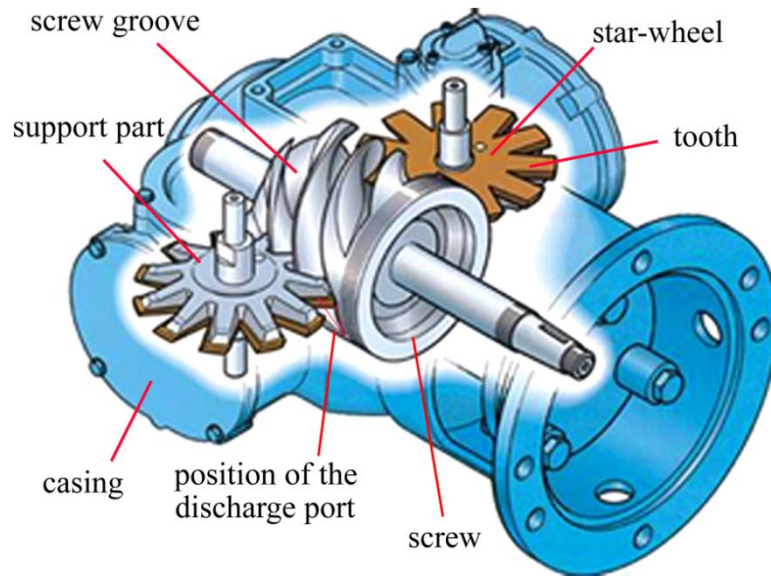


Figura 4 Rappresentazione schematica di un compressore a vite a singolo rotore.

### (ii) Compressori a palette

I compressori rotativi a palette sono costituiti da una carcassa che reca internamente una camera cilindrica, chiusa da due fondi piani, entro la quale è disposto il rotore (formato dal tamburo, dalle palette e dal relativo albero) montato eccentricamente su due supporti esterni alla carcassa; le palette sono alloggiare entro sedi longitudinali praticate nel tamburo. Durante il funzionamento, per effetto della forza centrifuga, le palette sono spinte contro la superficie del cilindro, delimitando così un certo numero di vani (tanti quanti sono le palette), il cui volume, a causa dell'eccentricità dell'asse del rotore rispetto a quello della camera, varia da un massimo ad un minimo e da un minimo ad un massimo durante ogni giro. E' chiaro così che se i vani in fase di aumento di volume sono posti in comunicazione con l'esterno, essi aspirano il gas nel loro interno e lo comprimono, poi, durante la successiva fase di riduzione del volume, scaricandolo infine nel circuito di utilizzazione attraverso una luce opportunamente disposta. Il sistema di raffreddamento può essere ad acqua o ad aria. Possono essere realizzati in due stadi di compressione, in tal caso vengono dotati di un refrigeratore intermedio. I compressori a palette forniscono rapporti di compressione  $\beta$  fino a 2.5 in costruzione monostadio e fino a 6 in costruzione bistadio, mentre le portate elaborate arrivano fino a  $30000 \text{ m}^3/\text{h}$  in costruzione bistadio con raffreddamento ad acqua.

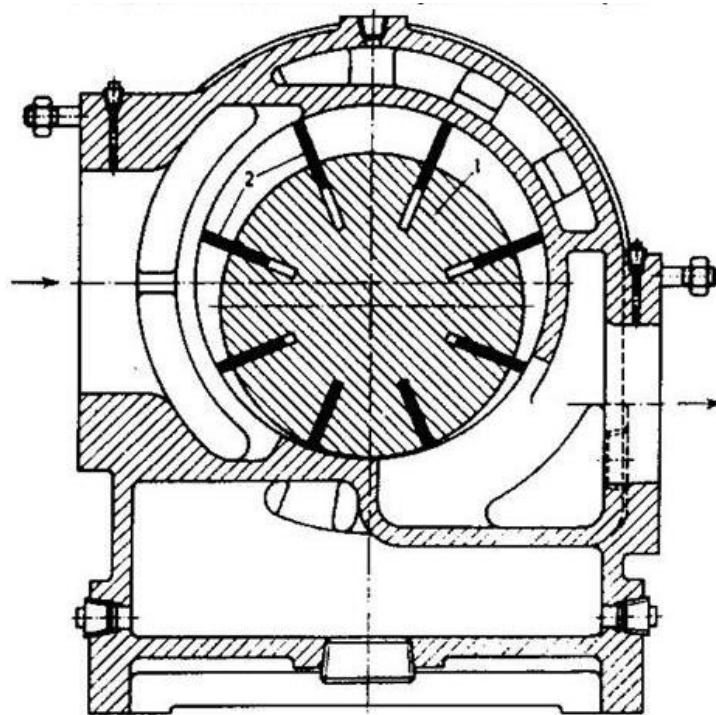


Figura 5 Compressore rotativo a palette [3].

(iii) Compressori ad anello liquido

Il compressore ad anello liquido è per certi versi molto simile al compressore a palette precedentemente descritto, con la differenza che tra il rotore palettato e la cassa statorica è iniettato del liquido, solitamente acqua, che funge da tramite tra i vani ed impedisce il contatto tra il fluido evolvente e le pareti metalliche della cassa. Durante la rotazione del rotore, il liquido, a causa dell'azione delle palette, è spinto alla periferia del cilindro, formando un anello continuo. Dato che il gas compresso è in contatto con l'acqua, la sua temperatura finale alla mandata può essere molto prossima alla temperatura di ingresso dell'acqua, ragion per cui questi compressori trovano larga applicazione in quei settori della tecnica in cui è richiesta una temperatura di uscita del fluido evolvente molto bassa. Sono altresì utilizzati quando è necessario comprimere gas altamente corrosivi in quanto la presenza di liquido all'interno del compressore, escludendo il contatto del fluido evolvente con le pareti della cassa, protegge la macchina dall'azione corrosiva del gas elaborato. E' evidente che, a causa dell'attrito provocato dal liquido sulle pareti della cassa e delle turbolenze connesse al moto delle palette immerse nel liquido, si verificano perdite piuttosto ingenti con conseguenti valori modesti del rendimento. Le pressioni di mandata possono raggiungere i 10-11 bar con compressioni a più stadi, con portate volumetriche dell'ordine di  $10000 \text{ m}^3/\text{h}$ .

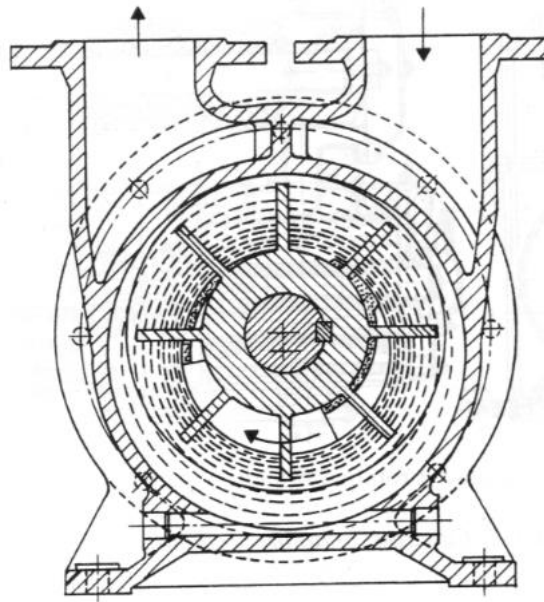


Figura 6 Compressore rotativo ad anello liquido [3].

(iv) Compressori scroll

Il principio di funzionamento del compressore scroll è piuttosto semplice e fu brevettato nel lontano 1905. La macchina è costituita essenzialmente da una spirale ad evolvente fissa, come in Figura 7 e da una corrispondente spirale mobile, detta spirale orbitante, che può appunto orbitare, ma non ruotare, intorno a quella fissa.

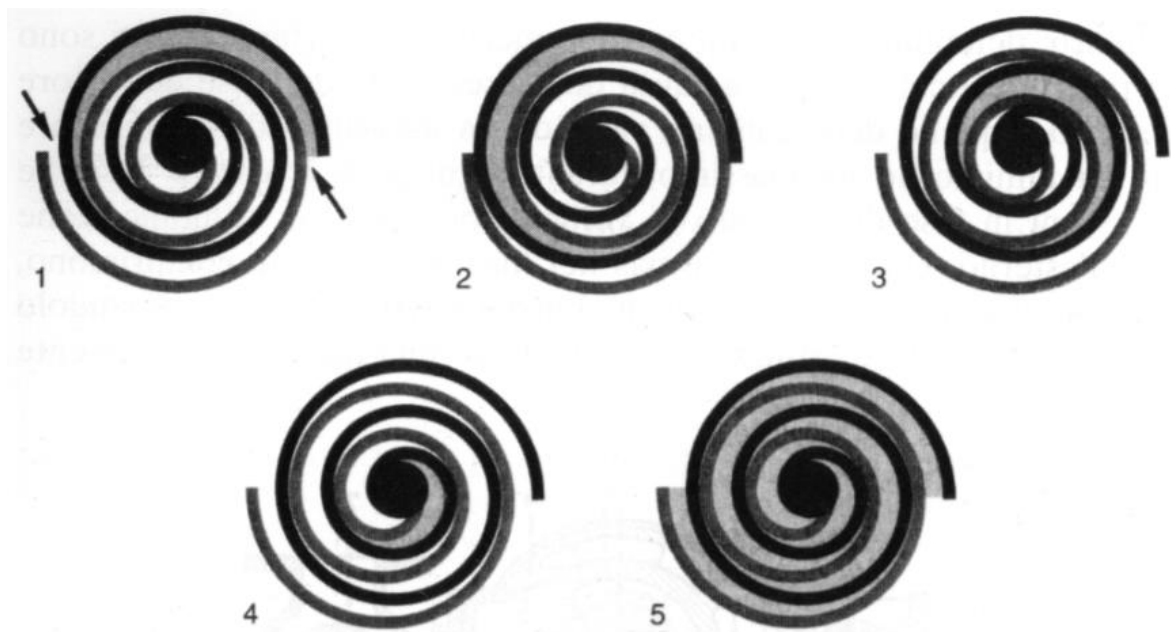


Figura 7 Principio di funzionamento di un compressore rotativo scroll [3].

## Capitolo 1. Introduzione

Le due spirali, che non si toccano, creano tra loro una serie di sacche a forma di falce nelle quali resta imprigionato il gas da comprimere. Grazie al moto della spirale orbitante le sacche tra le due spirali vengono sospinte verso il centro delle spirali stesse con conseguente e graduale riduzione del loro volume ed aumento della pressione del gas. Quando ciascuna sacca raggiunge il centro della spirale, il gas compresso in essa contenuto viene scaricato all'esterno attraverso una luce centrale e poiché vengono compresse simultaneamente numerose sacche, la mandata risulta pressoché uniforme. Con riferimento alla Figura 7\_1, si osserva che il gas entra dall'esterno attraverso le aperture che si generano quando la spirale orbitante è in movimento e che successivamente si chiudono, sempre per effetto del movimento della spirale (Figura 7\_2). Il gas viene successivamente compresso per effetto della riduzione del volume della tasca (Figura 7\_3) per essere poi scaricato dalla luce centrale (Figura 7\_4). Si osservi che durante il movimento non vi è contatto, metallo su metallo, tra l'elemento fisso e quello mobile per cui non è necessario lubrificare la camera di compressione con il vantaggio che gli interventi di manutenzione sono ridotti al minimo e soprattutto di disporre di aria *oil free*, assolutamente pura, quale quella richiesta, ad esempio, nelle industrie alimentari, farmaceutiche e tessili. Le portate variano da 3 l/s a 7 l/s mentre la pressione massima alla mandata è intorno ai 10 bar. E' interessante osservare che, nonostante il brevetto del compressore *scroll* risalisse al 1905, esso poté essere prodotto solo nella seconda metà degli anni '50 del secolo scorso quando la tecnologia rese disponibili macchine utensili capaci di eseguire lavorazioni con tolleranze strettissime richieste perché il compressore *scroll* potesse funzionare con rendimenti accettabili.

### 1.3.3 COMPRESSORI A DOPPIO ROTORE

#### (i) Compressori a lobi

Nei compressori a lobi le camere rotanti sono delimitate dalla superficie dello statore e da quella dei due rotori controrotanti aventi profili tra di loro coniugati. Un esempio è il compressore *Roots* in cui i due rotori, in genere con due lobi ciascuno, hanno generatrici rettilinee e nel quale la camera a volume variabile è delimitata dalla carcassa e dai lobi. I compressori volumetrici tipo *Roots*, costruiti fin dal 184, sono largamente impiegati in campo industriale, particolarmente come trasferitori di grandi volumi di gas, nel trasporto pneumatico, ed in qualche caso nella trazione terrestre come sovralimentatori di motori alternativi a combustione interna.

I loro pregi essenziali sono la semplicità costruttiva, il basso costo e l'assenza di lubrificante a contatto con il gas compresso. Quest'ultimo aspetto comporta però la presenza di giochi tra i lobi rotanti e le pareti fisse della cassa statorica attraverso i quali si ha un sensibile riflusso di gas compresso dalla mandata all'aspirazione. Tale fenomeno ne abbassa il rendimento

rispetto ai compressori a compressione graduale e limita il rapporto di compressione a valori non elevati, di norma inferiori a 2.

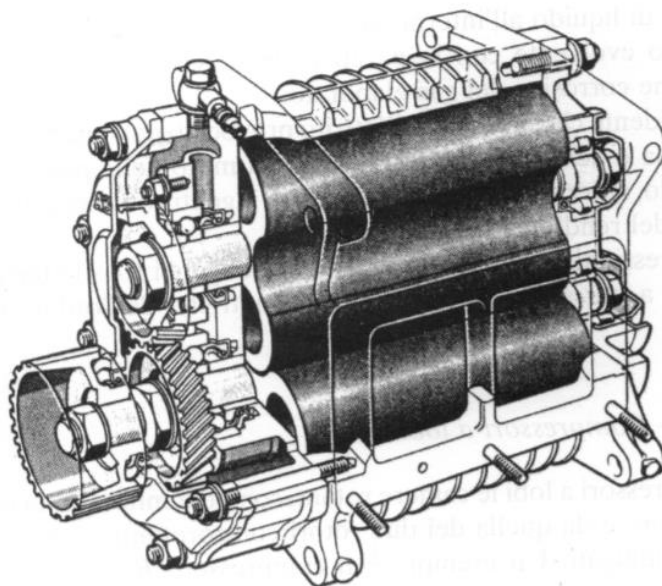


Figura 8 Compressore rotativo a lobi refrigerato ad aria utilizzato per la sovralimentazione dei motori alternativi a combustione interna [3].

Molto spesso il rapporto di compressione è unitario tanto che la macchina viene considerata, in tal caso, come un dispositivo meccanico in grado di trasportare fluido dall'aspirazione alla mandata, piuttosto che un vero e proprio compressore. Le portate elaborate possono invece essere notevoli, fino a  $50000 \text{ m}^3/\text{h}$ , grazie alle elevate velocità di rotazione che tale macchina può raggiungere.

### (ii) Compressori a doppia vite

Il compressore a vite è costituito essenzialmente da due rotori elicoidali aventi sezioni trasversali differenti ed assi di rotazione paralleli tra loro (non necessariamente, così come ne esistono a passo non costante). I rotori sono alloggiati all'interno di una cassa le cui pareti, unitamente alle superfici dei rotori, delimitano il volume della camera di compressione.



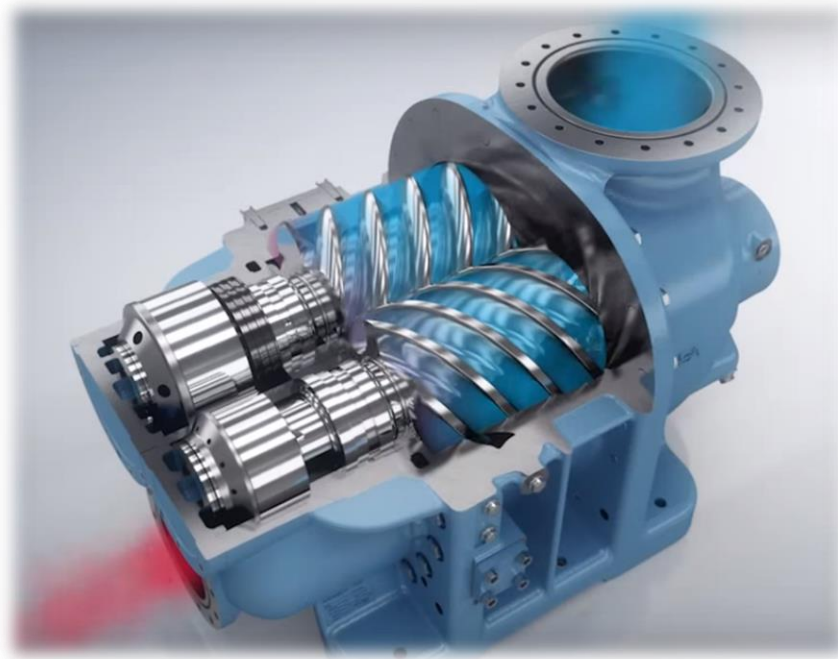


Figura 9 Compressore a doppia vite durante il funzionamento.

I due rotori si distinguono sulla base delle differenti geometrie che consentono di individuare un rotore principale, ovvero rotore *maschio*, che presenta una sezione lobata (cinque lobi nella nostra geometria) ed un rotore secondario, ovvero rotore *femmina*, la cui sezione trasversale è caratterizzata da un numero variabile di cave, solitamente maggiore del numero dei lobi del rotore maschio (sei cave nella nostra geometria). I rotori ruotano all'interno della cassa senza avere nessun contatto con le pareti interne di quest'ultima grazie alla presenza di giochi tra le parti mobili e le parti fisse della macchina.

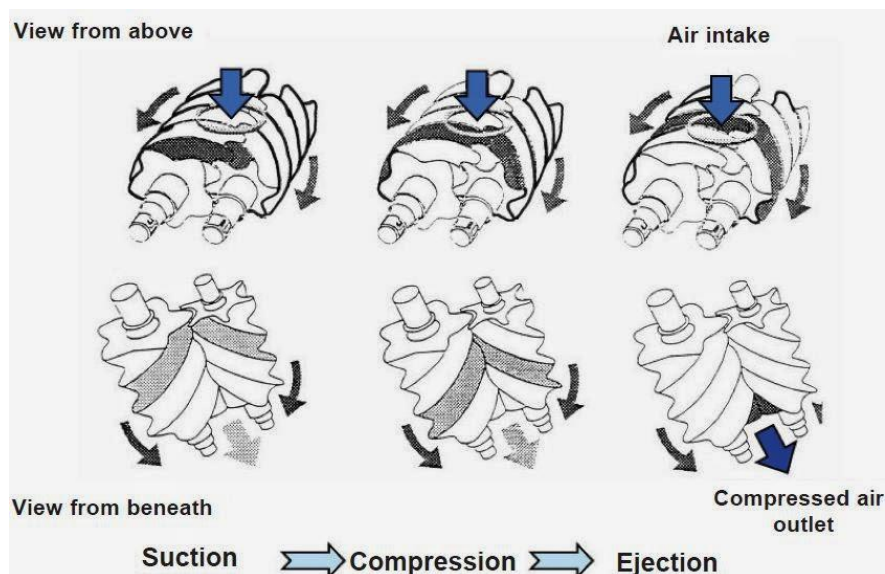


Figura 10 Principio di funzionamento di un compressore rotativo a doppia vite.

## Capitolo 1. Introduzione

La compressione del gas (Figura 10) si realizza mediante la progressiva riduzione del volume delle camere elicoidali situate tra i due rotori e tra i rotori e le pareti interne della cassa. Quando i rotori ruotano, il gas affluisce attraverso la luce di aspirazione e riempie gli spazi adiacenti tra i lobi e i canali. Questi spazi aumentano in lunghezza durante la rotazione mentre il punto di inserimento tra i lobi procede verso la luce di scarico. Quando lo spazio interlobare si è riempito di gas aspirato per tutta la lunghezza del rotore, la luce di aspirazione si chiude e termina la fase di immissione con una quantità definita di gas intrappolato nella macchina che viene compresso in quanto, proseguendo la rotazione, decresce lo spazio tra i lobi. Ad una posizione definita dei rotori, infine, il gas compresso intrappolato raggiunge la luce di scarico ed inizia la fase di mandata che continua fino a che lo spazio tra i lobi si è interamente svuotato. I giochi esistenti tra i rotori e tra questi e la cassa della macchina devono essere molto modesti per evitare trafilamenti eccessivi del gas dalle zone ad alta pressione verso quelle a pressione inferiore con conseguente degradazione di energia di pressione in calore ed inevitabile riduzione del rendimento della macchina. I giochi tuttavia, sia pur ridotti, devono comunque evitare che le parti fisse e mobili della macchina si tocchino in seguito alla dilatazione termica dovuta al contatto con il gas che si è riscaldato per effetto della compressione.

Queste considerazioni lasciano comprendere che il compressore a doppia vite, pur risultando molto semplice dal punto di vista meccanico in quanto costituito da due soli organi mobili, per lo più dotati di moto puramente rotatorio, è tuttavia molto complesso da un punto di vista costruttivo in quanto i rotori sono caratterizzati da una geometria particolare e da un grado di finitura superficiale tanto elevato da renderne possibile la costruzione solo quando la tecnologia ha reso disponibili macchine utensili in grado di raggiungere gli elevatissimi standard di precisione e di qualità richiesti. Si pensi che oggi è possibile fabbricare rotori di circa 1 m di diametro con tolleranze dell'ordine di qualche  $\mu m$ .

I compressori a doppia vite vengono solitamente suddivisi in due grandi categorie alla prima delle quali appartengono i compressori *a secco* denominati anche *dry compressors* oppure *oil free compressors*, mentre alla seconda appartengono i compressori *ad iniezione d'olio* denominati anche *oil flooded compressors* oppure *oil injected compressors*.

### (i) Compressori a secco

In queste macchine il gas trattato non viene in contatto con alcun tipo di olio lubrificante per non esserne contaminato. Ciò significa che anche i rotori non possono essere lubrificati e dunque non è possibile trasmettere il movimento dall'uno all'altro per contatto, così come avviene per una normale coppia di ruote dentate. Il moto rotatorio è trasmesso ai rotori indirettamente attraverso una coppia di ingranaggi sincronizzatori a denti elicoidali esterni al compressore (Figura 11).



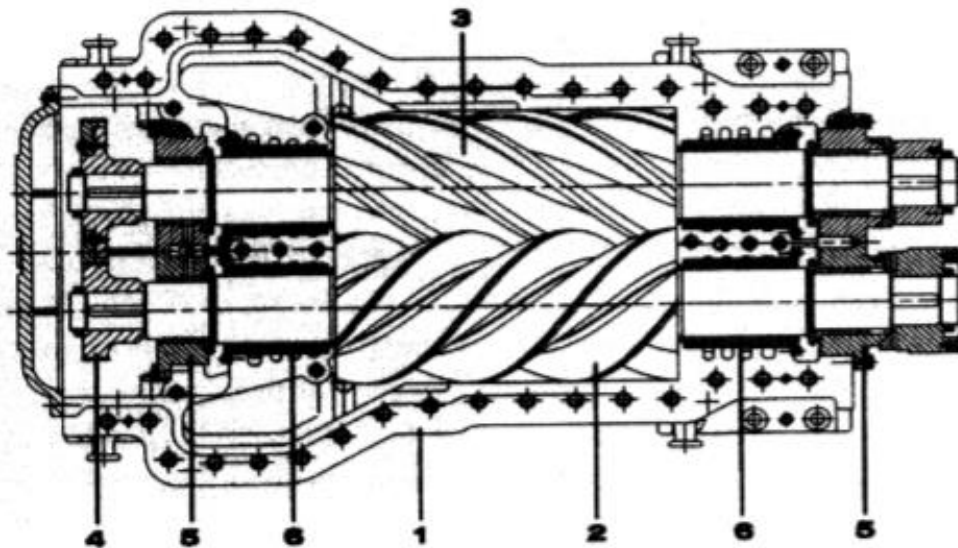


Figura 11 Vista dall'alto di un compressore a doppia vite del tipo *oil free* munito di ingranaggi sincronizzatori [3].

1. Cassa; 2. Rotore maschio; 3. Rotore femmina; 4. Ingranaggi sincronizzatori (timing gears); 5. Cuscinetti; 6. Tenute.

Tale circostanza, unitamente alla necessità di dover prevedere apposite tenute atte ad impedire il contatto tra il gas trattato e l'olio lubrificante, rende questi compressori più ingombranti e più costosi di quelli ad iniezione di olio. Inoltre, in mancanza di olio a contatto con il gas compresso, viene meno anche l'effetto refrigerante esplicato dall'olio stesso sul gas riscaldatosi per effetto della compressione, il che comporta che i compressori a secco sono caratterizzati da valori del rapporto di compressione più bassi di quelli relativi ai compressori ad iniezione di olio. Per contenere comunque l'incremento della temperatura del gas dovuto alla compressione, è possibile realizzare, all'interno della cassa, una intercapedine nella quale viene fatto circolare un fluido refrigerante che può essere acqua oppure olio diatermico. In alternativa, è possibile asportare il calore direttamente dai rotori del compressore facendo circolare il fluido refrigerante in una cavità appositamente praticata all'interno dei rotori stessi. La temperatura del gas in uscita dalla macchina non supera, in genere, i  $200^{\circ}\text{C}$  in assenza di refrigerazione ed i  $240\div 250^{\circ}\text{C}$  nel caso in cui siano presenti sistemi di raffreddamento. I valori del diametro esterno dei rotori variano in un ampio intervallo che va da 100 mm ad 800 mm in relazione alle portate da elaborare che possono arrivare fino a  $80000\text{ m}^3/\text{h}$ , valori elevatissimi per una macchina volumetrica. La velocità periferica dei rotori varia, in genere, da  $50\text{ m/s}$  a  $100\text{ m/s}$ . Generalmente i compressori a secco vengono utilizzati nelle industrie di processo per la compressione di sostanze chimiche e di idrocarburi differenti, ma trovano larghissima applicazione anche nel servizio dell'aria compressa specie quando a questa si richiedono caratteristiche di assoluta purezza come accade, ad esempio, per le industrie alimentari.

### (ii) Compressori ad iniezione di olio

Sono così definiti in quanto all'interno del gas oggetto della compressione viene iniettato dell'olio la cui presenza consente il contatto dei rotori e quindi la trasmissione del moto dall'uno all'altro (il rotore maschio trascina il rotore femmina), eliminando l'ingombrante e costosa coppia di ingranaggi sincronizzatori (Figura 12), nonché le tenute necessarie a garantire la completa separazione tra l'ambiente di lavoro e l'esterno. Inoltre l'olio esplica una efficace azione di tenuta in quanto, depositandosi sulle superfici dei rotori, riduce gli spazi compresi tra i rotori stessi e tra questi e la cassa esterna con conseguente diminuzione delle perdite per trafilamento a tutto vantaggio del rendimento della macchina. Altra importante funzione dell'olio è quella di refrigerare il gas che può abbandonare la macchina ad una temperatura che è indipendente dal rapporto di compressione, contrariamente a quanto avviene nei compressori a secco nei quali la temperatura massima di esercizio limita il valore della pressione alla mandata e quindi il rapporto di compressione.

Infine, l'olio iniettato nel gas permette di ridurre ulteriormente il già modesto livello di rumorosità del compressore a vite tanto da rendere superfluo l'uso di materiale fonoassorbente a tutto vantaggio dei costi di produzione e dell'ingombro. E' evidente che la presenza dell'olio nel gas in uscita dalla macchina richiede l'installazione di un separatore dell'olio, indicato con 7 in Figura 12, di un impianto esterno per il raffreddamento dell'olio, nonché di un complesso di accessori atti a rendere sicuro l'esercizio dell'impianto.

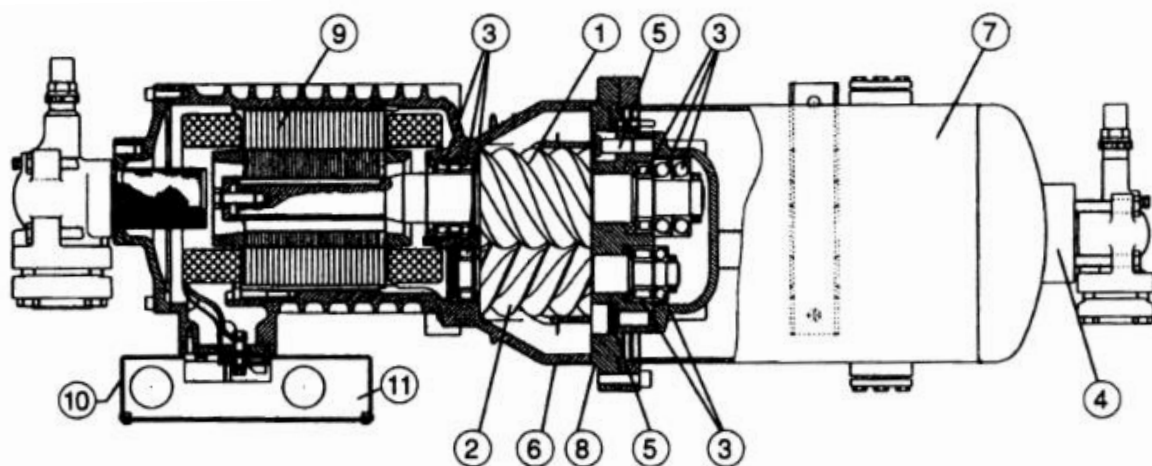


Figura 12 Compressore a doppia vite del tipo *oil flooded* [3].

1. Rotore maschio; 2. Rotore femmina; 3. Cuscinetti; 4. Valvola di non ritorno; 5. Dispositivo di avviamento a vuoto; 6. Controllo di sovrappressione; 7. Separatore dell'olio; 8. Controllo temperatura gas; 9. Motore elettrico; 10. Quadro elettrico; 11. Dispositivo protezione motore.

## Capitolo 1. Introduzione

I compressori a vite sono attualmente molto usati sia negli impianti di compressione dell'aria, sia nelle industrie metallurgiche e petrolchimiche grazie alla loro capacità di elaborare gas differenti quali, ad esempio, ammoniaca, argon, etilene, acetilene, gas naturale, elio, metano, propano, propilene, azoto ed altri. Anche negli impianti frigoriferi e nelle pompe di calore di potenza frigorifera dai 500 KW ai 5000 KW i compressori a vite vengono sempre più spesso preferiti ai compressori alternativi per il minor peso, ingombro, costo nonché per la maggiore affidabilità.

Per tali caratteristiche i compressori a vite trovano larga applicazione anche negli impianti di condizionamento su navi e su piattaforme off-shore nonché negli impianti frigoriferi che equipaggiano particolari tipi di navi quali le metaniere, le gasiere, le bananiere, le portacontainers refrigerati, i pescherecci.

Le portate elaborate arrivano a  $60000 \text{ m}^3/\text{h}$  e le pressioni di mandata fino a 25 bar, sempre che la pressione in aspirazione sia superiore ad 1 bar, o fino a 40 bar nel caso di realizzazioni a due stadi con interrefrigerazione. I compressori a vite sono gli unici, nell'ambito delle macchine rotative, che operano con velocità del fluido in corrispondenza delle punte dei rotori che superano gli 0.12 Mach [4]. Queste macchine sviluppano pressioni 7.3 volte maggiori rispetto ai compressori centrifughi che operano alla stessa velocità del fluido sulle punte dei rotori o del palettamento [5]. I rapporti di compressione sono dunque minori di 25 in quanto elevati valori della differenza di pressione tra mandata ed aspirazione possono comportare flessione dei rotori. La differenza media di pressione è sopra ai 15 bar, ma la massima differenza di pressione qualche volta supera i 40 bar [1]. Tipicamente, il rendimento volumetrico dei compressori ad iniezione di olio supera il 90%. La velocità di rotazione, a seconda delle dimensioni della macchina, è compresa tra 2000 *giri/min* e 20000 *giri/min*.

Successivamente è mostrata un immagine in cui si vede l'iniezione dell'olio sulla superficie del rotore.



Figura 13 Iniezione dell'olio sulla superficie del rotore.

La Figura 14, mostra uno spaccato in vista isometrica di un compressore a doppia vite.

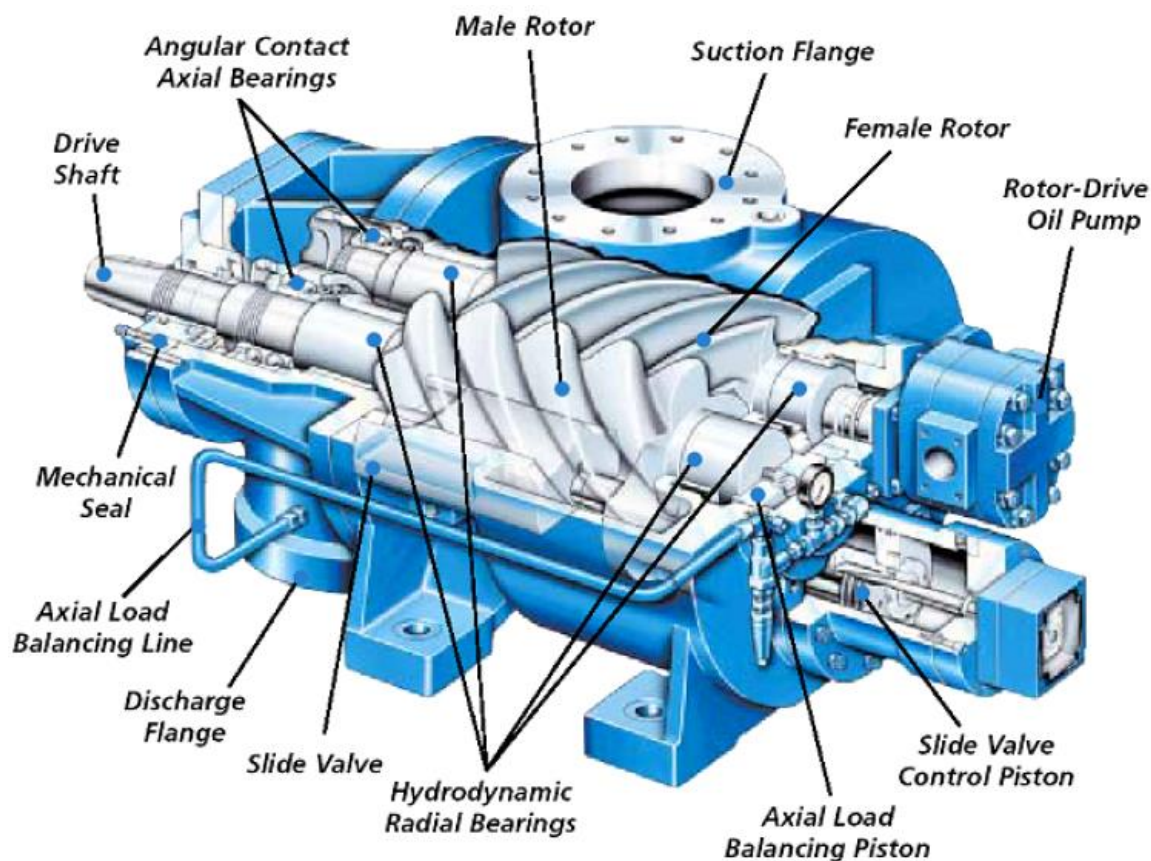


Figura 14 Vista isometrica e spaccato di un compressore a doppia vite [6].

### 1.4 APPLICAZIONI E VANTAGGI DEI COMPRESSORI A DOPPIA VITE

I compressori a doppia vite ad iniezione di olio offrono parecchi vantaggi rispetto ad altre macchine ad essi comparabili.

#### 1.4.1 Vantaggi

- i) Semplice manutenzione, bassi costi di manutenzione e basso peso;
- ii) Alta affidabilità e lunga vita del compressore, pieno utilizzo della potenza disponibile dal motore primo;
- iii) Bassi costi operativi, costo di acquisto medio;
- iv) Alti rapporti di compressione (superiori ai 16 per stadio);
- v) Funzionamento a bassa pressione di aspirazione ( 66 cm Hg di vuoto);
- vi) Compattezza;
- vii) Assenza di componenti in moto alternativo e basse forze interne, permettono al compressore di operare a più alte velocità di rotazione, riducendone il suo ingombro;



## Capitolo 1. Introduzione

- viii) Il flusso continuo di un eventuale fluido refrigerante permettono elevati rapporti di compressione per singolo stadio
- ix) Elevate velocità ed i rapporti di compressione impiegati, permettono di massimizzare l'efficienza;
- x) Adatto per una grande varietà di gas;
- xi) Facilità nel controllo e nella qualità dell'esercizio;
- xii) Permette di operare con alte efficienze, potendo utilizzare elevate velocità di rotazione per larghi range di pressioni operative e portate volumetriche.

### 1.4.2 Svantaggi

- i) Alti volumi di olio lubrificante iniettato nei compressori a vite convenzionali riduce la loro efficienza a causa dei fenomeni di compressione dell'olio e dei fenomeni di turbolenza interna;
- ii) Il consumo di potenza durante il funzionamento a carico parzializzato è normalmente più elevato che nei compressori alternativi (Figura 15).
- iii) Esistono problemi di flessione dell'asse dei rotori, di robustezza del casing, della presenza intrinseca dei trafilamenti e dei limiti dovuti alla tecnologia attualmente disponibile.

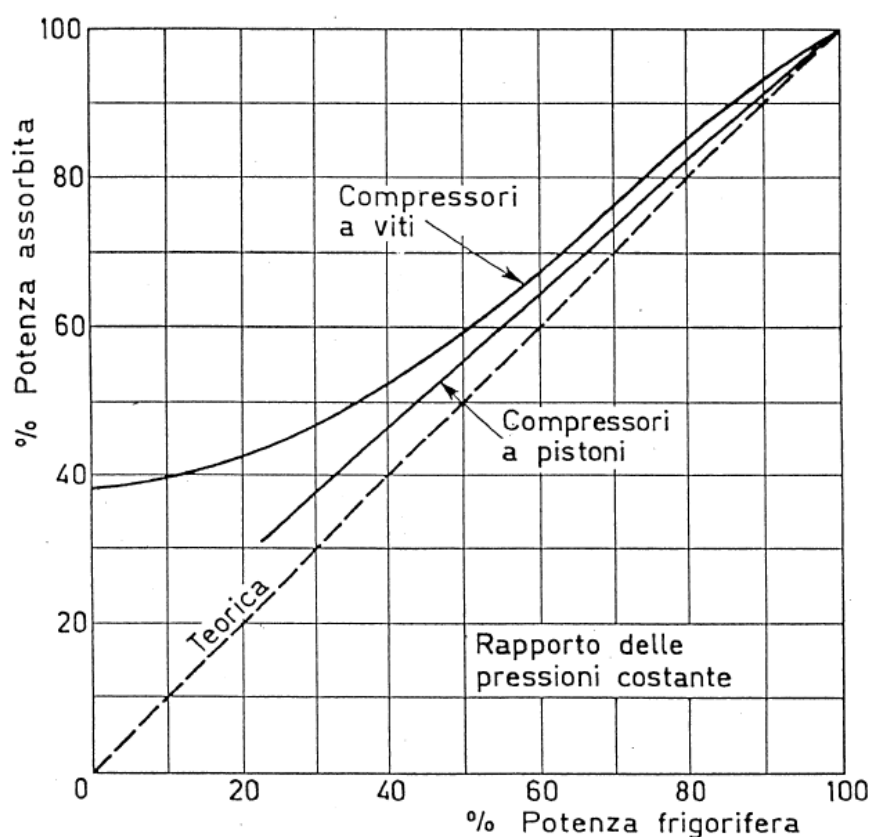


Figura 15 Effetto della parzializzazione del carico sulla potenza assorbita dal compressore.

## Capitolo 1. Introduzione

### 1.4.3 Applicazioni

L'installazione di un compressore rotativo a doppia vite è ideale per numerose applicazioni di compressione dei gas, incluso il potenziamento dei gas combustibili ed il funzionamento di utensili pneumatici. Essi diventano la miglior scelta nel settore tessile, nel settore elettronico e automobilistico, nonché del tabacco e nella raffinazione del petrolio. Possono essere anche usati per effettuare un *upgrade* di un'installazione preesistente, comprendente compressori alternativi.

### 1.4.4 Materiali

I compressori a doppia vite sono costruiti con differenti materiali a seconda del componente preso in esame.

#### (i) Casing

La ghisa grigia è generalmente utilizzata per fabbricare l'involucro esterno di questi compressori nel caso di utilizzo di aria o gas inerti. La ghisa duttile è usata nella compressione degli idrocarburi o in altri gas pericolosi, dove le condizioni o le specifiche del sito permettono una spesa minore nei materiali rispetto all'acciaio. Acciaio al carbonio è necessario per gli idrocarburi puliti o altri gas pericolosi o gas umidi e/o acidi.

#### (i) Rotori

I rotor sono normalmente fatti di materiale ferroso. Alluminio e plastiche sono fattibili in certe applicazioni. L'acciaio forgiato è usato per l'aria e la maggior parte delle applicazioni. In molti casi, la ghisa duttile (nodulare) è anche accettabile. L'acciaio legato è preferito (tipicamente 12-13% Cr, 4-5% Ni) per gas corrosivi, acidi e/o umidi.

## 1.5 GEOMETRIA DEL COMPRESSORE A VITE

I rotor di un compressore a doppia vite hanno la forma di ingranaggi elicoidali ad assi paralleli ed a passo uniforme (almeno nel nostro caso studio). I rotor descrivono una linea di contatto ed hanno criteri di ingranamento nel piano trasversale perpendicolare ai loro assi, che sono gli stessi di quelli degli ingranaggi cilindrici. I rotor sono ospitati in un appropriato casing che ne permette le varie fasi termodinamiche. La Figura 16 mostra differenti viste dei rotor del compressore e del casing per meglio comprenderne la geometria.

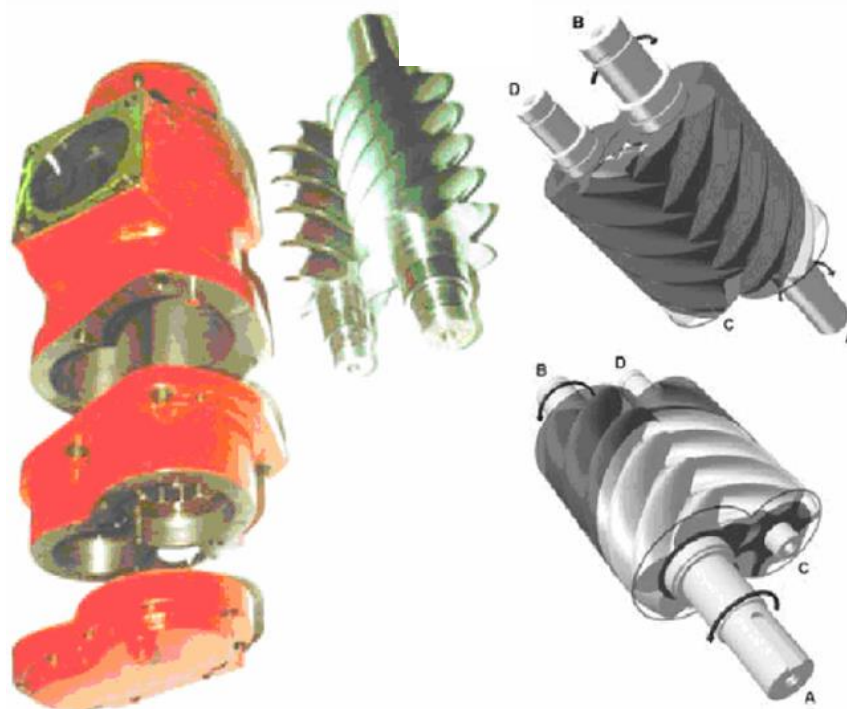


Figura 16 Differenti viste dell'ingranamento dei rotori e casing [7].

I rotori ingranano in due fori cilindrici praticati nel casing. Lo spazio tra ogni due successivi lobi di ciascun rotore e l'ambiente esterno del casing forma una camera di lavoro separata di sezione trasversale costante. La lunghezza della camera di lavoro varia con la rotazione dei rotori, in quanto la linea di contatto tra essi avanza verso la luce di scarico. Il volume è massimo quando l'intera lunghezza tra i lobi non è ostruita dalla linea di ingranamento tra i rotori ed ha il valore minimo di zero quando c'è pieno ingranamento con il secondo rotore in corrispondenza della flangia di scarico. I due rotori ingranando formano effettivamente un paio di ruote dentate elicoidali con i loro lobi che funzionano come denti. Il casing fornisce: il passaggio al gas aspirato e scaricato attraverso opportune luci su esso praticate, le aree degli eventuali punti di iniezione dell'olio o comunque del fluido refrigerante e delimita le zone del compressore in cui si stabiliscono in modo continuativo le varie fasi termodinamiche che subisce il gas, come l'aspirazione, la compressione e lo scarico. Alle estremità delle due viti, sono praticati opportuni alloggiamenti tesi a ricevere i cuscinetti, i quali sorreggono le viti stesse e si fanno carico degli sforzi che sorgono durante il funzionamento della macchina.

La maggior parte dei compressori a vite vengono ancora fabbricati con quattro lobi per il rotore maschio e sei lobi per il rotore femmina ed hanno lo stesso diametro esterno. Questa configurazione è un compromesso che ha favorevoli caratteristiche per entrambe le tipologie di compressori, ossia quelli operanti a secco sia quelli ad iniezione di olio ed è usata sia per l'aria che per la refrigerazione nonché nella compressione di altri gas. Però, altre configurazioni come  $5/6$  e  $5/7$  e più recentemente  $4/5$  e  $3/5$ , stanno diventando sempre più popolari. La configurazione con cinque lobi per il rotore maschio è adatta per alti rapporti di



## Capitolo 1. Introduzione

compressione, specialmente quando è combinata con un più grande angolo dell'elica dei rotori. La combinazione 4/5 si è dimostrata essere la migliore nei compressori ad iniezione di olio che utilizzavano un moderato rapporto di compressione. La combinazione 3/5 è favorita nelle applicazioni di compressione a secco, perché offre un alto rapporto di riduzione tra il rotore maschio e quello femmina, il quale può essere sfruttato per ridurre la velocità di rotazione da fornire all'albero motore del rotore maschio. Tuttavia, un funzionamento efficiente dei compressori a vite dipende principalmente da come vengono progettati i profili dei rotori.

I profili più comunemente usati sono mostrati nella Figura 17.

Un addizionale ed importante requisito per un buon dimensionamento di tutti i tipi di rotori di questi compressori a vite è la capacità di predire accuratamente gli effetti sulle prestazioni al variare di ciascun parametro di progetto, ossia la loro influenza sulle performance finali della macchina. Il principale requisito che dovrebbe essere raggiunto in questo tipo di macchina è quello di migliorare il profilo del rotore e quindi di massimizzare l'area di passaggio del flusso di gas elaborato, cercando di minimizzare le aree di trafilamento, così da mantenere elevate prestazioni in termini di efficienza. Anche gli attriti interni a causa del moto relativo tra le superfici di contatto dei rotori dovrebbero essere mantenuti il più piccoli possibile.

La progettazione di queste macchine si è gradualmente evoluta negli ultimi cinquant'anni e la tendenza attuale è quella di realizzare macchine più compatte possibili cercando di mantenere le performance richieste dal mercato. Questo significa che la velocità alle punte dei rotori deve essere la più alta possibile compatibilmente con i limiti imposti dai materiali e dai requisiti di efficienza da ottenere. Per ottenere dei giochi ancora più ristretti tra i vari organi che compongono la macchina sono soliti essere usati i cuscinetti volventi. Analogamente, le luci di aspirazione e scarico devono essere più larghe possibili, in termini di area offerta al passaggio del gas, in quanto devono minimizzare la velocità che ha il gas nel loro attraversamento, così da limitare le perdite di carico e di conseguenza le cadute di pressione saranno contenute, specialmente sulla luce di aspirazione.

Ottenere un'efficiente vite per questi compressori significa avere un profilo dei rotori il quale permette un elevato flusso di gas, ossia è massimizzata la sezione trasversale di passaggio del fluido, nonché dispongano di corte linee di tenuta, specialmente quella di contatto tra i rotori ed abbiano aree dei blowholes il più contenute possibile. Infatti, a parità di dimensioni e di velocità angolare dei rotori, sezioni trasversali più grandi permettono di ottenere flussi di massa più elevati, mentre linee di tenuta più corte ed aree di trafilamento più piccole permettono di contenere i trafilamenti tra una camera e l'altra del compressore, ottenendo efficienze più elevate. Questo, a sua volta, incrementa l'efficienza adiabatica perché la perdita di potenza per comprimere il gas che trafila da una camera all'altra sarà inferiore.

## Capitolo 1. Introduzione

L'accuratezza e la precisione nella fabbricazione delle superfici dei rotori permettono di ridurre i giochi nell'accoppiamento dei vari organi, perché è possibile ridurre la loro distanza reciproca, ma questo porta ad un aumento della probabilità di contatto tra i rotori stessi, anche nel caso di iniezione di olio. Se dovessero nascere elevate forze di contatto si potrebbe andare in contro alla deformazione del rotore femmina (in genere meno rigido del rotore maschio perché presenta maggior cave) con probabile grippaggio o anche il verificarsi di fenomeni di usura e/o rottura a fatica. Quindi, il profilo dei rotori dovrebbe essere progettato in modo da ridurre tutti i precedenti rischi.

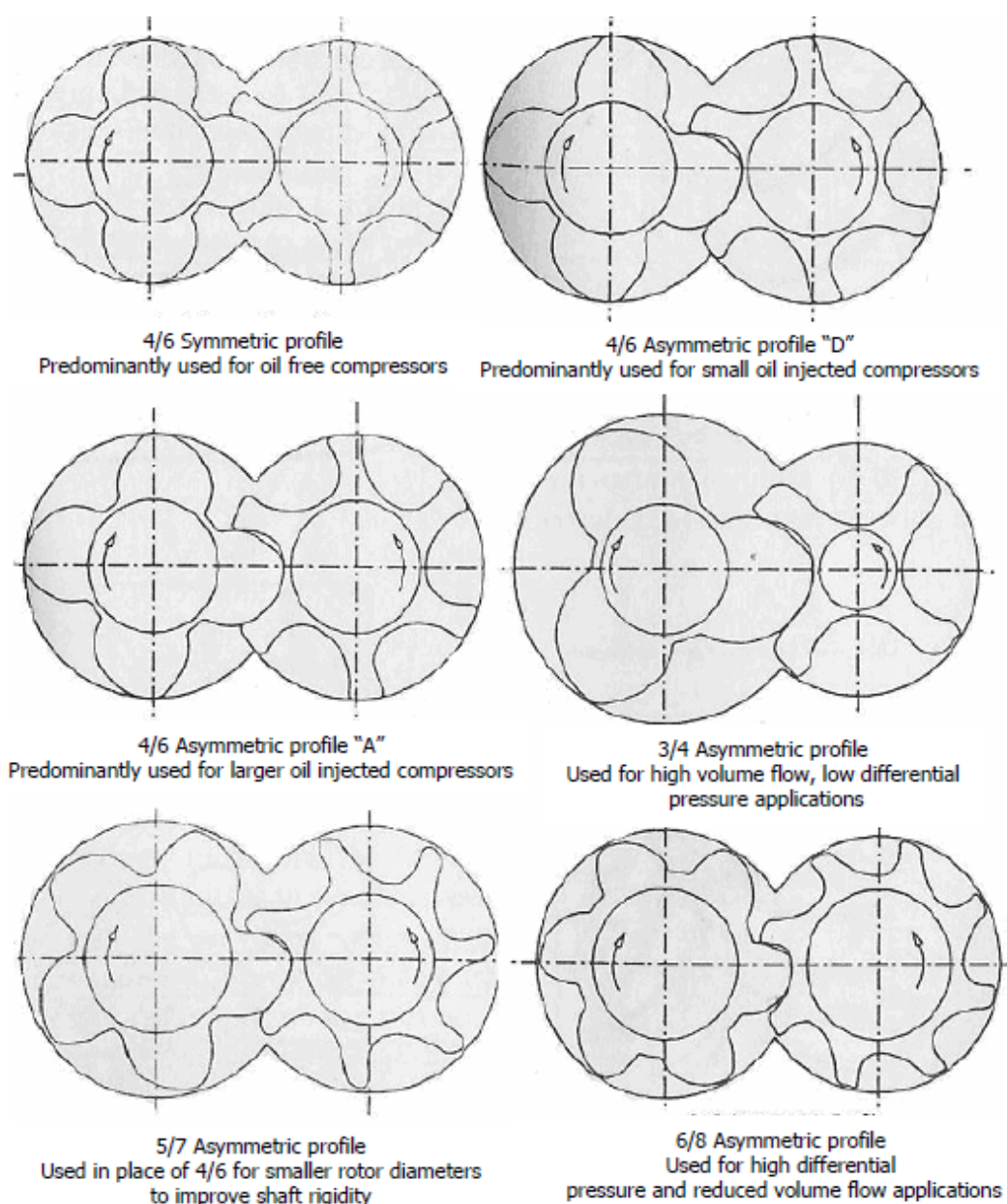


Figura 17 Illustrazione dei principali tipi di profili usati per i rotori [1].

## Capitolo 1. Introduzione

Il gioco tra il rotore e l'housing della macchina, specialmente in prossimità della luce di scarico, dovrebbe essere opportunamente scelta. Questo a sua volta richiede o cuscinetti più costosi con giochi più piccoli o cuscinetti più economici con i loro giochi ridotti ad un valore accettabile dall'utilizzo di accettabili valori di precarico.

I compressori a vite ad iniezione di olio i quali operano con elevate differenze di pressione sono pesantemente caricati da forze assiali e radiali, le quali sono trasferite all'housing attraverso i cuscinetti. I cuscinetti volventi sono normalmente scelti per compressori a vite di taglia piccola e media e quindi devono essere accuratamente scelti per soddisfare i requisiti di progetto. Di solito due cuscinetti sono impiegati sul lato scarico del compressore sugli alberi dei rotori in modo da assorbire, separatamente, i carichi assiali e radiali. La forza di contatto tra i rotori è determinata dalla coppia trasferita tra essi ed è significativa quando i rotori sono in diretto contatto, come nel caso dei compressori ad iniezione di olio. L'olio che viene usato per sigillare i gaps è anche usato per la lubrificazione dei cuscinetti. Generalmente la fornitura di olio ai cuscinetti è separata, per minimizzare le perdite per attrito. L'olio viene iniettato nella camera di compressione nel punto in cui i calcoli termodinamici prevedono temperature del gas che coincidono con quelle dell'olio. La posizione è definita sull'elica del rotore per localizzare il foro di iniezione situato in modo che l'olio entri tangenzialmente in linea con la punta del rotore femmina, in questo modo si recupera la massima energia cinetica posseduta dall'olio. Per minimizzare le perdite di carico sulle luci di aspirazione e scarico, la porta di aspirazione è posizionata sull'housing in maniera che lasci passare il gas che entra con il minor numero di curve possibili e la velocità di avvicinamento del gas sia mantenuta bassa, facendo aree di passaggio il più larghe possibile. La dimensione della porta di scarico è stimata dal rapporto interno del volume (built-in volume ratio) richiesto per l'ottimo delle prestazioni termodinamiche della macchina. La posizione e la forma della luce di scarico (vedere la Figura 18) è aggiustata in modo da ridurre la velocità di uscita del gas al minimo per ottenere le più piccole perdite di carico, nonché ridurre le perdite per gli attriti interni alla vena fluida. Il casing della macchina dovrebbe essere accuratamente dimensionato per minimizzare il suo peso e dovrebbe contenere barre di rinforzo attraverso la porta di aspirazione per migliorarne la rigidità alle più alte pressioni di esercizio.

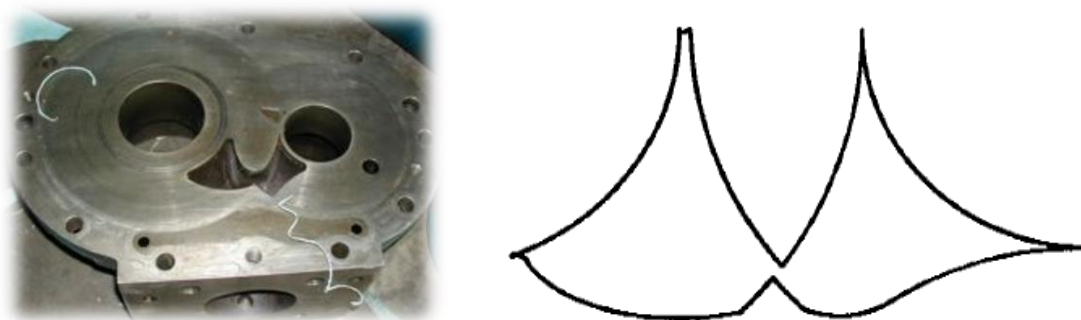


Figura 18 Luce di scarico assiale praticata nel casing (a sinistra) e raffigurazione schematica (a destra) [8].

Nella successiva Figura 19 è rappresentata l'area effettiva (in giallo) della luce di scarico (in verde) per due angoli di rotazione del rotore maschio (in blu), rispettivamente per  $\theta = 635^\circ$  e  $\theta = 725^\circ$ .

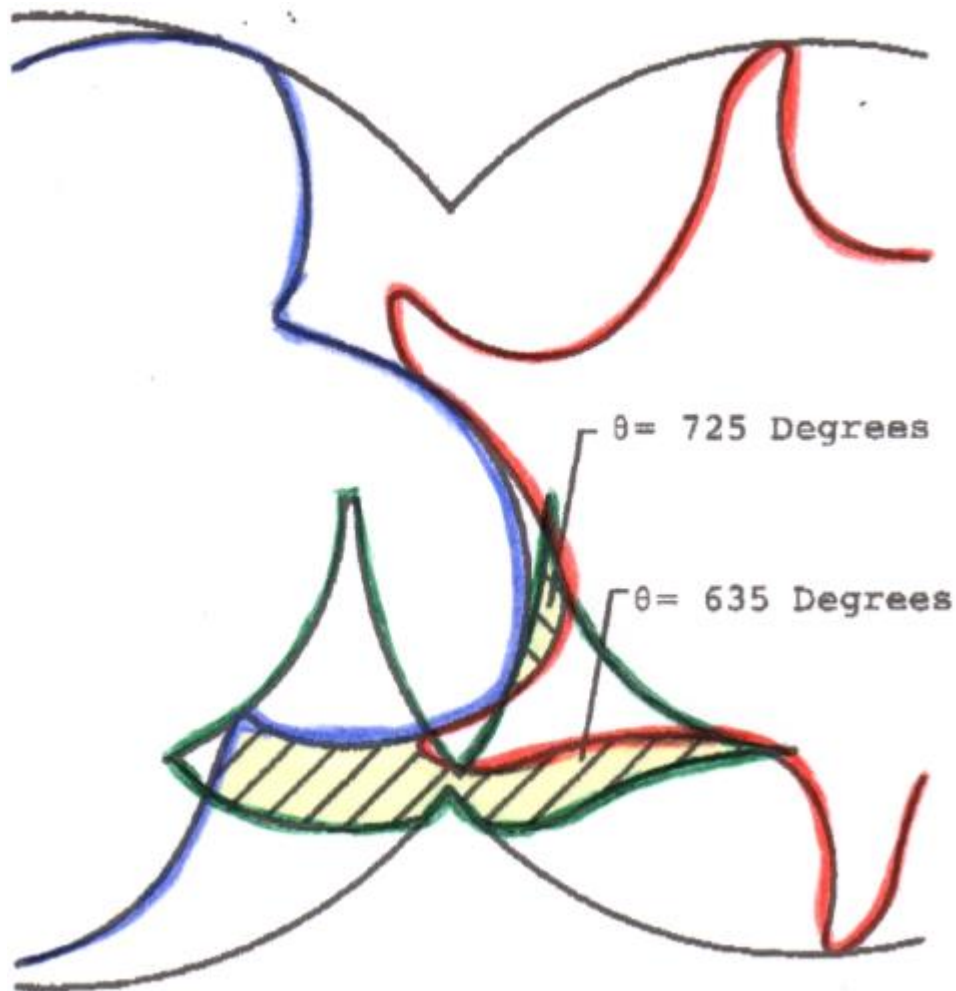


Figura 19 Area effettiva di passaggio attraverso la luce di scarico per due valori dell'angolo del rotore maschio [8].

### 1.6 PARAMETRI DI PROGETTO

Le prestazioni di un compressore a vite dipendono da un grande numero di parametri di progetto. La conoscenza e l'effetto di questi parametri può aiutare il progettista a selezionare la macchina più performante per quel tipo di applicazione richiesta.

### 1.6.1 Ciclo di funzionamento

Il processo di compressione in un compressore a vite è simile a quello che avviene in un compressore alternativo, ma non soffre del fenomeno della ri-espansione del gas alla fine della compressione, in quanto i compressori a vite non hanno lo spazio morto (nocivo). Il suo diagramma p-V è pertanto molto semplice ed è simile a quello dei compressori alternativi, ma senza lo spazio morto. Tale ciclo è rappresentato nella Figura 20.

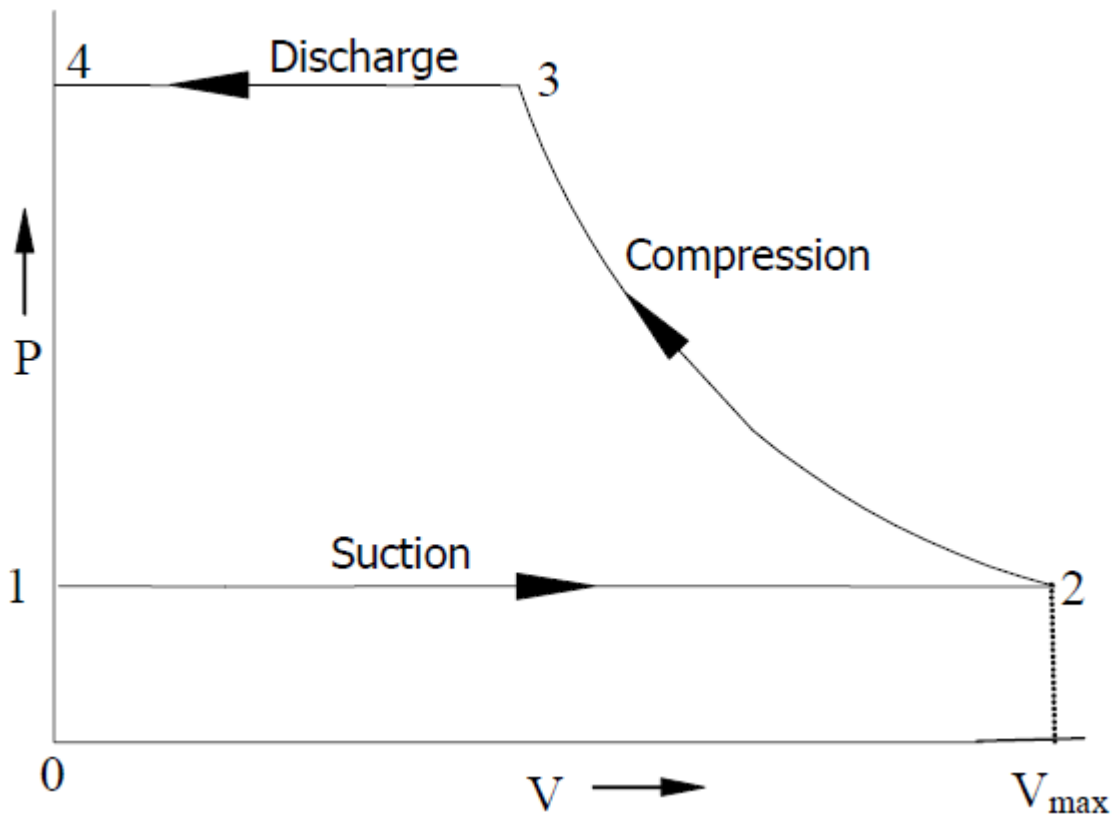


Figura 20 Diagramma p-V per compressori alternativi e compressori a vite.

Il processo 1-2 è il processo di aspirazione il quale prende circa una rivoluzione del rotore maschio. Il volume di gas intrappolato in un paio di scanalature è la somma dei volumi della scanalatura del rotore maschio e di quella del rotore femmina. La differenza rispetto ai compressori alternativi è che il processo di aspirazione nei compressori a vite viene effettuato simultaneamente con i processi di compressione e scarico, in quanto coesistono più camere nello stesso tempo, le quali sono sfasate tra di loro di un certo angolo rotore. Infatti, mentre una parte della scanalatura è nella fase di compressione, il resto della scanalatura è nella fase di compressione. Questo fenomeno è descritto nella Figura 21 sul grafico  $p - \theta_m$  per una migliore comprensione, dove  $\theta_m$  è l'angolo di rotazione del rotore maschio. La Figura 21 mostra che i processi di compressione e scarico si verificano simultaneamente, si osserva che il processo di aspirazione inizia dal punto "1" e finisce al

punto “2”. Il processo di compressione si verifica tra i punti “2” e “3”. Il punto “3” è l’inizio del processo di scarico dove un paio di scanalature che sono sotto la fase di compressione iniziano a scoprire la luce di scarico. Il punto “3” determina il rapporto del volume interno del compressore (built-in volume ratio), che è possibile leggere sul diagramma p-V, sull’asse V del volume, mentre sulle ordinate abbiamo l’asse delle pressioni p, in cui è possibile leggere il rapporto delle pressioni (built-in pressure ratio) raggiunte dalla macchina.

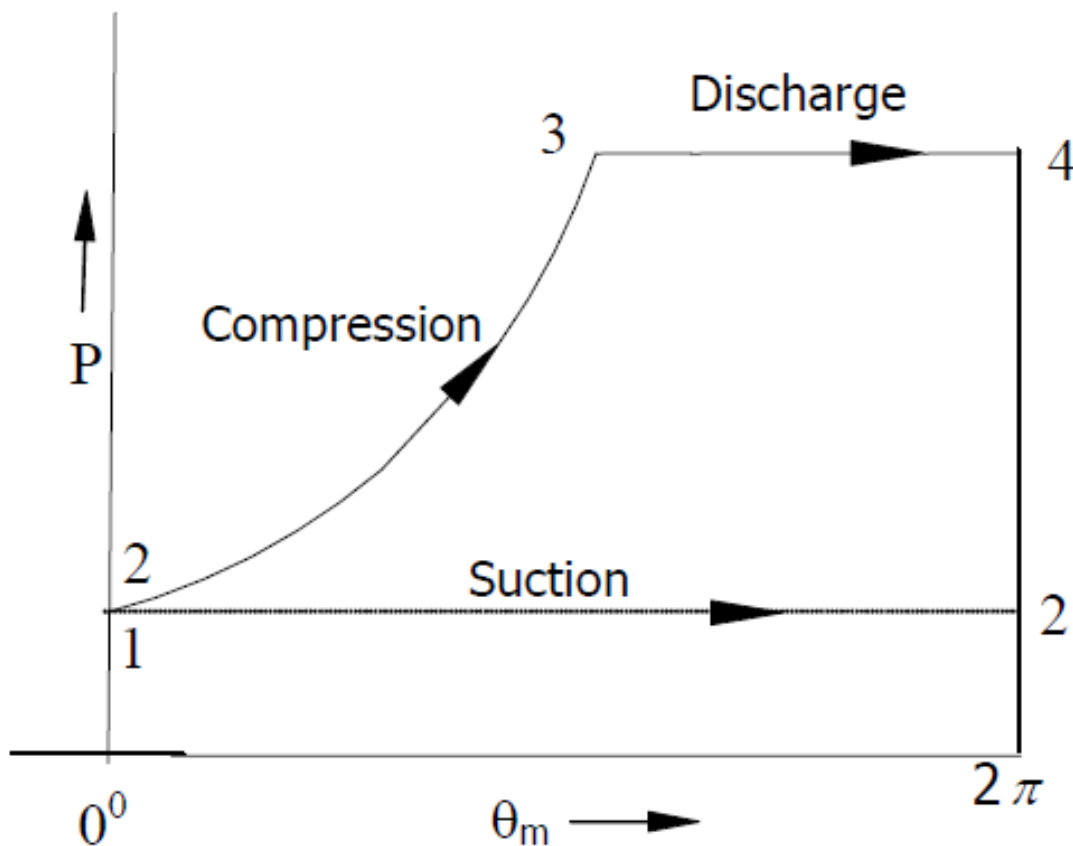


Figura 21 Diagramma p-Theta per un compressore a doppia vite.

### 1.6.2 Rapporto interno del volume (built-in volume ratio) e rapporto interno della pressione (built-in pressure ratio)

Diversamente dai compressori alternativi, i compressori a vite non dispongono di valvole. La posizione della luce di scarico determina il massimo livello di pressione che può essere raggiunto nelle scanalature, prima che il gas compresso venga spinto nel tubo di scarico (ambiente di scarico). Essendo il compressore a vite una macchina di tipo volumetrico, l'aumento di pressione lungo il compressore è determinata dal built-in volume ratio. Questo indice di volume ( $V_i$ ) determina il rapporto interno della pressione della macchina.

## Capitolo 1. Introduzione

Per i compressori che comprimono gas, un'approssimazione del rapporto interno della pressione ( $\pi_i$ ) è ottenuto dalla seguente relazione [9]:

$$\pi_i = (V_i)^k .$$

Solo la pressione all'aspirazione ed il built-in volume ratio determina il livello della pressione interna nelle scanalature prima che il gas esca dalla luce di scarico.

I compressori che hanno la sola luce di scarico assiale avranno fissato il built-in volume ratio. Il built-in volume ratio può essere cambiato cambiando le dimensioni o la posizione della luce di scarico. Un altro modo per cambiare il built-in volume ratio è quello di utilizzare una valvola a cassetto per la parzializzazione del flusso attraverso la macchina (by pass). Per questi compressori, il built-in volume ratio può essere variato in accordo con i requisiti richiesti, mentre il compressore è operativo, per operare parzializzazione del carico ed ottenere migliori efficienze. Una più piccola sezione della luce di scarico incrementa anche il built-in volume ratio, perché blocca più a lungo il gas all'interno delle scanalature rispetto a quanto farebbe una sezione della luce di scarico più estesa. Più a lungo il gas è bloccato all'interno delle scanalature prima che esso sia messo in comunicazione con la linea di scarico e saranno richiesti, maggiore angolo di rotazione per completare la compressione, si verificherà una maggiore riduzione del volume del gas e si verificherà una maggiore pressione allo scarico della macchina. Per la migliore efficienza, il built-in volume ratio dovrebbe essere impostato affinché il rapporto interno di compressione della macchina incontri il rapporto di compressione del sistema in cui il compressore scarica il gas, onde evitare inutili sovra compressioni. Se il rapporto interno del volume della macchina non incontra il rapporto di compressione del sistema ad esso collegato, il risultato è una sovra compressione o una sotto compressione. Se il rapporto interno dei volumi del compressore è troppo alto per un dato set di condizioni operative, il gas scaricato rimane intrappolato più a lungo, conducendo la pressione ad aumentare al di sopra della pressione dell'ambiente di scarico. Questo fenomeno è chiamato sovra compressione ed è rappresentato nel diagramma p -V nella Figura 22.

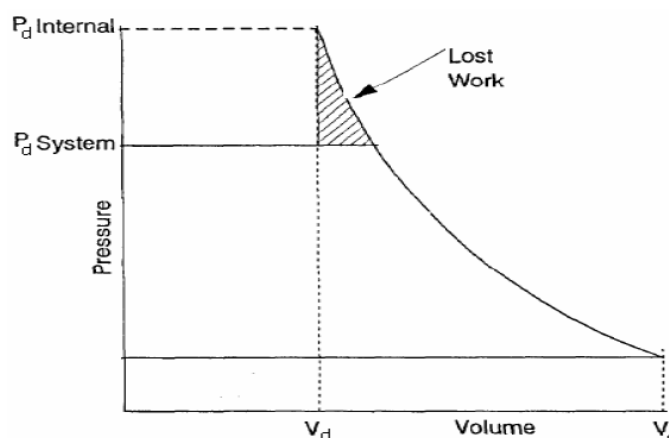


Figura 22 Esempio di sovra compressione [10].



## Capitolo 1. Introduzione

In questo caso, il gas è compresso ad un valore superiore rispetto alla pressione di scarico del sistema e quando la luce di scarico si apre, l'alta pressione del gas nelle scanalature fa sì che esso si espanda dalla camera del compressore verso l'ambiente di mandata a valle a pressione inferiore. Questo fenomeno fa sì che l'energia spesa sia superiore a quella richiesta da una compressione in cui la pressione nelle scanalature sia uguale a quella del sistema posto a valle.

Se il rapporto del volume interno è troppo basso per un dato set di condizioni operative, la pressione del gas intrappolato nel volume delle scanalature rimane sotto il valore desiderato di pressione di scarico. In questo caso, la luce di scarico apre prima che la pressione interna della macchina abbia raggiunto la pressione del sistema posto a valle. La pressione del gas della linea di mandata è più elevata rispetto a quella del gas contenuto nelle scanalature e quindi c'è un ritorno di flusso dall'ambiente di scarico, fino a quando le due pressioni si eguagliano, ma è necessario ricomprimere il gas con un'ulteriore spesa (perdita) di lavoro, cioè lo stesso gas deve essere compresso due volte. Questo caso è mostrato nella Figura 23.

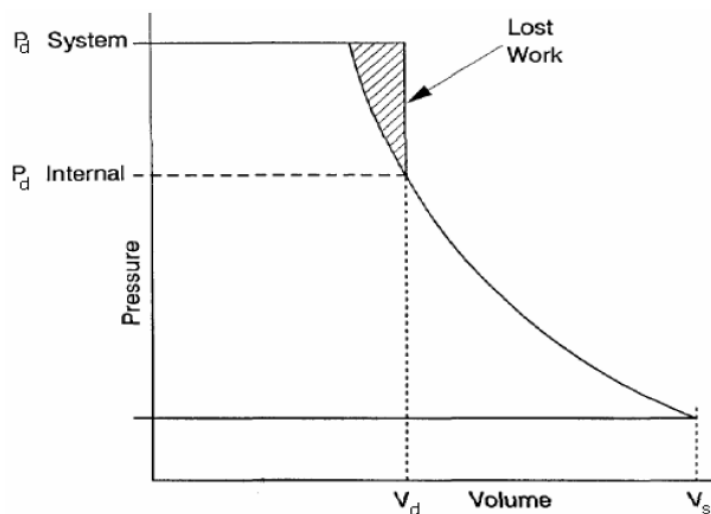


Figura 23 Esempio di sotto compressione [10].

Generalmente la sovra compressione è meno efficiente rispetto alla sotto compressione. Infatti, nella sovra compressione l'extra lavoro è fatto per l'intero flusso di gas, mentre nella sotto compressione, l'extra lavoro è fatto solo sul gas che ritorna indietro dall'ambiente di scarico verso le scanalature della macchina.



### 1.6.3 Massima pressione in ingresso all'aspirazione

A causa della disponibilità di elevati rapporti dei volumi, il rapporto interno delle pressioni ( $\pi_i$ ) in un compressore a vite può essere alto. Se la massima pressione di scarico ammissibile in sede di progetto è  $P_{d(max)}$ , la pressione massima permessa all'aspirazione  $P_{s(max)}$  potrebbe essere stimata dalla relazione data da Stocker [11]:

$$P_{s(max)} = \frac{P_{d(max)}}{(V_i)^k} \quad 1.1$$

L'indice  $k$  rappresenta il rapporto tra i calori specifici del gas.

### 1.6.4 Considerazioni sull'iniezione dell'olio

Per un rendimento ottimale del compressore, i giochi all'interno dei componenti la macchina devono essere mantenuti più piccoli possibile. Tuttavia a causa della presenza di una grande quantità di olio durante il processo di compressione, c'è meno possibilità che vengano in contatto le superfici dei rotori ed il casing. Poiché l'olio funge da sigillante, il rapporto tra il gioco radiale ed il diametro del rotore può essere scelto adatto alla particolare miscela di olio utilizzata. E' stato osservato che la presenza di più olio nella camera di compressione, coprendo tutte le superfici del metallo, funge come importante barriera alla corrosione dal gas da comprimere. Questa caratteristica ha permesso al compressore di essere impiegato con gas contenenti solfuri e cloruri. Un'altra importante caratteristica dei compressori ad iniezione di olio è che quest'ultimo agisce da smorzatore di rumore, rendendo più silenziosa la macchina durante il funzionamento. Esso fornisce maggiori vantaggi rispetto ai compressori a vite *oil-free*. E' abbastanza comune che nelle macchine ad iniezione di olio, esso venga fornito attraverso una singola connessione e da essa venga poi inviato agli altri punti di utilizzo. Così, l'iniezione di olio nei compressori agisce da refrigerante ed il rotore principale è permesso di ruotare a più alte velocità di rotazione

### 1.6.5 Velocità periferica del rotore (tip speed)

Le perdite di efficienza a causa degli sforzi viscosi di taglio alle pareti per la presenza di un film di olio, i quali causano schiuma e moti di agitazione sono le principali preoccupazioni dei progettisti di compressori ad iniezione di olio. Come risultato, questi compressori vengono fatti funzionare a più basse velocità rispetto ai compressori *oil-free*. Per un rendimento ottimale, la velocità periferica del rotore di un compressore ad iniezione di olio dovrebbe preferibilmente essere contenuta in un range di 30-35 m/s per i più grandi compressori e 20-30 m/s per quelli più piccoli.

### 1.6.6 Numero di lobi e dimensione del compressore

Sulla base della ricerca e dell'esperienza, è stato dimostrato che un minor numero di lobi incrementa il volume del rotore e quindi per una data cilindrata la quantità di aria elaborata è maggiore. Inoltre vi è una netta differenza tra il numero di lobi del rotore maschio ( $n_m$ ) ed il numero di lobi del rotore femmina ( $n_f$ ), in particolare esistono profili in cui  $n_f - n_m = 2$  e  $n_f - n_m = 1$ . I primi richiedono rotorì considerevolmente più grandi per una data cilindrata. Questo accade, perché in una rotazione del rotore maschio, due delle cavità del rotore femmina sono non operative e non prendono parte ai processi di compressione o di aspirazione per la stessa cilindrata.

### 1.6.7 Numero di lobi e rigidità del rotore

La rigidità del rotore è un parametro importante dato che essa può limitare la massima pressione di funzionamento della macchina. Poiché la rigidità è strettamente legata alla profondità delle scanalature sui rotorì, i profili con  $n_f - n_m = 2$ , il rotore femmina è quasi uguale, nelle dimensioni, al rotore maschio e quindi intrinsecamente più rigido.

### 1.6.8 Numero di lobi e velocità sulla luce di scarico

La velocità sulla luce di scarico generalmente diminuisce all'aumentare del numero di lobi. Questo significa che le perdite sulla luce di scarico sono più alte per i profili nei quali il numero di lobi è inferiore. Inoltre, alle più alte velocità periferiche dei rotorì, dove le perdite sulla luce di scarico diventano significative, i profili con un minore numero di lobi avranno prestazioni peggiori.

### 1.6.9 Combinazione tra i lobi dei rotorì

I profili con una differenza dei lobi pari ad "1" hanno, anche se marginalmente, migliori prestazioni rispetto a quelli che hanno una differenza dei lobi di "2", questo per tutte le velocità periferiche dei rotorì. Sulla base di esperimenti ed analisi [12] è stato dimostrato che i profili con un rapporto tra i lobi di 5/6 hanno tutti gli attributi per essere una buona combinazione di lobi, in termini di prestazioni, robustezza e dimensioni. Le prestazioni dei profili con combinazione di lobi 3/4 ad alte velocità periferiche possono essere considerevolmente migliorate operando sull'anticipo di apertura della luce di scarico. Però, ciascun caso dovrebbe essere ottimizzato in accordo con la specifica applicazione.

### 1.6.10 Angolo di avvolgimento (wrap angle)

La diminuzione dell'angolo di avvolgimento del rotore maschio ha due effetti: la dimensione della luce di scarico aumenta e la costante di sovrapposizione delle scanalature (overlap) diminuisce. Quando l'angolo di avvolgimento diventa grande, i blowholes si espandono e la luce di scarico si contrae. Pertanto, i trafilamenti interni di massa i quali ricircoleranno nelle

## Capitolo 1. Introduzione

scanalature dei rotori aumenteranno e la resistenza al flusso attraverso la luce di scarico diventerà più grande. E' evidente che la coppia indicata incrementa come l'angolo di avvolgimento diventa più piccolo, corrispondentemente ad un incremento delle perdite per trafilamenti. Il rendimento volumetrico della macchina non varia molto al variare dell'angolo di avvolgimento. Però, il rendimento adiabatico diminuisce come l'angolo di avvolgimento diminuisce, perché angoli di avvolgimento più piccoli significa effettuare la fase di compressione del gas in un angolo di rotazione del rotore maschio inferiore e quindi in modo più repentino, quindi con maggiori perdite.

### 1.6.11 Rapporto lunghezza/diametro rotore (L/D ratio)

I meriti relativi ad uguali o diversi diametri dei rotori sono principalmente una funzione di considerazioni di fabbricazione piuttosto che di progettazione. Solo i profili con differenza del numero dei lobi di "2" possono essere praticamente fatti per avere diametri uguali dei rotori. Questo costringe il costruttore a scegliere grandi addendum sul rotore femmina, il quale generalmente porta al risultato di avere elevate aree dei blowholes. Piccoli rapporti L/D significa grandi diametri dei rotori per una data cilindrata e più grandi aree dei trafilamenti (leakages). Adottando velocità periferiche maggiori, le aree di questi trafilamenti assumono minore influenza e le prestazioni per tutti i rapporti di L/D tendono a raggrupparsi assieme, in modo asintotico. Rapporti di L/D tra 1.65 e 1.80 hanno mostrato le migliori prestazioni globali per i compressori a doppia vite.

### 1.6.12 Anticipo sull'apertura della luce di scarico

Un metodo per migliorare le prestazioni è aprire la luce di scarico prima, per esempio per ridurre il built-in pressure ratio, ossia il rapporto tra le pressioni minima e massima raggiunte dalla macchina. Questo ha l'effetto di incrementare la dimensione della luce di scarico (perché apre prima) a fronte di una spesa per la ricomprensione dei flussi che ritornano indietro dall'ambiente di scarico. Però, ad alte velocità periferiche dei rotori, l'inerzia del gas tende a far superare questo inconveniente del riflusso indietro e si possono ottenere significativi miglioramenti sulle prestazioni della macchina. L'ottimo valore del rapporto delle pressioni (optimum built-in pressure ratio) ed altri parametri come l'angolo di apertura della luce di scarico sono funzione della forma del profilo, del numero di lobi, dell'angolo di avvolgimento e del rapporto L/D della macchina. Poi, è necessario determinare il valore di ottimo dell'angolo di apertura della luce di scarico in accordo con la forma del profilo e con le condizioni di funzionamento della macchina.

### 1.6.13 Profili simmetrici ed asimmetrici

Negli ultimi anni ci sono stati notevoli sviluppi sui profili dei rotori. I rotori che adottano profili simmetrici sono prevalentemente usati nei compressori a doppia vite operanti a secco (oil free). Questi profili spesso adottano per la loro geometria archi di cerchio, che in

generale, portano ad avere elevate aree dei blowholes. E' da tenere presente, che è sempre desiderabile che il profilo del rotore conduca ad avere le più piccole aree di trafilamento, in particolare quelle inerenti ai blowholes. I compressori a doppia vite che utilizzano iniezione di olio sono progettati universalmente con profili dei rotori di tipo asimmetrico. Infatti, questi tipi di profili hanno linee di tenuta più corte ed aree dei blowholes più piccole.

### 1.7 PARAMETRI DI PRESTAZIONE

Un funzionamento efficiente di un compressore a vite dipende principalmente da un corretto dimensionamento del rotore come discusso precedentemente. Un importante requisito per un corretto dimensionamento di un compressore sta nell'abilità di riuscire a predire con accuratezza gli effetti dei diversi parametri di progetto sulle prestazioni finali della macchina. Il profilo ottimale del rotore, la portata di olio iniettato e la sua temperatura potrebbero differire anche significativamente quando si comprimono gas di diversa natura e quando si opera con o senza iniezione di olio. E' difficile calcolare le prestazioni di queste macchine utilizzando semplicemente i principi della termodinamica, perché i fenomeni di miscelamento dell'olio con il gas compresso sono alquanto complicati. Tutti i metodi di selezione attualmente disponibili sono basati su dati empirici derivati da numerosi test svolti su banchi di prova ad anello chiuso. Il funzionamento di qualsiasi compressore richiede come input del lavoro meccanico. La maggior parte di questo lavoro meccanico è eventualmente convertito in energia interna del gas e del eventuale fluido iniettato sotto forma di calore, principalmente questo calore deriva dal processo di compressione, ma anche dagli attriti meccanici ed aerodinamici risultanti dal funzionamento della macchina.

La potenza ed il rendimento volumetrico di un compressore dipendono dalla temperatura di ingresso del gas e dall'eventuale refrigerante usato. Il rendimento volumetrico principalmente dipende dai trafilamenti interni e dalle condizioni di ingresso del gas e del fluido iniettato. Anche se non sono presenti pistoncini, valvole od il volume morto a fine compressione che influenzano (penalizzano) il grado di riempimento, le perdite dovute ai trafilamenti lungo i rotori rivestono un ruolo importante. Infatti, il gas che trafila all'indietro verso l'aspirazione (o verso la camera in fase di aspirazione) non solo occupa spazio, ma si trova anche ad una temperatura maggiore rispetto all'aria aspirata. E' ovvio che i giochi tra i rotori e tra i rotori e l'housing sono importanti nel minimizzare o contenere i trafilamenti tra le camere del compressore. A tal proposito, basti pensare che un incremento dei giochi di 0.01 mm porta ad un decremento del rendimento volumetrico di circa 1%. La dimensione della vena di fluido iniettato (generalmente olio o fluido refrigerante, talvolta acqua) gioca anch'essa un importante ruolo nelle prestazioni della macchina.

Il diametro del rotore maschio e la sua velocità di rotazione determinano la velocità periferica della vite (tip speed). Esiste un valore di ottimo per questa velocità periferica tale per cui si raggiunge la massima efficienza della macchina e cioè è vero per ogni built-in

## Capitolo 1. Introduzione

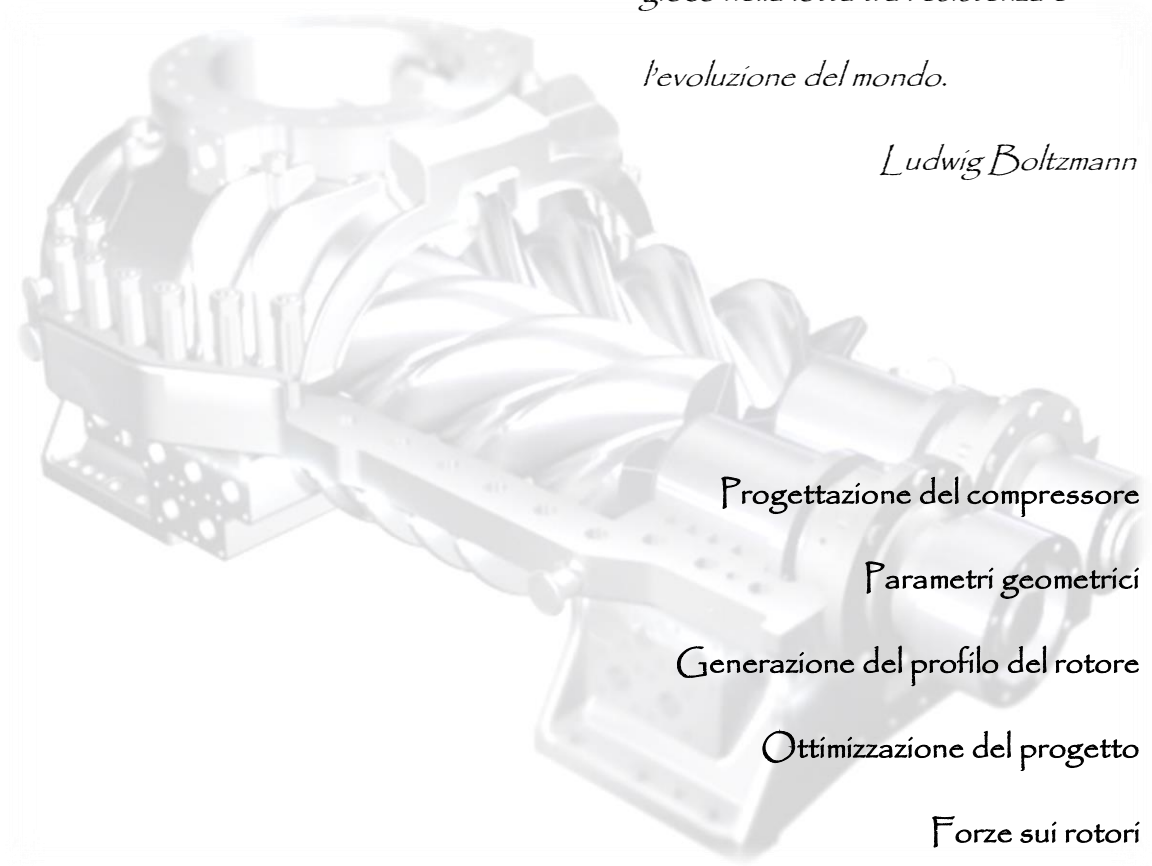
volume ratio. Quando la velocità di rotazione del rotore viene incrementata mantenendo costante il suo diametro, il volume di gas spostato nell'unità di tempo aumenta e le perdite per unità di volume di gas diventano relativamente più piccole. Poiché le perdite per attrito e la turbolenza aumentano con la velocità di rotazione, ne consegue che l'efficienza adiabatica diminuisce. La relazione tra la lunghezza dei rotori ed il diametro del rotore maschio, in particolare il loro rapporto, ha influenza sul rendimento del compressore. In particolare, nel caso si adottino elevati rapporti delle pressioni (built-in pressure ratio), la sezione della luce di scarico diventa molto piccola e rotori più corti danno meno perdite di carico sulla luce di scarico. Va inoltre detto, che la forma della sezione trasversale del rotore assume considerevole importanza ai fini del grado di riempimento raggiunto dalla macchina. Inoltre, nei compressori con built-in volume ratio fisso, il processo di compressione finisce sempre nello stesso punto, indipendentemente dalla pressione di linea, proprio perché quando lo spazio tra i lobi viene in contatto aperto con la luce di scarico, il gas fuoriesce dalla camera del compressore.

# Capitolo 2

## REVISIONE DELLA LETTERATURA

*Energia disponibile, ecco  
l'oggetto principale che c'è in  
gioco nella lotta tra l'esistenza e  
l'evoluzione del mondo.*

*Ludwig Boltzmann*



Progettazione del compressore

Parametri geometrici

Generazione del profilo del rotore

Ottimizzazione del progetto

Forze sui rotori

Prestazioni

Previsione delle prestazioni

Analisi termica

Iniezione di olio e trasmissione del calore

Flussi e trafiletti

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

Intorno al 1928, sono state sviluppate da parte di Nahuse dell'università di Tohoku, Giappone e dall'ingegnere russo Novikov, alcune teorie degli ingranaggi applicabili alla compressione del gas. Queste teorie, però, non venivano praticamente usate nella tecnologia dei compressori, almeno fino a quel momento. Il primo compressore fu inventato da Lyshom nel 1934 ed era principalmente sviluppato da SRM (Svenska Rotor Maskiner AB) della Svezia. I compressori Lyshom, i quali avevano una combinazione dei lobi 3/3, venivano prodotti nel 1934. Dal 1937, erano stati sviluppate macchine con combinazione dei lobi 4/6 e nel 1938 tali compressori venivano prodotti in collaborazione con James Howden & società (company) di Glasgow, Scozia. Dalla fine degli anni '50, questi compressori cominciarono a ricevere le prime applicazioni pratiche per l'uso industriale. L'ingegnere scozzese Duncan Laing alla James Howden & company ha testato il funzionamento del primo compressore a vite nel 1955.

Nel 1960 fece la sua prima comparsa il compressore a doppia vite, il quale forniva alte capacità con dimensioni e costi ridotti, assieme alla possibilità di operare con alti rapporti di compressione, fatto che ha permesso di impiegare sistemi di compressione single stage e basse temperature di refrigerazione richieste. Più recentemente, ci sono state e c'è molta attività di ricerca alla City University of London ([www.city.ac.uk](http://www.city.ac.uk)) sui metodi per migliorare la progettazione dei rotori così come nell'ambito del rendimento volumetrico e nell'efficienza adiabatica. Nonostante la rapida crescita nell'uso dei compressori a vite, la conoscenza pubblica delle basi scientifiche sul loro dimensionamento è ancora limitata. In questo capitolo, sono state revisionate pertinenti letterature in materia, con particolare attenzione alla progettazione ed alle prestazioni di queste macchine.

Modellazione matematica, validazione sperimentale, progettazione dei componenti critici, progettazione completa della macchina, in particolare dei rotori a vite, lo sviluppo del prodotto, strumenti di progettazione computerizzati avanzati, processo di modellazione della macchina, 2D e 3D fluidodinamica computazionale, tecniche sperimentali moderne, acquisizione computerizzata dei dati, ottimizzazione del rotore e del compressore sono tutte fasi essenziali e necessarie per un appropriato sviluppo dei compressori a vite [13], [14], [15]. Vari profili di rotore dei compressori a vite possono essere convenzionalmente realizzati oggi con piccoli giochi e costi economici contenuti, inoltre i trafilamenti interni sono stati ridotti ad una piccola frazione dei loro modelli precedenti.

Le macchine a vite sono ad oggi usate per differenti applicazioni, sia come compressori sia come espansori, anche accoppiati [14]. Essi operano con una grande varietà di fluidi di lavoro. Infatti, il fluido di lavoro può essere un gas, un vapore secco o una miscela multifase con cambio di fase che prende posto nella macchina. Queste macchine possono operare, durante la fase di compressione, con iniezione di olio oppure con altri fluidi iniettati, come acqua o refrigeranti, o funzionare anche a secco. Nel campo dell'aria compressa e della compressione del gas, queste macchine a vite stanno continuamente sostituendo i compressori alternativi e quelli a vani e si sta verificando anche un notevole incremento delle sue applicazioni anche nel campo della refrigerazione.



## Capitolo 2. Revisione della letteratura

Indagini comparative tra compressori rotativi ed alternativi sono state presentate da Kaiser [16] e da Villadsen [17]. Nelle loro investigazioni sperimentali, diversi compressori rotativi ed alternativi di capacità comparabili sono stati analizzati sulla base delle loro perdite meccaniche e termodinamiche. Gli autori hanno spiegato le differenze ed hanno concluso che entrambi i tipi di compressori volumetrici hanno i loro meriti, e che si completano a vicenda nella misura in cui essi possono essere spesso combinati in un unico impianto per ottenere la massima efficienza dall'installazione sotto condizioni operative variabili. Diverse modalità operative dei compressori a doppia vite sono state spiegate da Sjöholm [18], il quale ha concluso che i compressori a vite potrebbero essere adattati ad ogni specifica esigenza senza perdere le sue favorevoli caratteristiche, quali quelle di una macchina pesante dalle elevate prestazioni.

### 2.1 PROGETTAZIONE DEL COMPRESSORE

La progettazione dei compressori a vite è gradualmente evoluta attraverso la storia e la tendenza è stata quella di realizzare piccole macchine, in grado di incontrare e soddisfare le prestazioni richieste. Ciò significa che le velocità periferiche dei rotori (rotor tip speed) erano le più alte possibili con i limiti imposti dai materiali e dalle esigenze di efficienza. Ove possibile, dovrebbero essere impiegati cuscinetti a rotolamento invece dei cuscinetti portanti, perché permettono di adottare giochi più piccoli tra i componenti della macchina. Analogamente le luci di ammissione ed emissione devono essere fatte il più grandi possibile in modo da minimizzare la velocità di attraversamento del gas, durante l'aspirazione e lo scarico, con conseguente riduzione delle perdite di carico (perdite di pressione). La posizione sul casing del compressore dell'ugello per l'iniezione dell'olio lubrificante viene messo nel punto in cui i calcoli termodinamici mostrano che la temperatura del gas e la temperatura dell'olio iniettato coincidono. Per minimizzare le perdite nel flusso in corrispondenza della luce di aspirazione e di scarico, la luce di aspirazione dovrebbe essere posizionata nell'housing del compressore in modo da lasciar entrare il gas con il minor numero di curve possibili e con la velocità di avvicinamento mantenuta bassa, ciò può essere ottenuto facendo una sezione della luce il più grande possibile. La dimensione della luce di scarico viene determinata una volta stimato il built-in volume ratio richiesto per avere le prestazioni termodinamiche ottimali. Il casing della macchina dovrebbe essere accuratamente dimensionato per minimizzare il suo peso, contenendo barre di rinforzo in corrispondenza della luce di aspirazione per migliorare la sua rigidità alle pressioni più alte. Bennewitz [19] suggerisce un metodo completo per la progettazione, produzione e controllo di qualità usando la fabbricazione assistita al computer.

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

### 2.1.1 Parametri geometrici

La geometria del rotore di un compressore a vite gioca un ruolo cruciale sulle sue prestazioni e sulla sua progettazione. Per una data applicazione, ci sono diverse possibilità di progettazione, ma normalmente, solo poche di esse possono adeguatamente soddisfare i requisiti base di affidabilità, alte prestazioni e bassi costi. Il profilo del rotore non riguarda solo le prestazioni e la distribuzione di coppia tra i rotori, ma anche i carichi assiali e radiali. I parametri geometrici importanti di un compressore e la loro influenza sulle prestazioni sono state studiate da Tang, Sjöholm e Singh [20], [21], [22].

Zhang e Hamilton [23] hanno studiato gli effetti delle principali caratteristiche come l'andamento della curva di volume relativa alla compressione, la lunghezza della linea di tenuta, l'area delle scanalature dei rotori, l'angolo di avvolgimento e l'area dei blowholes. Modelli matematici di questi parametri sono stati formulati per sviluppare software di produzione dei compressori. Tang e Fleming [20] hanno studiato gli effetti dell'area relativa dei blowholes e della lunghezza relativa della linea di contatto sulle prestazioni ed hanno suggerito alcuni metodi per l'ottimizzazione geometrica di questi parametri.

Singh e Bowman [12] hanno esaminato gli effetti di alcuni dei parametri geometrici come il numero dei lobi, l'angolo di avvolgimento, il rapporto  $L/D$ , l'anticipo di apertura della luce di scarico per una particolare forma del profilo. Gli autori hanno prestato più attenzione sugli aspetti fondamentali del processo di progettazione di queste macchine. Sono stati creati un certo numero di progetti e le loro dimensioni sono state normalizzate al diametro del rotore maschio, avente combinazione 5/6 di lobi, con identica cilindrata per unità di rivoluzione per tutti i tipi di rotori impiegati. Gli autori hanno poi applicato la modellazione matematica generalizzata per calcolare le caratteristiche geometriche ed hanno presentato i risultati. E' stato osservato da questi risultati che il contatto o la lunghezza della linea di tenuta tra i rotori incrementava fortemente con il numero di lobi, la quale ha un effetto avverso sulle prestazioni a basse velocità periferiche del rotore ed a altri rapporti di pressione.

Uno studio parametrico sulle prestazioni di un compressore a doppia vite per la refrigerazione è stato effettuato da You, Tang & Fleming [24] per la geometria del rotore ottimale per le quattro principali e più usate combinazioni dei lobi e cinque differenti rapporti  $L/D$  e angoli di avvolgimento. Le quattro combinazioni di lobi considerate nello studio erano 4/5, 4/6, 5/6, 5/7; il rapporto  $L/D$  variava in un range di 1.0 a 2.2, mentre l'angolo di avvolgimento in un range da  $250^\circ$  a  $300^\circ$ . Oltre ai parametri di prestazione, erano inclusi anche fattori come la flessione del rotore, carichi sui cuscinetti e loro vita utile e le forze di contatto scambiate tra i rotori. E' stata discussa l'influenza dei parametri geometrici ed è stato suggerito e presentata la scelta di ottimo relativa alla combinazione di questi parametri. La flessione del rotore femmina è stata anch'essa calcolata, dato che risulta parecchie volte più grande di quella del rotore maschio, poiché presenta una minore rigidità dovuta al maggior numero di scanalature. Era stato trovato che la combinazione 4/5 era un'eccellente scelta dato che presentava le più piccole dimensioni ed il minor peso,

mentre la combinazione 5/6 aveva la minor coppia in ingresso. I risultati, però, mostravano che queste due combinazioni avevano delle relativamente elevate flessioni dei rotori, se comparate con le altre due combinazioni, ossia la 4/6 e la 5/7. Gli autori avevano concluso che le combinazioni 4/6 e 5/7 erano le migliori scelte per le applicazioni con alti rapporti delle pressioni. Inoltre, la combinazione 5/6 mostrava un relativamente più alto rendimento isoentropico per rapporti  $L/D$  superiori a 1.7. La combinazione 5/7 mostrava che le prestazioni per questa configurazione erano molto vicine a quella della combinazione 5/6 per rapporti  $L/D$  sopra 1.7 e che la loro flessione era molto più piccola come in Figura 24. Era stato concluso che la combinazione 5/6 dei lobi è più appropriata per rapporti  $L/D$  superiori a 1.7, particolarmente per le applicazioni con alti rapporti di pressione.

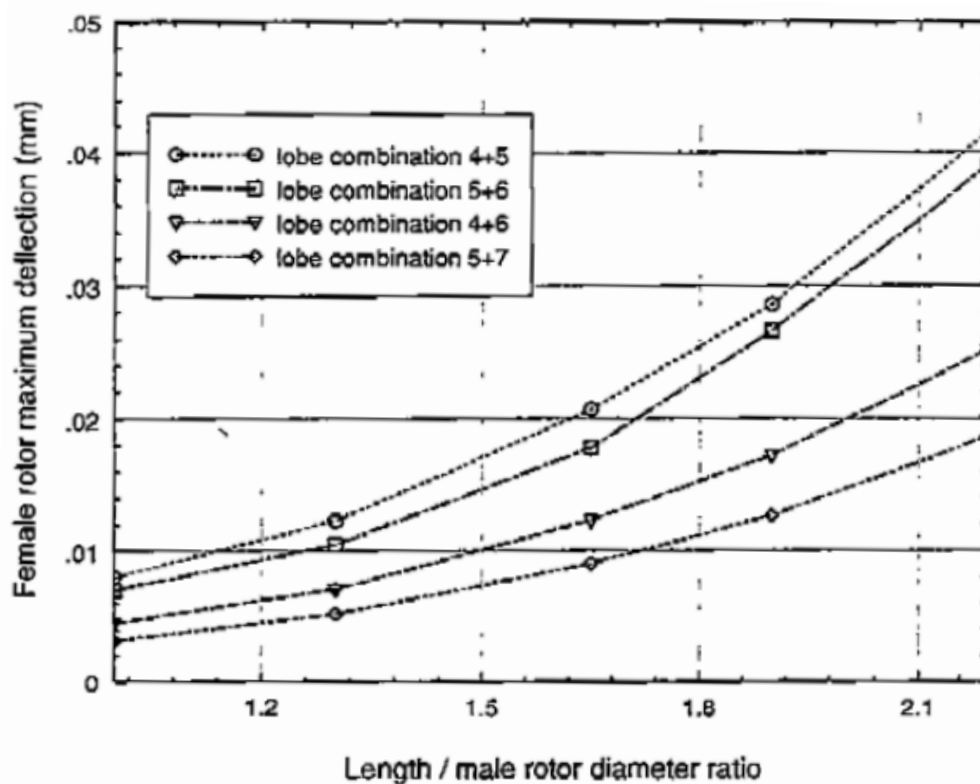


Figura 24 Variazione della flessione del rotore femmina con il rapporto  $L/D$  [24].

### 2.1.2 Generazione del profilo del rotore

Qualsiasi processo di progettazione può essere reso più affidabile con una modellazione matematica e la simulazione numerica. Con il progredire dei mezzi computazionali, la prototipazione è stata ridotta al minimo. La progettazione dei compressori a vite è interattiva e le misurazioni delle prestazioni del compressore possono essere comparate con quelle ottenute in anticipo dalle simulazioni. Di solito questo viene raggiunto testando un sistema prototipo e modificando il disegno finché non si ottengono risultati soddisfacenti.

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

Un compressore a vite efficiente necessita di un profilo del rotore il quale abbia un'elevata sezione trasversale al flusso, corte linee di tenuta e piccole aree dei blowholes, per raggiungere più alte portate volumetriche per la stessa dimensione del rotore e della velocità di rotazione. Corte linee di tenuta e piccoli blowholes riducono i trafilamenti nella macchina. Possiamo dire che, più alti flussi e trafilamenti in massa più piccoli incrementeranno il rendimento volumetrico della macchina. Questo, a sua volta, incrementa l'efficienza adiabatica, perché meno potenza viene sprecata per la compressione del gas trafilato, il quale è ricircolato internamente. Una fabbricazione di questi compressori con tolleranze ristrette di lavorazione permettono ai rotori di avere giochi più piccoli, nonostante ci sia la possibilità di iniettare olio in camera di lavoro, ma dall'altra parte fanno sì di aumentare la probabilità che avvenga un contatto diretto tra i rotori. Infatti, l'insorgenza di elevate forze di contatto tra essi, può portare alla loro deformazione, in particolare del rotore femmina con possibili fenomeni di usura o grippaggio. Quindi, il profilo dovrebbe essere progettato in modo da eliminare il rischio di grippaggio.

Relativamente poche pubblicazioni sono disponibili sulla progettazione dei compressori a vite dato che la loro fabbricazione su larga scala è iniziata solo nei primi anni settanta come il risultato dell'introduzione del profilo "A" della compagnia Svedese SRM.. Arbon [1] ha dedicato il suo libro esclusivamente ai compressori a doppia vite e alle loro applicazioni, ma con dettagli limitati. Xing ha pubblicato un libro completo su questi compressori, però è scritto in lingua cinese ed non è generalmente disponibile fuori dalla Cina. Solo recentemente, Stosic, Smith & Kovacevic [15] hanno pubblicato un libro sottolineando e mettendo a fuoco la modellazione matematica e le prestazioni riguardo a questi compressori.

La pratica comune per la generazione dei profili dei rotori è quella di creare un profilo primario di uno dei due rotori e conseguentemente generare il corrispondente profilo secondario con un appropriato criterio di coniugazione dei profili. Qualsiasi curva può essere utilizzata come primaria, ma tradizionalmente la circonferenza è la più comunemente usata. Gli svantaggi dei metodi classici di generazione dei profili è che essi richiedono uno sforzo significativo nella scelta di curve originali e l'effetto delle modifiche nella progettazione non può essere facilmente previsto. Zaytsev & Ferreira [25] hanno proposto un metodo di generazione dei profili basato sulla linea di ingranamento (meshing line). Il metodo è analiticamente derivato basandosi su il sistema della linea di contatto, sulle relazioni di trasferimento delle coordinate dei rotori accoppiate con le condizioni di ingranamento. Il metodo è tale che, non appena si ottiene la soluzione della condizione di ingranamento, entrambi i profili dei rotori sono automaticamente generati.

Stosic & Hanjalic [26], [27], [28], [29] hanno presentato un algoritmo generale per la generazione del profilo dei rotori e relativi alla geometria della macchina. Il metodo è comodo per la progettazione dei rotori così come per il miglioramento di rotori esistenti. E' stata anche inclusa la procedura basata sulla cremagliera, capace di generare i moderni profili dei rotori (utilizzato in questa tesi per generare i profili dei due rotori). Il principale vantaggio dell'algoritmo giace nella sua semplicità e nella sua capacità di consentire agli

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

ingegneri meccanici ordinari di creare una varietà di profili, un privilegio che era precedentemente condiviso solo da un limitato numero di specialisti esclusivi. La condizione di giunzione è stata risolta numericamente, introducendo così una varietà di curve ad arco primarie, diverse dalla semplice circonferenza. L'approccio ha semplificato la procedura di progettazione, in quanto solo gli archi primari necessitano di essere dati, mentre quelli secondari vengono automaticamente generati.

Singh & Onuschak [30] hanno sviluppato una rapida, flessibile e completa tecnica assistita al computer per analizzare i metodi di generazione dei profili dei rotori dei compressori a doppia vite. La forza di questo metodo si trova nella riduzione del tempo preso dal processo totale dalla generazione del profilo alla predizione delle prestazioni. Questo potente strumento di generazione del profilo può essere usato in vari modi. E' stato fondamentale per inventare ed analizzare interamente nuovi profili e modificare quelli già esistenti per soddisfare particolari applicazioni, ottimizzando i parametri geometrici delle macchine e per comprendere l'importanza di differenze aree di dispersione e perdita di potenza. E' stato anche usato per la generazione di dati di input, come la lunghezza della linea di contatto e l'area dei blowholes per i programmi di previsione delle prestazioni.

Il diagramma di flusso della sequenza del programma utilizzato per la generazione del profilo è mostrato in Figura 25.

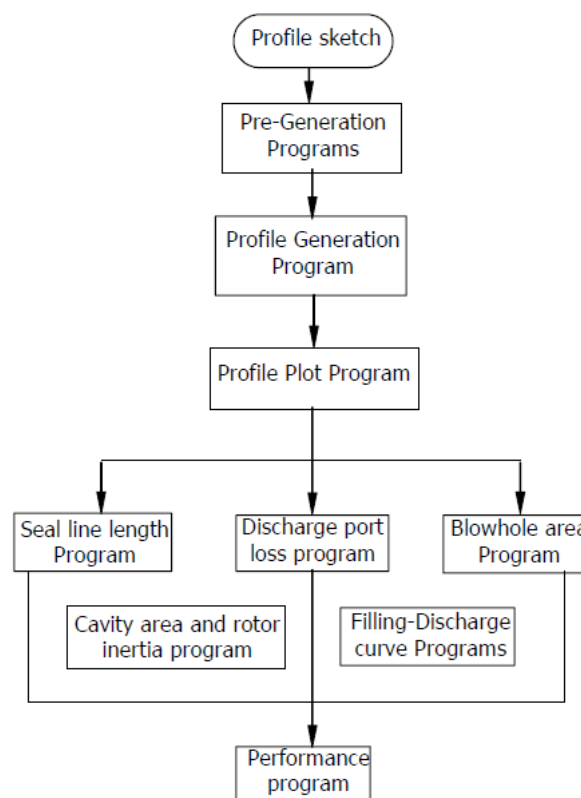


Figura 25 Diagramma di flusso del programma al computer per generare il profilo della vite [30].

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

Il modello è stato usato molte volte con successo per tutti i tipi di applicazioni, tra cui l'analisi e la valutazione. I tipi di profilo indagati avevano un largo range di forme, numero di lobi maschio/femmina da 3/4 a 6/8, angoli di avvolgimento da 150° a 350°, rapporti L/D da 0.8 a 2 e built-in pressure ratios da 4 a 10.

Nuovi disegni dei profili dei rotori sono stati introdotti [31] considerando i moderni concetti di progettazione come grandi aperture della luce di aspirazione ed anticipo di apertura della luce di scarico assieme con migliorati sistemi di supporto dei cuscinetti e specifiche di tenuta per massimizzare il rendimento della macchina. Prototipi di compressori sono stati testati dagli autori e confrontati con i migliori compressori attualmente disponibili sul mercato. La massima misura di potenza specifica in ingresso ad una pressione di consegna di 8 bar era 5.6 Kg/(m<sup>3</sup>/min), il quale era inferiore al valore pubblicato per ogni altro compressore equivalente fabbricato a quel tempo.

McCreath, Stosic, Smith & Kovacevic [32] hanno pubblicato un documento che descrive lo sviluppo di due compressori a vite *oil-free* ad alta efficienza per la consegna di aria secca. Il loro progetto era basato sull'uso di un profilo 3/5 utilizzando il metodo della generazione della cremagliera. Le dimensioni e la velocità ottimale del rotore, assieme alla forma e posizione delle luci di aspirazione e scarico, erano determinate con il modello matematico. Il modello teneva pienamente conto delle limitazioni imposte dalla scelta dei cuscinetti e dalle tenute richieste per massimizzare la resistenza e l'affidabilità. Xing, Peng & Shu [33] svilupparono un pacchetto software per progettare i compressori a doppia vite. Questo pacchetto era usato per calcolare il profilo del rotore, le caratteristiche geometriche, le prestazioni termodinamiche, le forze scambiate tra i denti del rotore, per la forma del rotore e dell'utensile intagliatore (cutter). Il programma includeva un'interfaccia utente semplice ed un potente programma di post processing. Lo stesso pacchetto era stato usato per il miglioramento delle prestazioni di macchine già esistenti.

I rotori elicoidali dei compressori a vite presentano problemi nella loro fabbricazione abbastanza impegnativi. Questo a causa dei complessi profili ed alle strette tolleranze necessarie per farli ingranare con i minimi giochi durante il loro funzionamento per ottenere le efficienze richieste. I rotori possono variare il rapporto L/D, avere rapporti tra i diametri del rotore maschio e femmina differenti, così come differenti rapporti tra i lobi maschio/femmina, profili differenti ed una serie di altri parametri. Mould, Richmond & Thrall [34] hanno presentato un metodo che procedesse direttamente da una descrizione analitica del profilo ad un modello matematico attraverso il quale, un utensile intagliatore computerizzato utilizzando una contornatura a controllo numerico con un accuratezza e ripetibilità di 1  $\mu\text{m}$ , eseguisse la lavorazione. Queste persone hanno presentato un metodo per la descrizione dei percorsi degli utensili nelle macchine CNC, con la teoria matematica utilizzata nel disegno delle frese.

Zhou [35] ha sviluppato un metodo di disegno assistito al computer per la generazione del profilo, plottaggio della linea di contatto, generazione di diagrammi della distribuzione della

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

pressione, calcolo dell'area dei blowholes, calcolo e plotting del profilo dell'utensile fresa da utilizzare. Xing, Deng & Shu [36] hanno introdotto un nuovo approccio teorico ed applicazione pratica dei sistemi CAD per l'ingranamento dei rotori dei compressori a doppia vite. Esso comprende le procedure per il calcolo dei parametri geometrici dei rotori, simulazione dei processi di lavoro del compressore ed ottimizzazione dei parametri di progetto. Il processo di progettazione è stato usato per determinare la fabbricazione ed i parametri di funzionamento per diversi compressori ad aria e refrigerativi.

La progettazione computerizzata, la generazione del profilo e la simulazione dell'ingranamento dei rotori è stata fatta da Faydor & Feng [37]. Essi hanno ricercato l'influenza di disallineamenti sui giochi tra le superfici e fatto la sintesi per le superfici dei rotori con due linee di contatto per evitare singolarità. I trafilamenti di fluido attraverso la linea di contatto tra due superfici elicoidali coniugate sono la principale preoccupazione in termini di efficienza della macchina. Per caratterizzare la forma geometrica del percorso di questi trafilamenti e per trovare la linea di contatto, un'analisi del raggio medio completo di curvatura (ACRC) è stata proposta da Xiao ed altri [38], [39]. Un approccio numerico è stato pertanto sviluppato, il quale è adatto per l'implementazione sui micro computer ed usato come una parte del CAD e del pacchetto di analisi delle prestazioni dei compressori.

### 2.1.3 Ottimizzazione del progetto

Un continuo aumento della domanda per compressori a vite efficienti richiede che i disegni siano fatti su misura per far fronte ai vari doveri, capacità e capacità di produzione. Un'adatta procedura per l'ottimizzazione della forma dei compressori a vite, delle dimensioni e dei parametri operativi richiede di essere sviluppata, la quale condurrà verso i più appropriati disegni per un dato scopo del compressore. Una tecnica di ottimizzazione è stata sviluppata [40] e applicata alla progettazione di compressori a doppia vite per la refrigerazione. Gli autori hanno anche misurato i parametri operativi così come i parametri del rotore e del compressore come ad esempio: l'angolo di avvolgimento, il rapporto  $L/D$  e le specifiche della valvola di by-pass. You, Tang & Fleming [41] hanno dato particolare attenzione al range dell'angolo di cresta del rotore maschio e all'addendum del rotore femmina, dato che questi parametri hanno un'influenza più grande rispetto a tutti gli altri parametri, come per esempio i parametri di punta del rotore per disegnare l'ottima punta del lobo del rotore. Xing, Wu & Shu [42] hanno svolto ricerche sulla progettazione di compressori refrigerativi di nuova generazione. Il profilo del rotore ed altri parametri di progettazione erano ottimizzati con l'aiuto del pacchetto software SCCAD, vedi Figura 26.

Stosic et al [28], [31], [43], [44] hanno effettuato la progettazione di una famiglia di efficienti compressori a doppia vite ad iniezione di olio usando un pacchetto software il quale include quasi ogni aspetto di profilazione del rotore, termodinamica del compressore e di modellazione geometrica con la possibilità di trasmettere in uscita i parametri calcolati direttamente dentro un sistema di disegno CAD. Essi hanno anche progettato una famiglia



## Capitolo 2. Revisione della letteratura

di profili di rotori altamente efficienti basati sul metodo della generazione della cremagliera (rack-generated profiles) come mostrato in Figura 27, i quali possono essere usati per rimpiazzare i profili standard asimmetrici.

E' stata sviluppata dagli autori l'ottimizzazione di un compressore monostadio, *oil-free* o ad iniezione di olio per la compressione dell'aria e per applicazioni di refrigerazione , come mostrato nella Figura 28. Questi profili sono confrontati nella Tabella 1.



Figura 26 Schermata principale del pacchetto software SCCAD.

Fig.1 Symmetric circular profile

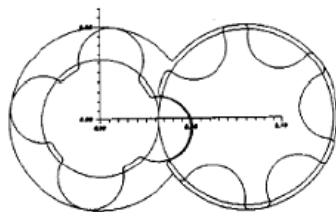


Fig.4 'N' 3-5 Profile

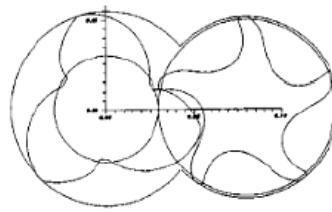


Fig.2 SRM 'C' Profile

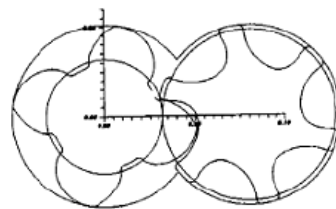


Fig.5 Optimized 'N' 5-6 Profile

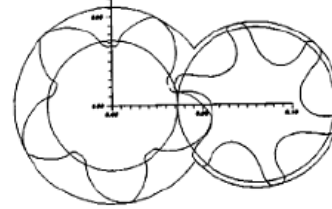


Fig.3 Optimized 'N' 4-6 Profile

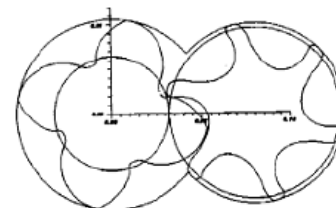


Fig.6 Optimized 'N' 5-7 Profile

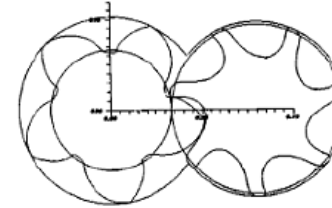


Figura 27 Disegni di profili ottimizzati di un compressore a doppia vite [28].

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

I risultati dell'ottimizzazione multivariabile, i profili calcolati del compressore e i parametri di progettazione devono, però, essere considerati con estrema attenzione. Questo perché, l'ottimizzazione multivariabile di solito trova solo minimi locali, i quali potrebbero non necessariamente corrispondere alla miglior ottimizzazione globale della macchina. Pertanto, sono stati fatti calcoli estesi da Stosic et al [44] prima che fosse presa la decisione finale sul disegno del compressore.

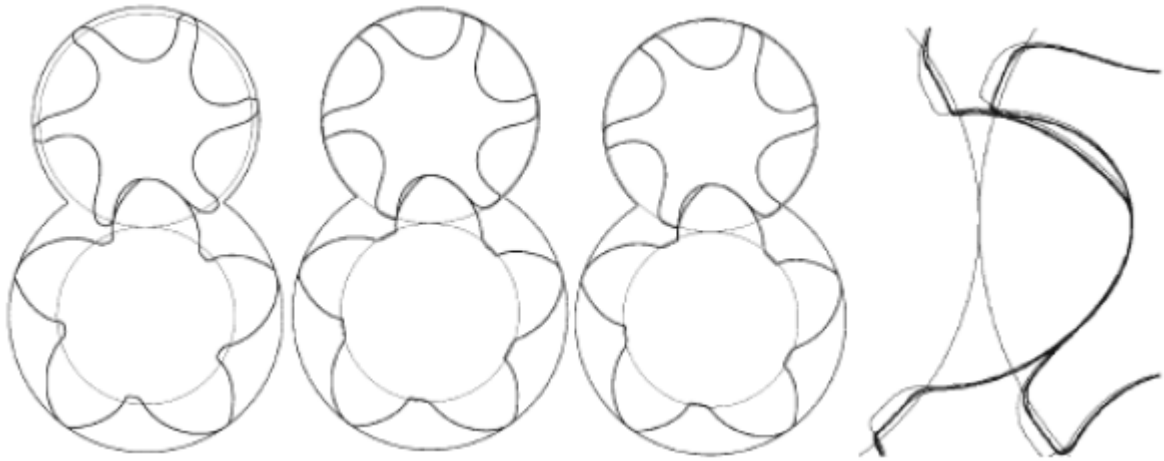


Figura 28 Profili di rotore ottimizzati per compressori a secco e ad iniezione di olio per applicazioni di refrigerazione e compressione di aria [44].

Parameters	Dry air	Oil-flooded air	Refrigeration
$r_0$ [mm]	2.62	0.74	0.83
$r_1$ [mm]	19.9	17.8	19.3
$r_2$ [mm]	6.9	5.3	4.5
$r_3$ [mm]	11.2	5.5	5.2
Built-in volume ratio	1.83	4.1	3.7
Rotor speed [rpm]	7560	3690	3570
Oil flow [lit/min]	-	12	8
Injection position [°]	-	65	61
Oil temperature [°C]	-	33	32

Tabella 1 Risultati del calcolo di ottimizzazione per compressori a secco ed a iniezione di olio, per applicazioni di refrigerazione e compressione dell'aria [44].

### 2.1.4 Forze sui rotori

I rotori dei compressori a vite sono normalmente sottoposti a carichi di pressione gravosi. I rotori, così come i loro cuscinetti devono soddisfare i requisiti di rigidità ed elasticità per garantire un affidabile funzionamento del compressore. I cuscinetti che supportano i rotori sono essenzialmente considerati essere ideali, imponendo condizioni al contorno di semplice supporto. Alcuni studi sulla dinamica del rotore hanno mostrato che il sistema di supporto dei rotori è, in qualche misura, controllata dai cuscinetti che supportano il rotore. Pertanto, è importante studiare le prestazioni dinamiche del sistema di supporto dei compressori a vite per garantire un funzionamento sicuro e di lunga durata. Il sistema a cuscinetti portanti dei compressori a vite è stato numericamente analizzato da Stosic & Hattori [45], [46], [47]. E' stata descritta la procedura analitica per la stima dell'affidabilità e per ottimizzare il disegno dei cuscinetti.

#### (i) Forze di contatto

Zhou et al [48] hanno presentato un metodo migliorato per determinare le forze assiali e radiali applicate all'elica dei rotori per i compressori destinati alla refrigerazione. La forza assiale consiste di due parti: la forza applicata sulle facce finali e trasversali dei rotori e la forza applicata sulle superfici elicoidali delle viti. Anche la forza radiale consiste di due parti: la forza applicata ai segmenti senza contatto e la forza applicata ai segmenti con contatto. Gli autori hanno usato i risultati per supportare la progettazione e la rigidità di calcolo. La procedura di computazione e plotting include la generazione del profilo, le curve di distribuzione della pressione, le curve di ingranamento e di contatto tra i rotori. Le forze assiali e radiali ottenute con un prototipo di compressore sono state acquisite e confrontate con i risultati sperimentali. Il miglioramento della metodologia di calcolo delle forze sui rotori derivata da Zhou et al ha le seguenti caratteristiche di velocità, flessibilità ed accuratezza nel visualizzare i risultati. Questa tecnica assistita al computer è stata usata per differenti profili dei rotori e per differenti refrigeranti con differente rating. Studi sperimentali sul rumore e vibrazioni dei compressori oltre alla distribuzione delle forze statiche è stata presentata da Fujiwara et al [49].

Adams & Soedel [50] hanno presentato un modello classico per il calcolo delle forze di contatto tra i rotori. I carichi di compressione sono stati incorporati con le forze di contatto per determinare i carichi sui cuscinetti. Il modello di nuova concezione permette solo un grado di libertà rotazionale per ogni rotore. Le equazioni sono state risolte usando l'algoritmo di integrazione per le equazioni differenziali di Runge-Kutta con il tempo come variabile indipendente e la posizione angolare del rotore le velocità come variabili dipendenti. La simulazione è stata implementata con un tipico settaggio dei parametri del compressore e sono state calcolate le forze sui cuscinetti. I risultati indicano, che le forze di compressione dominano rispetto alle forze di contatto sulla risultante della forza applicata ai cuscinetti.

### (ii) Forze sui cuscinetti

Uno studio recente [50] ha mostrato che i carichi di compressione dominano le forze sui cuscinetti in confronto alle forze di contatto tra i rotori. Il modo più semplice per calcolare i carichi di compressione è di utilizzare alcune delle assunzioni [48] per semplificare la complessa geometria del profilo del rotore. Dato che i carichi di compressione dipendono principalmente dal profilo del rotore e dalle pressioni all'aspirazione ed allo scarico, questa semplificazione influenza, ovviamente, l'entità dei carichi di compressione calcolati.

You et al [51] hanno presentato una suite di programmi, la quale fornisce un metodo generalizzato per il calcolo dei carichi sui cuscinetti di un compressore a vite. Il metodo si basa sull'analisi delle caratteristiche geometriche ed incorpora un programma di predizione delle prestazioni il quale può gestire differenti profili del rotore, disegni delle luci, mezzi di lavoro e condizioni operative. Tutti i fattori che influenzano i carichi sui cuscinetti sono stati presi in considerazione incluse le forze di contatto sul rotore, le forze assiali a causa dei trafilamenti di gas attraverso le facce terminali delle viti e la descrizione delle forze di pressione del gas sulla superficie elicoidale delle stesse. Tipici risultati dei carichi sui cuscinetti sono stati presentati nella Figura 29 e Figura 30 come funzione dell'angolo di rotazione del rotore maschio.

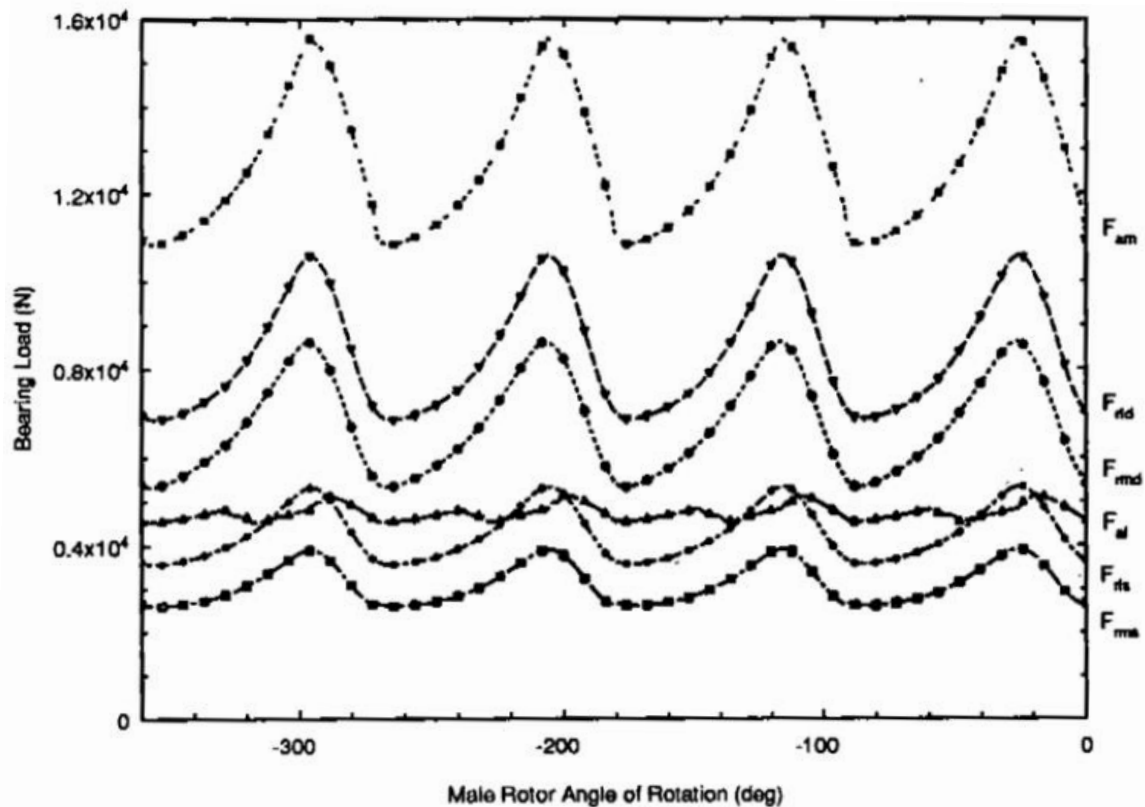


Figura 29 Variazione dei carichi sui cuscinetti al variare dell'angolo di rotazione del rotore maschio [51].

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

Studi sulla dinamica del rotore hanno dimostrato che il comportamento di un sistema di supporto del rotore è, in qualche misura, controllata dai cuscinetti che supportano il rotore.

Carichi oscillanti sui cuscinetti si verificano anche in assenza di vibrazione del rotore a causa di vari effetti. Adams et al [52], [53], [54] hanno presentato un metodo numerico per il calcolo dei carichi di compressione attraverso l'integrazione delle forze di pressione sulle superfici dei rotori. In aggiunta, è stato sviluppato al fine di analizzare le vibrazioni ed il rumore, un modello dinamico di un compressore supportato da due cuscinetti cilindrici a rulli e da un cuscinetto a quattro punti di contatto. La compressione induce dei carichi sui cuscinetti del rotore i quali cambiano a seconda delle condizioni operative della macchina. Gli autori hanno sviluppato una procedura generalizzata per il calcolo dei carichi di compressione basati sulla geometria del profilo del rotore e sulle pressioni all'aspirazione e sul lato scarico, la quale si conclude con una mappatura della superficie 3D del rotore dentro una regione 2D.

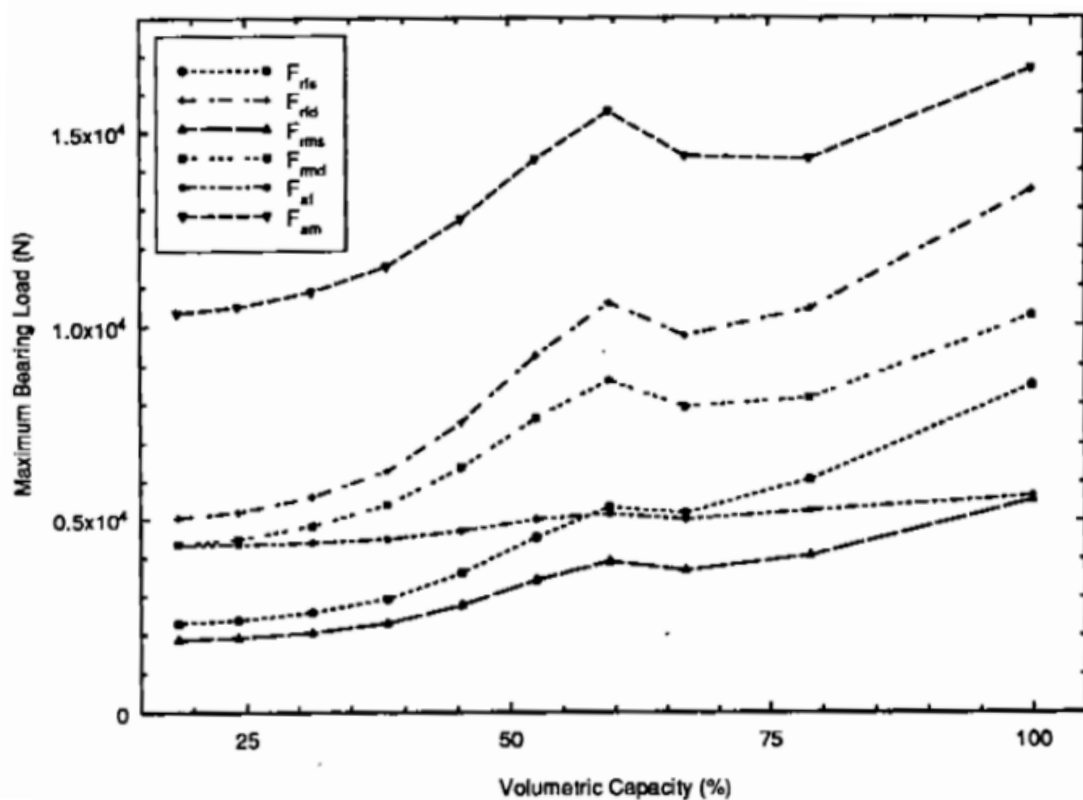


Figura 30 Variazione del massimo carico sui cuscinetti con la capacità volumetrica [51].

### 2.2 PRESTAZIONI

Essendo una macchina volumetrica, un compressore a vite ha una caratteristica di prestazione (curva caratteristica della macchina) simile a quella dei compressori alternativi. L'intero volume di gas viene scaricato dopo la compressione, perché non ci sono spazi morti nella camera di lavoro. Lo spazio interlobare di un compressore a vite corrisponde al volume spazzato da un compressore alternativo. I progettisti di compressori spesso predicono le prestazioni di macchine con differenti dimensioni ma di tipo simile o appartenenti alla stessa famiglia. Le macchine hanno essenzialmente le stesse condizioni operative (processo di aspirazione, compressione e scarico). Però, esse potrebbero differire nella cilindrata. Ovviamente, il test per la valutazione delle prestazioni di vari compressori di una data famiglia è un processo costoso e dispendioso. Generalmente, vengono impiegati programmi di analisi delle prestazioni per predire ed ottimizzare le prestazioni, prima di intraprendere costosi programmi di test.

L'analisi del comportamento del compressore in funzionamento a carico parziale sono state facilitate dai recenti progressi nella modellazione matematica e nella simulazione al computer. In questo modo, il precedente approccio di analisi ed ottimizzazione, che prevedeva noiose prove e test dell'errore è stato eliminato. Come risultato, la progettazione dei sistemi di controllo del flusso nei compressori a vite è sostanzialmente evoluto nel corso degli ultimi anni ed è probabile che conduca ad ulteriori miglioramenti nelle prestazioni del sistema in un prossimo futuro. Nella maggior parte dei sistemi di refrigerazione il carico varia significativamente durante il funzionamento. Per ottenere le prestazioni ottimali dei sistemi, i compressori devono essere azionati in modo efficiente in un'ampia gamma di carichi e per lunghi periodi. Il controllo della capacità è uno dei più importanti aspetti nel funzionamento di un compressore in queste condizioni. Stosic et al [55] hanno modellato dei metodi per ottenere questa parzializzazione del carico, attraverso la variazione della velocità dell'albero, limitazione all'aspirazione e variazione del volume di aspirazione utilizzando un meccanismo a valvola a cassetto (slide valve mechanism). Analisi di controllo della capacità sono state effettuate su compressori a vite con profili del rotore del tipo 5/6 e 5/7 'N' per compressori ad aria e nella refrigerazione.

Strategie di controllo della capacità del compressore vengono intraprese per minimizzare il consumo di energia. Ci sono diversi metodi per il controllo della capacità di una macchina. Un metodo di controllo della capacità consiste nella modulazione della larghezza di impulso ed è stato analizzato per un singolo compressore e per una cascata di compressori da Alyokhin et al [56]. Questo tipo di metodo per il controllo della capacità, usando un modello matematico ed un sistema elettronico di controllo, ha comportato un considerevole risparmio di energia negli impianti di refrigerazione. E' anche stato studiato il comportamento del compressore in differenti condizioni operative da Alyokhin, Sjolholm & Sauls [56], [57], [58] usando vari metodi di controllo della capacità.

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

### 2.2.1 Previsione delle prestazioni

La modellazione numerica è un effettivo modo per ridurre i costi sperimentali nella ricerca e nello sviluppo. La modellazione delle prestazioni e la simulazione di un compressore rotativo è stata sviluppata da parecchi autori [59], [60], [61], [62], [63], [64], [65], [66], [67], [68], [69], [70] per predire dettagliatamente il comportamento con sufficiente precisione e per investigare sulla dipendenza dei parametri di prestazione dai fattori di progetto.

Barblik et al [60] hanno sviluppato un programma al computer per compressori a secco il quale fornisce un veloce, semplice ed accurato ambiente di modellazione ed analisi delle loro prestazioni. Il modello matematico fornisce un singolo database per le prestazioni, ottimizzazione dei parametri di progetto ed analisi statistica il quale è stato usato per lo sviluppo di un compressore. Analisi delle prestazioni dei compressori sono state discusse in dettaglio da Fujiwara et al [67], [68], [69]. I coefficienti di flusso e di scambio termico richiesti per la simulazione al computer sono stati ottenuti sperimentalmente ed usati nella simulazione numerica. I coefficienti di flusso richiesti sono stati calcolati dalle curve di efficienza-entità dei giochi. Singh & Patel [70] hanno pubblicato un programma al computer, del tutto generale, per predire le prestazioni dei compressori a vite. Esso include tutti i trafilamenti, perdite viscosive di taglio, raffreddamento dell'olio e le perdite all'aspirazione e scarico. Xiao & Sangfors [71], [72] hanno presentato un modello matematico che prendeva in considerazione gli effetti delle proprietà di un gas reale, il quale prediceva gli effetti dei fattori come i trafilamenti di gas, trasferimento di calore tra gas ed olio e la resistenza al flusso sulla luce di scarico sulle prestazioni del compressore.

Peng et al [73] hanno presentato un documento sulla geometria base e sul coinvolgimento delle caratteristiche per il profilo del rotore. Sono stati generati due tipi di nuovi profili, sono stati derivati tutti i parametri caratteristici dei profili dei rotori ed i parametri di costruzione sono stati ottimizzati. Il fenomeno di compressione dell'olio si verifica in due posizioni nei compressori convenzionali e questo porta alla degradazione del loro rendimento isoterma. Kishi et al [74] hanno sviluppato un nuovo profilo del rotore della vite ed un nuovo lubrificante per evitare questi fenomeni di compressione dell'olio, sopra citati.

Nel passato, i parametri di prestazione dei compressori erano calcolati dai dati sul loro funzionamento al variare della velocità di rotazione e del rapporto di pressione, da far combaciare con il built-in pressure ratio. Tuttavia, poiché non era pratico per misurare l'aumento di pressione nelle scanalature, questo metodo non era utile per studiare il profilo dei denti o per migliorare le luci di aspirazione e scarico. Kivotada [75] ha analizzato le prestazioni del compressore basandosi sul diagramma indicatore ed ha determinato le condizioni all'interno delle scanalature. Un piccolo sensore di pressione era stato messo dentro il dente del rotore e sul lato scarico del rotore femmina. Il cambiamento di pressione nelle scanalature era misurato dal punto di mezzo del processo di aspirazione fino al completamento dello scarico del gas. Per un ciclo della macchina venivano ricavati i diagrammi indicati dai quali veniva calcolata la potenza della macchina ed analizzate le sue prestazioni. In risposta alle richieste di applicazione pratica, Zhang et al [76] hanno effettuato



## Capitolo 2. Revisione della letteratura

una serie di tests sulle prestazioni di compressori a doppia vite con  $3.5 \text{ m}^3/\text{min}$  di aria secca consegnata alle condizioni di scarico sotto vari parametri di funzionamento. Hanno anche studiato diversi parametri di base del compressore a vite con l'aria come fluido di lavoro e presentato molte nuove idee nel disegno di queste macchine.

### 2.2.2 Analisi termica

Il processo di compressione in un compressore a vite è di solito descritto da un set di relazioni algebriche ottenute attraverso l'integrazione delle equazioni di continuità, momento ed energia. Il disegno ottimale è sensibile alla corretta selezione dei parametri di progetto e di funzionamento i quali governano la termodinamica ed i processi di flusso all'interno della macchina. Olio ed altri fluidi possono essere iniettati in queste macchine, ma possono essere compressi anche vapori umidi. Sotto queste circostanze, il processo di compressione è meglio descritto dall'utilizzo di un sistema aperto, il quale copre le fasi di ammissione, scarico ed eventuali trafilamenti all'esterno, per esempio dai cuscinetti di banco. Il modello matematico fornisce un'equazione per il volume istantaneo di funzionamento della macchina, dato in funzione dell'angolo di rotazione del rotore maschio o del tempo, assieme alle equazioni differenziali per la conservazione della massa e dell'energia.

Modelli matematici e simulazioni al computer per il funzionamento di queste macchine hanno ormai raggiunto un tale stadio, che gran parte del processo tradizionale che prevedeva metodi con la verifica dell'errore commesso e prove sperimentali, (quest'ultime ancora largamente utilizzate nell'industria dei compressori) non vengono più utilizzati. Ci sono stati molti approcci alla modellazione termodinamica dei compressori a vite. La modellazione del processo di compressione può essere effettuata sotto una varietà di geometrie dei rotori, di settaggi della luce di scarico, variando i giochi tra rotore ed housing della macchina ed iniettando liquidi diversi, come olio, fluidi refrigeranti od acqua. Le opzioni possibili per i giochi sono la loro variazione della distanza tra rotore ed housing, la variazione dei giochi tra i rotori lungo la loro lunghezza, i giochi tra la valvola parzializzatrice ed i rotori ed infine i giochi tra i piatti di aspirazione e scarico e la superficie trasversale delle viti. Le opzioni sulle luci includono luci separate per lo scarico radiale e/o assiale con geometria calcolata in funzione dello specifico built-in volume ratio adottato ed aggiustamento automatico della geometria della luce radiale per i sistemi che prevedono la valvola di parzializzazione del carico.

Mark et al [59] hanno adottato la modellazione e la simulazione di compressori rotativi per studiare la sensibilità delle prestazioni ai parametri di progetto con sufficiente precisione. Sauls [77] ha sviluppato un sistema di modellazione termodinamica completa per i compressori frigoriferi. Egli ha suggerito una combinazione di metodi analitici e sperimentali che conducono ad un completo modello termodinamico con particolare enfasi ai metodi analisi di assemblaggio ed ispezione sperimentale per determinare gli effettivi giochi presenti nella macchina testata.

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

Le superfici che racchiudono la cavità di compressione nella macchina sono: le superfici cilindriche dell'housing, i piatti di scarico e di aspirazione e le superfici elicoidali dei rotori. Il processo di scambio termico tra il gas e le superfici di questa cavità è complesso, non solo perché l'estensione della superficie cambia in funzione dell'angolo di rotazione, ma anche perché la sua posizione di scambio termico varia spazialmente. Un modello matematico che descrive l'interazione termica tra il gas sotto compressione ed i rotori è presentato da Ignatiev et al [78]. Nel precedente modello sono incluse le simultanee influenze delle caratteristiche fisiche e geometriche delle viti, delle fasi di lavoro della macchina, delle proprietà termofisiche del fluido, dell'influenza dei diversi parametri di funzionamento e delle analisi di distorsione termica dei rotori.

Alday & Hood [61] hanno presentato un modello matematico completo con dei programmi al computer. Il loro modello prevede un veloce, semplice ed accurato ambiente per la modellazione ed analisi delle prestazioni termodinamiche di un compressore a vite. Il programma fornisce un singolo database per l'ottimizzazione delle prestazioni e l'analisi statistica che può essere usato per lo sviluppo di nuovi compressori. Wu et al [79] hanno proposto un nuovo modello matematico per la generazione dei diagrammi indicati per i compressori frigoriferi. Sono stati presi in considerazione, sia simultaneamente che separatamente gli effetti dei trafilamenti interni, dell'iniezione di olio, dello scambio termico gas-olio, delle proprietà del refrigerante e del funzionamento anche a carico parziale della macchina. Questo modello è stato verificato sperimentalmente attraverso la raccolta di dati sperimentali attraverso i quali è stato creato un diagramma p-V. Haugland [80] ha sviluppato un sistema di indicazione della pressione per monitorare la stessa in differenti punti della cavità del compressore, permettendo la verifica del modello di simulazione precedente.

Stosic et al [81], [82], [83] hanno descritto un modello numerico della termodinamica e dei flussi all'interno di queste macchine, il quale è valido per il funzionamento sia dei compressori che come espansori. Esso include l'uso di equazioni di conservazione della massa e dell'energia per il volume istantaneo di gas intrappolato dentro la macchina, prendendo in considerazione i trafilamenti di fluido, l'iniezione di olio od altri fluidi, il trasferimento di calore e proprietà reali del fluido.

### 2.2.3 Iniezione di olio e trasmissione del calore

Le prestazioni del compressore sono influenzate dal refrigerante e dal tipo di lubrificante usato. L'efficienza termodinamica del processo di compressione dipende grandemente dal calore trasmesso tra olio e gas. I compressori a vite ad iniezione di olio, impiegano una relativamente elevata massa di olio iniettato per lubrificare il moto dei rotori, sigillare i gaps e ridurre l'incremento di temperatura conseguente al processo di compressione. Il trasferimento di calore tra olio e gas si verifica soprattutto per convezione. Il coefficiente di scambio termico è funzione dei parametri di iniezione. Per accrescerlo, la dimensione caratteristica della gocciolina di olio dovrebbe essere il più piccola possibile [15].

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

Per questo scopo, l'olio dovrebbe essere atomizzato in piccole goccioline attraverso la generazione di olio spray. Il tempo di residenza di queste goccioline nelle cavità del compressore dipende dalla velocità di rotazione dei rotori ed è generalmente misurata in millisecondi. Pertanto è essenziale avere una chiara comprensione del processo di iniezione dell'olio.

Singh & Phillips [84] hanno sviluppato un modello matematico per calcolare la quantità di calore trasferito tra olio e gas assumendo che l'olio sia iniettato in forma di goccioline sferiche non intersecanti tra loro. Essi hanno calcolato le traiettorie di queste goccioline a partire dal punto di iniezione fino a dove esse colpiscono la superficie in movimento dei rotori. Gli autori hanno usato il modello per calcolare l'effetto dello scambio termico sulle prestazioni ed hanno suggerito alcune linee guida per accrescere tale scambio termico tra olio e gas.

Stosic et al [85], [86], [87] hanno pubblicato alcuni risultati di modellazione matematica e indagini sperimentale sull'iniezione di olio e della sua influenza sul processo termodinamico nei compressori a vite. Il modello è stato successivamente applicato per analizzare gli effetti delle dimensioni delle goccioline di olio, della posizione sul casing della porta di iniezione dell'olio, del rapporto tra la massa del gas e dell'olio, della viscosità dell'olio e del tempo di ritenzione dell'olio nel volume di lavoro. Le prestazioni del compressore erano valutate da misurazioni, come la portata consegnata, la potenza assorbita, la potenza specifica così come dai valori istantanei di pressione e temperatura attraverso dei sensori posti in diverse ubicazioni per tutto il volume di lavoro attraverso i quali è stato ottenuto il diagramma indicato. Dopo l'analisi completa dell'influenza dei vari parametri, gli autori hanno ideato un nuovo sistema di ugello più efficiente.

Negli ultimi venti anni, sono apparse un buon numero di pubblicazioni riguardanti la modellazione teorica dei compressori a vite principalmente incentrata sulla simulazione dei processi termodinamici all'interno del volume di lavoro. Sebbene alcuni studi sperimentali sono stati condotti per verificare i modelli matematici, i documenti basati totalmente sugli studi sperimentali che conducono ad una migliore comprensione dei processi di iniezione di olio e dei suoi effetti sulle prestazioni sembrano essere pochi. Peng et al [88] hanno studiato il fenomeno dell'iniezione dell'olio per fornire una migliore comprensione sulle prestazioni dei compressori sperimentalmente. E' stato registrato ed analizzato il diagramma p-V di un compressore prototipo, fatto funzionare in diverse condizioni operative. Utilizzando un sistema di misurazione laser, gli autori hanno visualizzato lo spray atomizzato dell'olio iniettato ed hanno studiato gli effetti su di esso al variare di alcuni parametri. L'osservazione della distribuzione dell'olio dentro la camera di lavoro di un compressore modello, ha fornito preziose informazioni. E' stato osservato che molte goccioline di olio volano all'interno della camera di lavoro. E' stato anche osservato che una pellicola sottile di olio è sempre presente sulle superfici dei rotori e che è presente una voluminosa schiuma di olio nella camera.

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

Hammerl et al [89] hanno esaminato diverse tecniche di iniezione dell'olio dove l'olio veniva iniettato attraverso ugelli dentro la porta di aspirazione del compressore. Essi hanno concluso che una più fine atomizzazione del getto di olio, conduce ad un incremento della superficie delle goccioline di olio la quale incrementerà la velocità di trasferimento di calore tra olio e gas. Sangfors [90] ha studiato gli effetti dei parametri di iniezione dell'olio sulle prestazioni dei compressori. Il suo modello includeva l'evaporazione del liquido, trafiletti bifase sonici e supersonici, trasmissione di calore tra liquidi, gas e metallo, fenomeni di flash del gas disciolto e perdite per attrito con le parti in movimento a causa della viscosità del liquido.

Sjoholm & Glenn [91], [92] hanno analizzato le prestazioni di compressori a vite che funzionavano con una famiglia di lubrificanti complessi (esteri) e con HCFC-22 e HFC-134<sup>o</sup> come fluidi di lavoro. Le prestazioni dei compressori erano misurate con una combinazione di: con R-22 e polialfaolefine (PAO) e R-22/lubrificante estere complesso. Gli autori hanno osservato che l'utilizzo del lubrificante estere complesso è il più adatto per compressori che funzionano con R-22, con olio limitatamente raffreddato o con l'iniezione di liquido refrigerante. Hanno anche osservato che il lubrificante estere complesso è superiore al PAO per piccoli rapporti di pressione della macchina.

Il livello di inondazione di olio, l'iniezione di liquido refrigerante, la carica di vapore dall'economizzatore, le caratteristiche dei refrigeranti ed il grado di parzializzazione della macchina sono stati studiate simultaneamente da Tang & Fleming [93]. Lo sviluppo dell'iniezione di acqua nel funzionamento dei compressori a vite [94], [95] per la consegna di aria priva di oli lubrificanti per pressione superiori a 9 bar in un singolo stadio sono state dimostrate con successo e sono stati trovati anche soluzioni ai problemi come per esempio, problemi di lubrificazione, isolamento olio-aria, selezione dei materiali da costruzione e depositi di solidi dentro le zone di compressione della macchina. Ducruet et al [96] hanno applicato due differenti modalità di raffreddamento ed hanno poi condotto tests sui compressori a vite per la refrigerazione.

Il rapporto delle pressioni in un singolo stadio, durante il funzionamento del compressore senza iniezione di olio, è limitato dalla deformazione dei rotori a causa dell'aumento della temperatura. Il raffreddamento dei rotori riduce questa deformazione. Stosic et al [46] hanno suggerito una nuova procedura per stimare e controllare la trasmissione del calore nei rotori attraverso l'iniezione di piccole quantità di liquido volatile. David & Anthony [97] hanno impiegato tre differenti tecniche di raffreddamento: iniezione di liquido refrigerante, termosifone ed iniezione di olio. Per i compressori a vite hanno dimostrato che il sistema ad iniezione di olio è leggermente migliore rispetto agli altri due. Un banco prova [98] è stato costruito per valutare le prestazioni di tipi diversi di atomizzatori per l'iniezione di olio. Esperimenti al banco prova hanno mostrato che abbassando il diametro delle goccioline di olio di ha come risultato un aumento considerevole nella trasmissione del calore tra gas ed olio. E' stato concluso che temperature dell'olio iniettato inferiore danno migliori risultati

che cambiando (aumentando) la portata volumetrica dell'olio, la quale produce dei miglioramenti modesti.

### 2.2.4 Flussi e trafilamenti

Al fine di minimizzare le perdite di carico sulla luce di aspirazione, essa dovrebbe essere posizionata sull'housing del compressore in modo che il gas che vi entra incontri il minor numero di curve possibili e che la velocità di avvicinamento fosse mantenuta bassa, ciò è possibile realizzando un'area della luce il più grande possibile. La dimensione della luce di scarico è determinata facendo una stima del built-in volume ratio richiesto per l'ottimo termodinamico delle prestazioni della macchina. La maggior parte del lavoro fatto sui trafilamenti di gas in un compressore è basato su modelli monodimensionali quasi stazionari.

La forma e la posizione delle luci di aspirazione e scarico influenza le perdite dinamiche. La posizione dell'ugello di iniezione dell'olio e la quantità di olio iniettato dentro la camera di lavoro influenza sia la temperatura di uscita sia la potenza consumata. Le perdite dinamiche sul flusso aspirato nella camera di aspirazione è un fattore significativo per la riduzione dell'efficienza della macchina, ma può solo essere stimata approssimativamente durante la progettazione del compressore a causa dei semplificati metodi di analisi usati nella gestione e considerazioni di questi effetti.

Oggi, la fluidodinamica computazionale è utilizzata nelle analisi delle prestazioni per valutare la velocità, la pressione, temperatura e la concentrazione dei campi dentro il compressore in un modo che è molto più accurato di come veniva fatto in precedenza. Stosic et al [99] hanno applicato questa tecnica per disegnare la luce di aspirazione con le minime perdite di carico. La funzione della luce di scarico nei compressori a vite è quella di fornire una via di uscita al gas ed all'olio dalle scanalature dei rotori. Il rapporto tra il volume delle scanalature occupato dal gas all'inizio del processo di scarico ed il volume totale delle scanalature, dà il rapporto di volume del compressore, ossia il built-in volume ratio. Un errore nel calcolo di questi volumi condurrà ad un errore nel calcolo del rendimento volumetrico e dell'efficienza adiabatica. Sjöholm & Muralidhar hanno pubblicato un documento [100] sulla misurazione della luce di scarico assiale e della sua tolleranza geometrica ed hanno suggerito un metodo per minimizzare le perdite su questa luce.

Anche in assenza di valvole, il flusso attraverso le porte di aspirazione e di scarico di un compressore a vite sono di natura oscillatoria ed influiscono sulle prestazioni della macchina. Koai & Soedel [101], [102] hanno analizzato le curve del volume e dell'area della luce basandosi sui profili dei rotori e su altri dati geometrici. Le condizioni del gas e delle portate volumetriche attraverso le luci erano determinate, su un ciclo termodinamico della macchina, dall'analisi termodinamica dei fenomeni di flusso attraverso le luci di aspirazione e scarico comprese le condizioni di sotto e sopra pressione.

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

I trafilamenti sono generalmente considerati essere una delle maggiori sorgenti di perdita di efficienza nei compressori a vite. I giochi sui rotori sono i principali responsabili dei trafilamenti. I giochi devono essere minimizzati per ottenere un elevato rendimento volumetrico. Il gas che trafila all'indietro verso il lato aspirazione della macchina, non solo occupa spazio, ma si trova anche ad una temperatura più elevata. E' ovvio che le tolleranze di lavorazione sui rotori e sulle superfici cilindriche dell'housing sono veramente importanti. Un incremento della tolleranza di 0.01 mm porta ad un incremento dell'1% delle perdite volumetriche [103]. Le dimensioni della vena di olio gioca anch'essa un importante ruolo.

Gli attuali profili dei rotori dei compressori ed i loro giochi nell'accoppiamento hanno un grande effetto sul rendimento volumetrico e sul rumore prodotto dalla macchina. Misure dinamiche su un coppia di rotori in relazione al processo di lavorazione ed analisi del profilo del rotore, inclusi i giochi di accoppiamento, sono stati descritti in dettaglio da Xiong [104]. Prins & Ferreira [105], [106] hanno testato quattro tipi di modelli quasi-statici per i trafilamenti di gas i quali differiscono nella formulazione matematica e nella strategia risolutiva. Sfortunatamente, nessuno di questi modelli predice la portata massica con sufficiente precisione ed affidabilità, principalmente a causa della scarsa modellazione degli effetti viscosi. Hangiqi & Guanxi [107] hanno sviluppato un modello al computer considerando gli effetti della posizione della luce di scarico sulle prestazioni del compressore in diverse condizioni di lavoro della macchina.

Per il calcolo pratico degli effetti dei trafilamenti durante il processo di compressione è conveniente distinguere tra due tipi di trafilamenti in accordo con la direzione rispetto alla camera di lavoro: trafilamenti in guadagno e trafilamenti in perdita. I flussi dei trafilamenti in guadagno sono quelli che vanno dentro la cavità in compressione dall'ambiente di scarico e dalle camere di lavoro adiacenti che hanno una pressione superiore. I trafilamenti in perdita sono quelli che lasciano la camera verso l'ambiente di aspirazione o verso le camere adiacenti che si trovano ad una pressione inferiore.

I trafilamenti di gas o della miscela di olio, in caso di iniezione di olio, prendono posto attraverso i giochi tra i rotori, tra i blowholes ed i giochi tra i piatti (tappi) di aspirazione e di scarico e la superficie trasversale di testa delle due viti. Sulle punte dei lobi, i giochi si riempiono solo con olio a causa della forza centrifuga, quindi qui si verificano solo i trafilamenti di olio i quali possono essere calcolati usando le equazioni per i flussi viscosi incomprimibili attraverso un ugello [67]. L'ammontare dei trafilamenti di olio dipendono dai giochi tra la punta dei rotori e l'housing del compressore e dalla lunghezza della linea di tenuta. A sua volta, la lunghezza della linea di tenuta dipende dall'angolo di rotazione. Come il rotore inizia a ruotare, la lunghezza della linea di tenuta inizia a diminuire, come è meglio spiegato nel proseguo della tesi. Essa ha un valore massimo all'inizio della compressione e diventa zero quando il processo di scarico si è completato.

La presenza dei trafilamenti triangolari (blowholes) è un'inevitabile conseguenza della geometria dei profili dei rotori. Durante la compressione, due blowholes si vengono a

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

formare, uno chiamato leading blowhole, mentre l'altro lagging blowhole. Entrambi hanno la stessa sezione. I trafilamenti della miscela gas-olio dentro la camera di lavoro avviene dal leading blowhole ed escono attraverso il lagging blowhole. Sigh & Bowman [108] hanno presentato metodi analitici e sperimentali per calcolare l'area di questi blowholes ed hanno suggerito metodi per verificare i valori teorici. I valori misurati erano coerenti con i valori calcolati con una precisione del  $\pm 4\%$ . La linea di contatto tra le superfici elicoidali coniugate è una linea di tenuta che separa la camera in compressione e quindi a pressione maggiore da quella in aspirazione a pressione pressoché atmosferica. I trafilamenti di fluido attraverso questa linea di contatto sono la principale preoccupazione in termini di efficienza della macchina. Un'analisi completa del raggio di curvatura medio (ACRC) è stata proposta da Xiao & Liu [39], per caratterizzarne la forma geometrica ed il loro percorso. Per le analisi è stato sviluppato un approccio numerico. Esso è adatto per l'implementazione sui microcomputer ed è usato come parte dei sistemi CAD e dei pacchetti di analisi delle prestazioni.

I trafilamenti sono calcolati basandosi sull'assunzione che gas ed olio sono uniformemente miscelati e termicamente isolati dall'ambiente [71]. La portata massica dei trafilamenti della miscela gas-olio sono calcolati usando la formula standard per il flusso compressibile attraverso un ugello convergente. I coefficienti di flusso e di bloccaggio identificano gli effetti della viscosità del refrigerante e della funzione di tenuta che ha il lubrificante quando viene utilizzato. Le proprietà della miscela di gas ed olio che esce da vari percorsi di trafilamento e attraverso la luce di scarico deve essere nota a priori. In assenza di precisi dati termodinamici, esse sono di solito determinate attraverso il confronto con modelli teorici e dati sperimentali. Dal confronto con i tests di laboratorio, Sangfors [72] ha suggerito le seguenti assunzioni per i differenti tipi di percorsi seguiti dai trafilamenti:

- (i) La miscela gas-olio è omogenea in tutti i percorsi seguiti dai trafilamenti;
- (ii) Il rapporto tra la massa di gas ed olio attraverso tutti i percorsi dei trafilamenti ad eccezione dei trafilamenti sulle punte dei rotori (è presente solo olio), è lo stesso ed è uguale a quello assunto sulla luce di scarico.

Le portate dei trafilamenti erano calcolate sotto le due precedenti assunzioni. A causa della presenza dell'olio, l'esatta determinazione del rapporto dei calori specifici ( $\frac{c_p}{c_v}$ ) sembrava piuttosto difficile. Fujiwara & Osada [67] definirono un apparente rapporto dei calori specifici ed un valore modificato per la costante del gas e usarono questo escamotage nei loro modelli di simulazione.

L'area media dei trafilamenti è determinata moltiplicando la lunghezza della linea di tenuta per il gioco medio che assume ogni tipo di trafilamento [68]. Il valore medio del gioco è determinato dall'effettiva misura fatta sul compressore. I coefficienti di flusso allo scarico sono selezionati empiricamente per ogni tipologia di trafilamento, per gestire la presenza dell'olio. Il flusso della miscela di gas-olio attraverso i percorsi di trafilamento è in due fasi.



## Capitolo 2. Revisione della letteratura

L'esatta determinazione delle proprietà fisiche della miscela gas-olio è difficile. Basandosi su numerosi dati dei tests, Sangfors [72] ha determinato le proprietà della miscela gas-olio.

E' stato osservato che i trafilamenti di gas sono significativamente ridotti con l'iniezione di olio nel processo di compressione del gas. Anche incrementando la portata di olio iniettato e la velocità di rotazione del compressore si riducono i trafilamenti di gas nella macchina. Xiong & Xiao [109] hanno pubblicato una semplice ed efficace descrizione matematica per l'ottenimento dell'effettiva superficie di accoppiamento del profilo dei rotori. Con riferimento ad alcuni principi di base essi hanno calcolato gli effettivi giochi di accoppiamento tra i rotori in ingranamento.

Vimmer [110] ha suggerito le fasi essenziali per la simulazione numerica di un flusso inviscido comprimibile in un gap delle linee di tenuta del compressore partendo dalla descrizione di un modello matematico per la sua soluzione numerica finale. Per la soluzione del sistema, è stata usata la formulazione ai volumi finiti a cella centrata dello schema MacCormac a due passi esplicito con la dissipazione artificiale di Jameson. Zaytsev & Ferreira [111] hanno presentato un modello monodimensionale dei flussi dei trafilamenti per le due fasi di acqua-ammoniaca nei compressori a doppia vite. Il modello ha rappresentato le forze viscosse e di accelerazione sulla base di tre equazioni di conservazione e l'equazione di stato per la miscela omogenea di  $NH_3/H_2O$ . Le equazioni sono poi state risolte usando un metodo alle differenze finite. I risultati provenienti dalla risoluzione di queste equazioni erano usati per il calcolo dello sforzo di taglio e di attrito tra i rotori e l'housing del compressore. Il confronto tra il modello dei flussi dei trafilamenti proposto con i risultati ottenuti con un ugello isoentropico convergente hanno mostrato che quest'ultimo prevede portate massiche dei trafilamenti fino a due volte superiori.

Le perdite per trafilamento sono direttamente proporzionali alla loro area effettiva. Un metodo per determinare le varie perdite dei trafilamenti attraverso ogni percorso individuale in un ciclo completo della macchina è necessario per calcolare le perdite totali. Fleming & Tang [112] hanno costruito un modello matematico adatto al calcolo di questi trafilamenti. Sono state proposte tecniche di analisi per differenti velocità di rotazione e sono stati suggeriti metodi sperimentali per un disegno ottimizzato del compressore.

La progettazione dell'insieme rotori-housing è principalmente controllato da considerazioni sui trafilamenti interni (perdite interne). Una geometria ottimizzata del rotore ed una corretta scelta dei giochi, riducono le perdite per trafilamento. Per studiare l'influenza dei giochi sui rotori sull'efficienza del compressore, è stata fatta un'analisi di termofluidodinamica computazionale (CFD) usando il pacchetto FLUENT [113]. L'analisi è stata fatta per rotori statici in differenti posizioni. I risultati ottenuti hanno mostrato che la dimensione dei giochi e la geometria dei lobi dei rotori ha un effetto importante sui trafilamenti di gas e ha inoltre mostrato la distribuzione dei trafilamenti nei tre percorsi principali di perdita.

## Capitolo 2. Revisione della letteratura

Prins et al [114] hanno effettuato degli esperimenti sui trafilamenti su un compressore a doppia vite durante il suo funzionamento. Nel loro esperimento, è stato misurato il diagramma indicato per diverse dimensioni dei rotori e del gap della linea di tenuta. Lee et al [115] hanno analizzato numericamente le perdite e quindi poi le prestazioni di un compressore a vite, assumendo sul piano delle tenute che il flusso fosse turbolento e con iniezione di olio. Sono stati indagati gli effetti dei parametri come la velocità di rotazione, la velocità dell'iniezione, il rapporto dei giochi, l'angolo di iniezione e la posizione assiale della stessa sul modello di flusso e sulle prestazioni della macchina. Gli autori hanno concluso che con l'iniezione di olio, i trafilamenti di gas totali del gas compresso nella macchina, possono essere ridotti a livelli accettabili.

# Capitolo 3

## ANALISI DELLA GEOMETRIA DI UN COMPRESSORE A DOPPIA VITE

*O studenti, studiate le*

*matematiche, e non edificate  
senza fondamenti.*

*Leonardo Da Vinci*



Parametri geometrici di un compressore a doppia vite

Metodi convenzionali per la generazione del profilo del rotore

Metodo della generazione del profilo

Metodo di generazione del profilo con la cremagliera

Metodo del percorso di contatto

Superficie del rotore in tre dimensioni

Curva di tenuta tra i rotori (interlobe sealing line)

Volume della camera

Blowhole

Conclusioni

## Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

Nei compressori a doppia vite i parametri e le caratteristiche geometriche sono una parte dei dati in ingresso per un modello di simulazione. La geometria dei compressori a doppia vite è molto complicata rispetto alla maggior parte degli altri compressori. In questo capitolo, i parametri essenziali della geometria vengono prima descritti e poi vengono mostrati in dettaglio i principi di tre metodi convenzionali per la generazione dei profili dei rotori. Le principali proprietà geometriche, come per esempio il volume delle cavità del compressore, la linea di tenuta tra i rotori (interlobe sealing line), l'area dei blowholes, sono anche derivate dato che sono necessarie come dati di input nel modello di simulazione. Questi parametri e proprietà sono espressi come funzioni dell'angolo di rotazione del rotore maschio, per scopi di convenienza.

### 3.1 PARAMETRI GEOMETRICI DI UN COMPRESSORE A DOPPIA VITE

Prima della progettazione dei profili dei rotori, dovrebbero essere specificati diversi parametri essenziali al fine di decidere le dimensioni del compressore a doppia vite. La dimensione del singolo rotore, maschio o femmina, è definita dal suo diametro esterno, angolo di avvolgimento e lunghezza del rotore. La dimensione di un paio di rotori a vite è determinata dalla distanza tra i centri dei loro assi e dal numero di lobi di ogni rotore, nonché dai parametri geometrici utilizzati per definire la dimensione dei singoli rotori. Considerando la relazione di ingranamento per un rapporto di trasmissione costante, il set completo di parametri geometrici per descrivere la dimensione di un compressore a doppia vite include la distanza tra i centri tra gli assi dei rotori,  $D_{cc}$ , i raggi esterni del rotore maschio e femmina,  $r_{01}$  e  $r_{02}$ , il numero di lobi del rotore maschio e femmina,  $N_1$  e  $N_2$ , l'angolo di avvolgimento del rotore maschio,  $\tau_{w1}$  e la lunghezza del rotore,  $L_w$ . Con questi parametri predefiniti, alcune dimensioni possono essere valutate come segue:

$$r_{p1} = \left[ \frac{N_1}{N_1 + N_2} \right] D_{cc} \quad 3.1$$

$$r_{p2} = \left[ \frac{N_2}{N_1 + N_2} \right] D_{cc} \quad 3.2$$

$$a_1 = r_{01} - r_{p1} \quad 3.3$$

$$a_2 = r_{02} - r_{p2} \quad 3.4$$

$$\lambda = \tan^{-1} \left( \frac{L_{d1}}{2\pi r_{p1}} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{L_w}{\tau_{w1} r_{p1}} \right) \quad 3.5$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \lambda \quad 3.6$$

Dove  $r_{p1}$  e  $r_{p2}$  sono i raggi della circonferenza primitiva del rotore maschio e femmina rispettivamente,  $a_1$  e  $a_2$  sono gli addendums del rotore maschio e femmina,  $L_{d1}$  è una

### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

grandezza riferita al rotore maschio (specificata meglio successivamente) ,  $\lambda$  è l'angolo di conduzione del rotore e  $\beta$  è l'angolo dell'elica del rotore. Alcuni rimanenti parametri del rotore femmina sono definiti sulla base del rapporto di trasmissione costante  $m_{12}$ , che c'è tra i due rotori, ed è definito come segue:

$$m_{12} = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \left| \frac{\phi'_1}{\phi'_2} \right| = \frac{N_2}{N_1} \quad 3.7$$

Dove  $\omega_1$  e  $\omega_2$  sono le velocità angolari del rotore maschio e femmina rispettivamente.

Poi:

$$L_{d2} = m_{12} L_{d1} \quad 3.8$$

$$\tau_{w2} = \frac{\tau_{w1}}{m_{12}} \quad 3.9$$

$$p_1 = \frac{L_{d1}}{2\pi} = \frac{L_w}{\tau_{w1}} = r_{p1} \tan(\lambda) = \frac{r_{p2}}{m_{12}} \tan(\lambda) = \frac{p_2}{m_{12}} \quad 3.10$$

Dove  $L_{d2}$  è una grandezza riferita al rotore femmina,  $\tau_{w2}$  è l'angolo di avvolgimento del rotore femmina, mentre  $p_1$  e  $p_2$  sono i parametri di vite del rotore maschio e femmina. Questi parametri di vite descrivono la distanza percorsa nella traslazione a seguito di un giro del rotore.

#### 3.2 METODI CONVENZIONALI PER LA GENERAZIONE DEL PROFILO DEL ROTORE

La progettazione dei profili dei rotori nei compressori a vite avviene attraverso la generazione di una coppia di profili coniugati. Dopo che i profili dei rotori sono generati, la superficie elicoidale dei rotori sono formate con un set di parametri geometrici specifici dei rotori. Un paio di curve coniugate hanno la loro normale di contatto a comune a tutti i punti di contatto che passano attraverso un punto sulla linea di questa coppia di centri di rotazione fissi. La normale di contatto a comune deve passare per il centro di istantanea rotazione. Il movimento relativo tra la coppia coniugata è rotolamento con slittamento. Il movimento di due corpi nei quali la coppia coniugata è incorporata è predefinito attraverso le sue curve primitive accoppiate. In realtà questa coppia di curve primitive è un caso speciale di coppia coniugata i quali punti di contatto sono sempre sulla linea tra i loro centri fissi di rotazione. Il moto relativo del punto di contatto tra le curve primitive è puro rotolamento, senza slittamento. Prendiamo, come esempio, un paio di ingranaggi cilindrici accoppiati, come mostrati in Figura 31.

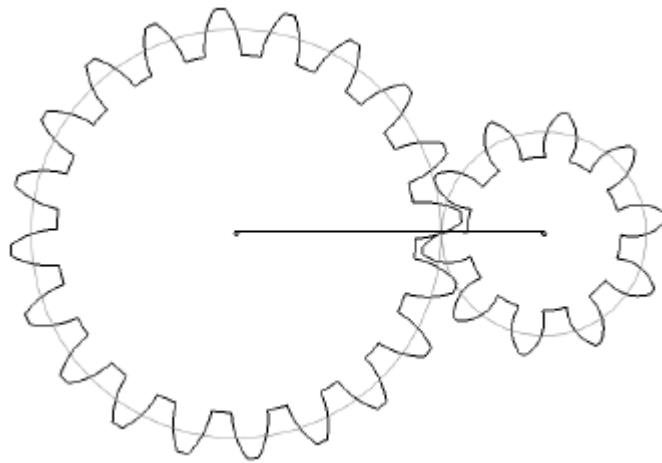


Figura 31 Una coppia di ingranaggi cilindrici e le loro circonferenze primitive.

Le loro curve primitive sono una coppia di circonferenze. Le due circonferenze ruotano una sull'altra senza strisciare e mantengono un rapporto di trasmissione costante. I profili dei denti, i quali sono curve coniugate attaccati ai corpi delle circonferenze, hanno la loro normale a comune ai punti di contatto che passano attraverso il punto dove le due circonferenze sono in contatto. In questo modo è garantito che il moto relativo nei punti di contatto tra i denti è perpendicolare alla normale a comune. Così, lo slittamento si verifica. Gli ingranaggi cilindrici hanno lo stesso rapporto di velocità uguale al rapporto delle rispettive circonferenze primitive. Un altro esempio di rapporto di velocità variabile può essere mostrato per ingranaggi non circolari con curve primitive non circolari [116].

I modelli matematici per tre differenti metodi per la generazione del profilo del rotore sono discussi in questo capitolo. Il metodo prevalente per generare il profilo del rotore di un compressore a vite è quello di applicare una curva primaria ad uno dei due rotori e poi utilizzare il moto coniugato per generare la corrispondente curva dell'altro rotore. Possiamo sintetizzare dicendo che i tre approcci convenzionali per la generazione di una coppia di profili coniugati ad assi paralleli si riferiscono a:

1. Metodo della generazione del profilo → Generating-Profile (GP) method [117], [118];
2. Metodo della cremagliera → Rack-Profile (RP) method [119], [120], [121];
3. Metodo del percorso di contatto → Contact-Path (CP) method [122], [123].

Il metodo GP per la generazione di una coppia coniugata inizia fissando uno dei due profili da generare per un dato passo della coppia. Dalla cinematica dell'ingranamento, sarà possibile generare, da questa curva data, la sua curva coniugata. Quando andremo a risolvere la curva generata, sarà necessario risolvere un'equazione non lineare. Così, per la sua risoluzione, saranno richiesti metodi numerici e, di conseguenza, il risultato è imprevedibile all'inizio della fase di progettazione. In aggiunta, questo metodo è appropriato solo per progettare coppie coniugate non identiche.

### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

L'idea di base del metodo RP è di assegnare una cremagliera immaginaria ad un paio di curve primitive. Dalla teoria di Camus [118], la coppia di profili generati dalla cremagliera saranno coniugati l'uno con l'altro e con la cremagliera. In questo metodo dovrebbero essere considerate funzioni implicite, tranne che nel caso di profili primitivi circolari. In aggiunta, questo metodo è solo per curve con identico passo.

Per quanto riguarda il metodo CP, un percorso di contatto risultante dalle curve dei due profili coniugati è assegnato all'inizio per un dato passo della coppia. Di solito, questo percorso di contatto ha una forma ad otto. Proprio come il metodo GP, sono richiesti metodi numerici per ottenere il risultato. Il metodo CP è limitato per una coppia a passo non identico.

#### 3.2.1 METODO DELLA GENERAZIONE DEL PROFILO

Il metodo della generazione del profilo, noto come il popolare metodo della generazione, viene fissato il profilo di uno dei due rotori che ingranano e poi, dalla teoria dell'involuppo, il profilo coniugato dell'altro rotore è l'involuppo della famiglia del profilo designato. Il relativo movimento e rotazione tra la coppia dei rotori è illustrata in Figura 32.

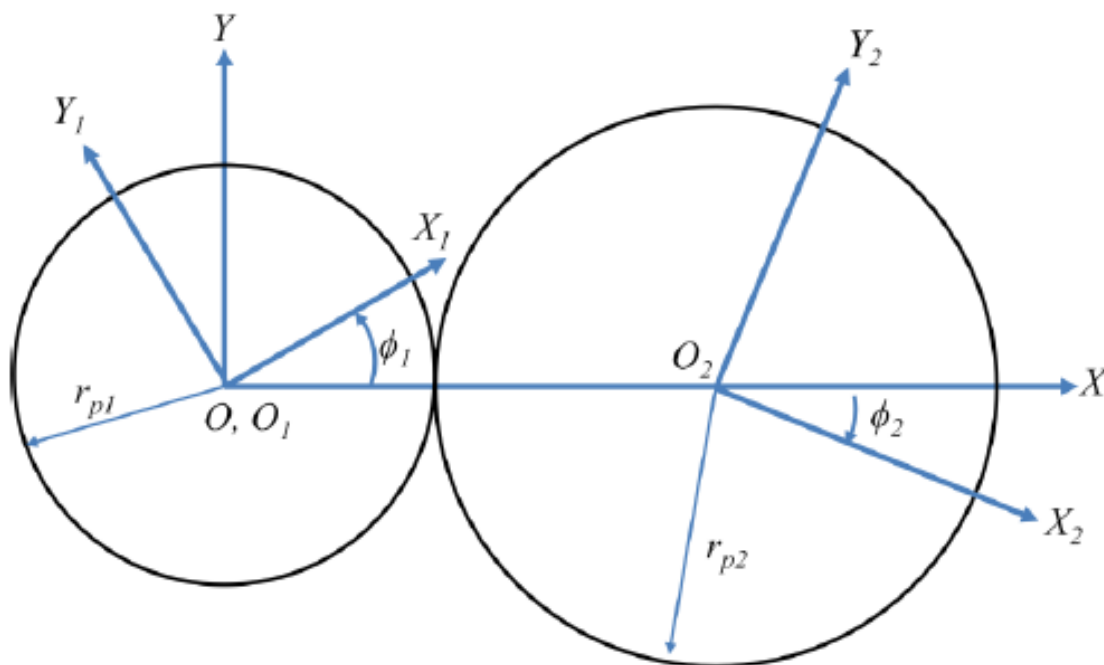


Figura 32 Circonferenze primitive e sistemi di coordinate.

I sistemi di riferimento  $S_1$  e  $S_2$  sono solidali, rispettivamente, con il rotore maschio ed il rotore femmina.  $S_0$  è il sistema di riferimento fisso, cioè sul telaio del compressore. I rotori vengono in contatto l'uno sull'altro esternamente in seguito alla rotazione attorno ai propri assi. I rotori ruotano in direzione opposta, con angoli  $\phi_1$  e  $\phi_2$ , rispettivamente.



### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

Basandoci sul rapporto costante tra le velocità angolari tra i rotori, la relazione tra questi due angoli è:

$$\phi_2 = \frac{\phi_1}{m_{12}} \quad 3.11$$

Purché il profilo del rotore maschio sia denotato, con il vettore posizione nel sistema di coordinate  $S_1$  come

$$r_1(t) = [x_1(t) \ y_1(t) \ 1]^T \quad 3.12$$

Dove  $t$  è il parametro di curva del profilo del rotore maschio, il versore del profilo può essere derivato dal vettore posizione del profilo ed espresso nel sistema di coordinate  $S_1$  come

$$n_1(t) = [n_{x1}(t) \ n_{y1}(t)]^T \quad 3.13$$

La teoria dell'involuppo è poi applicata per trovare il profilo del rotore femmina.

Il profilo del rotore maschio è trasformato nel sistema di coordinate  $S_2$  attraverso la matrice di trasformazione

$$M_{21} = M_{20} \cdot M_{01} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_2) & -\sin(\phi_2) & 0 \\ \sin(\phi_2) & \cos(\phi_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\phi_1) & \sin(\phi_1) & C \\ -\sin(\phi_1) & \cos(\phi_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3.14$$

Il locus del profilo del rotore maschio, il quale è una famiglia di curve, è ottenuto da

$$r_2(\phi_1, t) = M_{21}(\phi_1) \cdot r_1(t) = [x_2(\phi_1, t) \ y_2(\phi_1, t) \ 1]^T \quad 3.15$$

ed il versore diventa

$$n_2(\phi_1, t) = L_{21}(\phi_1) \cdot n_1(t) = [n_{x2}(\phi_1, t) \ n_{y2}(\phi_1, t)]^T \quad 3.16$$

dove

$$L_{21} = L_{20} \cdot L_{01} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_2) & -\sin(\phi_2) \\ \sin(\phi_2) & \cos(\phi_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\phi_1) & \sin(\phi_1) \\ -\sin(\phi_1) & \cos(\phi_1) \end{bmatrix} \quad 3.17$$

È una sottomatrice della matrice  $M_{21}$ .

Il profilo della femmina è l'involuppo della famiglia dei profili trasformati del rotore maschio e la condizione di ingranamento richiede che il vettore normale a comune debba essere perpendicolare alla direzione della velocità relativa in corrispondenza del punto di contatto. Così, l'equazione di ingranamento del rotore femmina è acquisita come:

$$f_2(\phi_1, t) = [n_{x2}(\phi_1, t) \ n_{y2}(\phi_1, t)] \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial \phi_1} (x_2(\phi_1, t)) \ \frac{\partial}{\partial \phi_1} (y_2(\phi_1, t)) \right] = 0$$

### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

$$\Rightarrow \frac{1}{m_{12}} \{ [(1 + m_{12})(n_{y1} \cdot x_1 - n_{x1} \cdot y_1)] - D_{cc}[n_{y1} \cos(\phi_1) + n_{x1} \sin(\phi_1)] \} = 0 \quad 3.18$$

Il profilo coniugato può essere trovato risolvendo l'angolo  $\phi_1$  dall'equazione dell'ingranamento e sostituendolo indietro nell'equazione 3.15.

Analogamente, se il profilo del rotore femmina è dato prima, il profilo del rotore maschio è generato allo stesso modo nei seguenti passi. Assumiamo che il profilo del rotore femmina sia espresso come un vettore posizione nel sistema di coordinate  $S_2$

$$r_2(t) = [x_2(t) \ y_2(t) \ 1]^T, \quad 3.19$$

Il versore del profilo può essere derivato dal vettore posizione del profilo femmina e rappresentato nel sistema di coordinate  $S_2$  come:

$$n_2(t) = [n_{x2}(t) \ n_{y2}(t)]^T \quad 3.20$$

Il locus del profilo del rotore femmina, il quale è una famiglia di curve ed il versore normale sono espressi nel sistema di coordinate  $S_1$  come:

$$r_1(\phi_1, t) = M_{12}(\phi_1) \cdot r_2(t) = [x_1(\phi_1, t) \ y_1(\phi_1, t) \ 1]^T \quad 3.21$$

e

$$n_1(\phi_1, t) = L_{12}(\phi_1) \cdot n_2(t) = [n_{x1}(\phi_1, t) \ n_{y1}(\phi_1, t)]^T \quad 3.22$$

dove  $M_{12} = M_{21}^{-1}$  e  $L_{12} = L_{21}^{-1}$ .

Applicando la teoria dell'involuppo, l'equazione dell'ingranamento del rotore maschio è ottenuta come segue:

$$f_1(\phi_1, t) = [n_{x1}(\phi_1, t) \ n_{y1}(\phi_1, t)] \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial \phi_1} (x_1(\phi_1, t)) \ \frac{\partial}{\partial \phi_1} (y_1(\phi_1, t)) \right] = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{m_{12}} \{ [(1 + m_{12})(n_{y2} \cdot x_2 - n_{x2} \cdot y_2)] - D_{cc}[n_{y2} \cos\left(\frac{\phi_1}{m_{12}}\right) - n_{x2} \sin\left(\frac{\phi_1}{m_{12}}\right)] \} = 0 \quad 3.23$$

Così, il profilo del rotore maschio può essere ottenuto risolvendo l'equazione 3.23 per l'angolo di rotazione  $\phi_1$  e sostituendolo indietro nell'equazione 3.21.

### 3.2.2 METODO DI GENERAZIONE DEL PROFILO CON LA CREMAGLIERA

Il concetto che sta alla base di questo metodo è che vengono generati una coppia di profili, i quali sono coniugati l'uno con l'altro attraverso la designazione del profilo di una cremagliera. Come mostrato in Figura 33, il profilo del rotore maschio è tagliato dalla parte concava della cremagliera e, i sistemi di coordinate,  $S_1$  e  $S_r$ , sono rigidamente e rispettivamente attaccati al rotore maschio e alla cremagliera. La curva primitiva della cremagliera è una retta, e quindi, il rotore maschio ruota di un angolo  $\phi_1$  quando la cremagliera trasla della distanza,  $d_r$ , lungo la direzione della linea primitiva. Con la condizione di puro rotolamento di questa coppia di curve primitive si ha:

$$d_r = r_{p1}\phi_1 \quad 3.24$$

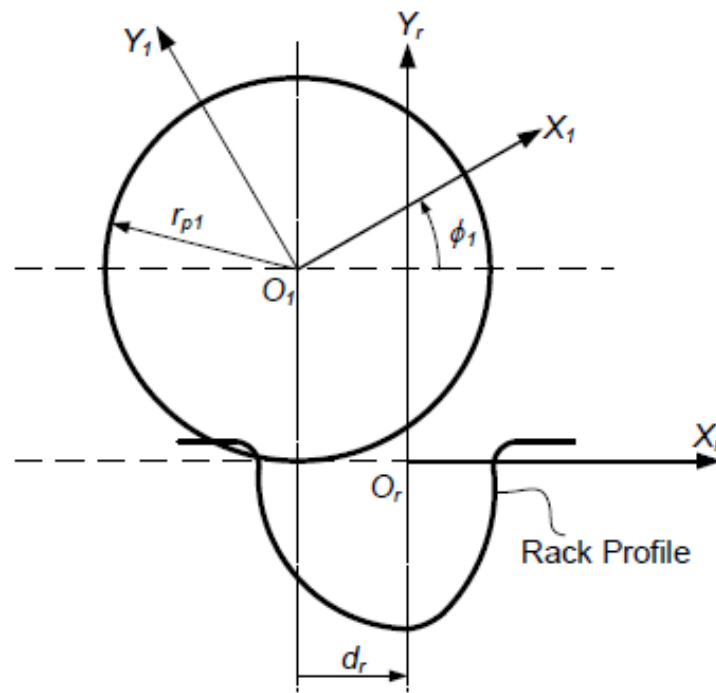


Figura 33 Sistema di coordinate per il metodo della cremagliera per generare il rotore maschio.

Dato che il profilo della cremagliera è espresso nel sistema di coordinate,  $S_r$ , attraverso il vettore posizione

$$r_r(t) = [x_r(t) \ y_r(t) \ 1]^T, \quad 3.25$$

dove  $t$  è il parametro di curva della cremagliera ed il versore normale al profilo può essere derivato dal vettore posizione precedente e rappresentato nel sistema di coordinate  $S_r$  come:

$$n_r(t) = [n_{xr}(t) \ n_{yr}(t)]^T \quad 3.26$$

### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

La teoria dell'involuppo è usata per trovare il profilo del rotore maschio. Il profilo della cremagliera è trasformato nel sistema di coordinate di  $S_1$  attraverso la matrice di trasformazione,  $M_{1r}$  ed il locus del profilo del rotore maschio, il quale è una famiglia di curve, è ottenuto come:

$$r_1(\phi_1, t) = M_{1r}(\phi_1) \cdot r_r(t) = [x_1(\phi_1, t) \ y_1(\phi_1, t) \ 1]^T \quad 3.27$$

ed il versore diventa

$$n_1(\phi_1, t) = L_{1r}(\phi_1) \cdot n_r(t) = [n_{x1}(\phi_1, t) \ n_{y1}(\phi_1, t)]^T \quad 3.28$$

dove  $L_{1r}$  è la sottomatrice della matrice  $M_{1r}$ .

In accordo con la condizione di ingranamento, il vettore normale a comune nel punto di contatto tra la cremagliera ed il profilo del rotore maschio deve essere perpendicolare alla direzione della velocità relativa. L'equazione di ingranamento è derivata risolvendo la relazione tra il parametro di curva,  $t$ , e l'angolo di rotazione del rotore maschio,  $\phi_1$ , come segue:

$$f_{\phi_1}(\phi_1, t) = [n_{x1}(\phi_1, t) \ n_{y1}(\phi_1, t)] \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial \phi_1} (x_1(\phi_1, t)) \ \frac{\partial}{\partial \phi_1} (y_1(\phi_1, t)) \right] = 0$$

$$\Rightarrow n_{yr}r_{p1}\phi_1 - n_{yr}x_r + n_{xr}y_r = 0 \quad 3.29$$

Il profilo del rotore maschio può essere trovato dall'equazione dell'ingranamento risolvendola rispetto all'angolo  $\phi_1$  e sostituendolo all'indietro nell'equazione 3.27.

Dopo che il profilo del rotore maschio è formato, il profilo del rotore femmina può essere generato applicando un procedimento analogo al precedente. Questa volta, la parte convessa della cremagliera è usata per tagliare la forma della scanalatura del rotore femmina.

Nella Figura 34, il sistema di coordinate per il metodo di generazione del profilo dalla cremagliera per generare il rotore femmina,  $S_2$  e  $S_r$  sono rigidamente attaccati al rotore femmina e alla cremagliera, rispettivamente. Il rotore femmina ruota di un angolo  $\phi_2$  quando la cremagliera trasla di una distanza,  $d_r$ , lungo la direzione della linea primitiva. Con la condizione di puro rotolamento di questa coppia di curve primitive, la distanza di traslazione della cremagliera può essere riscritta come

$$d_r = r_{p2}\phi_2 \quad 3.30$$

Il profilo della cremagliera è trasformato nel sistema di coordinate  $S_2$  attraverso la matrice di trasformazione,  $M_{2r}$ , e il locus del profilo del rotore femmina, il quale è una famiglia di curve, è ottenuto come:

$$r_2(\phi_2, t) = M_{2r}(\phi_2) \cdot r_r(t) = [x_2(\phi_2, t) \ y_2(\phi_2, t) \ 1]^T \quad 3.31$$

### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

ed il versore diventa

$$n_2(\phi_2, t) = L_{2r}(\phi_2) \cdot n_r(t) = [n_{x2}(\phi_2, t) \ n_{y2}(\phi_2, t)]^T \quad 3.32$$

dove  $L_{2r}$  è la sottomatrice della matrice  $M_{2r}$ . In accordo con la condizione di ingranamento, il vettore normale a comune nel punto di contatto tra la cremagliera ed il profilo del rotore femmina devono essere perpendicolari alla direzione della velocità relativa. L'equazione dell'ingranamento è derivata per risolvere la relazione tra il parametro di curva,  $t$ , e l'angolo di rotazione del rotore femmina,  $\phi_2$ , come segue:

$$f_{\phi_2}(\phi_2, t) = [n_{x2}(\phi_2, t) \ n_{y2}(\phi_2, t)] \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial \phi_2} (x_2(\phi_2, t)) \ \frac{\partial}{\partial \phi_2} (y_2(\phi_2, t)) \right] = 0$$

$$\Rightarrow n_{yr}r_{p2}\phi_2 - n_{yr}x_r + n_{xr}y_r = 0 \quad 3.33$$

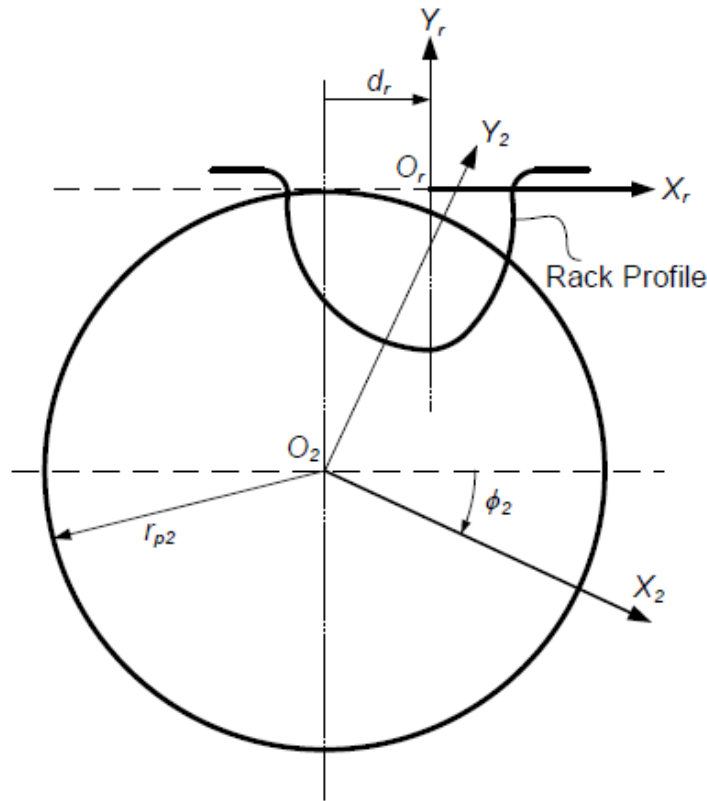


Figura 34 Sistema di coordinate per il metodo della cremagliera per generare il rotore femmina.

Questa equazione di ingranamento per il profilo del rotore femmina,  $f_{\phi_2}(\phi_2, t) = 0$ , è la stessa utilizzata per il profilo del rotore maschio, ossia,  $f_{\phi_1}(\phi_1, t) = 0$ , inoltre vale la relazione  $r_{p1}\phi_1 = r_{p2}\phi_2$ . Il profilo del rotore femmina può essere trovato risolvendo, rispetto all'angolo  $\phi_2$ , l'equazione dell'ingranamento e sostituire poi tale valore nell'equazione 3.31.

### 3.2.3 METODO DEL PERCORSO DI CONTATTO

Il modello matematico per progettare una coppia di profili coniugati per un compressore a doppia vite usando un arbitrario percorso di contatto a forma di otto è discusso in questa sezione. Il percorso di contatto tra i profili del rotore nella sezione trasversale è la proiezione della linea di tenuta (sealing line) tra i rotori del compressore sul piano trasversale. Il termine, linea d'azione, il quale è usato nella terminologia degli ingranaggi, viene riferito al percorso di contatto su questo piano trasversale. Il percorso di contatto è mostrato nella Figura 35.  $S_0$  è il sistema di riferimento fisso, mentre  $S_1$  e  $S_2$  sono i sistemi di coordinate solidali con il rotore maschio e femmina, rispettivamente. Il punto di contatto delle due circonferenze primitive dei profili dei due rotori coincide con l'intersezione del percorso di contatto e con l'origine, O, del riferimento  $S_0$ .

Il vettore posizione

$$r_c(t) = [x_c(t) \ y_c(t) \ 1]^T \quad 3.34$$

rappresenta il percorso di contatto nel sistema di riferimento  $S_0$  dove  $t$  è il parametro della curva. Riferendosi alla teoria degli ingranaggi, la normale a comune nel punto di contatto tra le due forme deve passare attraverso il punto di contatto delle curve primitive. Come risultato, il vettore normale a comune può essere semplicemente espresso nel sistema di riferimento fisso come

$$N_c(t) = [N_{xc}(t) \ N_{yc}(t)]^T = [x_c(t) \ y_c(t)]^T. \quad 3.35$$

Il versore normale è denotato da

$$n_c(t) = \frac{N_c(t)}{\|N_c(t)\|} = [n_{xc}(t) \ n_{yc}(t)]^T = \left[ \frac{x_c(t)}{\sqrt{x_c^2(t) + y_c^2(t)}} \ \frac{y_c(t)}{\sqrt{x_c^2(t) + y_c^2(t)}} \right]^T \quad 3.36$$

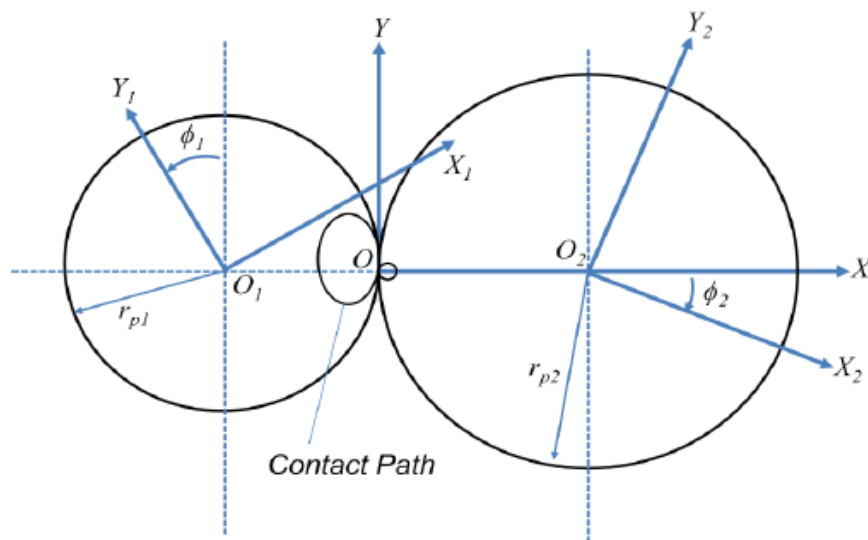


Figura 35 Sistema di coordinate per il metodo della cremagliera.

### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

Il percorso di contatto può essere trasformato dal sistema di riferimento fisso  $S_0$  al sistema di coordinate  $S_1$  per formare una famiglia di curve.

$$r_1(\phi_1, t) = M_{10}(\phi_1) \cdot r_c(t) = [x_1(\phi_1, t) \ y_1(\phi_1, t) \ 1]^T \quad 3.37$$

dove

$$\phi_1 = \phi_1(t)$$

$$M_{10} = \begin{bmatrix} -\cos(\phi_1) & -\sin(\phi_1) & r_{p1}\cos(\phi_1) \\ \sin(\phi_1) & -\cos(\phi_1) & -r_{p1}\sin(\phi_1) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x_1(\phi_1, t) = r_{p1} \cos(\phi_1) - x_c \cos(\phi_1) - y_c \sin(\phi_1)$$

$$y_1(\phi_1, t) = -r_{p1} \sin(\phi_1) + x_c \sin(\phi_1) - y_c \cos(\phi_1).$$

Analogamente, se il percorso di contatto è trasformato dal sistema di riferimento fisso  $S_0$  al sistema di coordinate  $S_2$ , il locus è rappresentato come

$$r_2(\phi_2, t) = M_{20}(\phi_2) \cdot r_c(t) = [x_2(\phi_2, t) \ y_2(\phi_2, t) \ 1]^T \quad 3.38$$

da

$$\phi_2 = \frac{\phi_1(t)}{m_{12}}, \quad 3.39$$

il locus è riscritto come

$$r_2(\phi_1, t) = M_{20}(\phi_1) \cdot r_c(t) = [x_c(\phi_1, t) \ y_c(\phi_1, t) \ 1]^T \quad 3.40$$

dove

$$M_{20} = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\phi_1}{m_{12}}) & -\sin(\frac{\phi_1}{m_{12}}) & r_{p2}\cos(\frac{\phi_1}{m_{12}}) \\ \sin(\frac{\phi_1}{m_{12}}) & \cos(\frac{\phi_1}{m_{12}}) & r_{p2}\sin(\phi_1) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x_2(\phi_1, t) = r_{p2} \cos\left(\frac{\phi_1}{m_{12}}\right) + x_c \cos\left(\frac{\phi_1}{m_{12}}\right) - y_c \sin\left(\frac{\phi_1}{m_{12}}\right)$$

$$y_2(\phi_1, t) = r_{p2} \sin\left(\frac{\phi_1}{m_{12}}\right) + x_c \sin\left(\frac{\phi_1}{m_{12}}\right) + y_c \cos\left(\frac{\phi_1}{m_{12}}\right)$$



### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

Il versore normale  $n_c(t)$  nel sistema di riferimento fisso dovrebbe essere trasformato nel sistema di coordinate  $S_1$  (o nel sistema di coordinate  $S_2$ ) al fine di ricavare l'equazione di ingranamento. La trasformazione del versore normale è la seguente:

$$\begin{aligned} n_1(\phi_1, t) &= L_{10} \cdot n_c(t) = [n_{x1}(\phi_1, t) \ n_{y1}(\phi_1, t)]^T \\ &= \left[ -\frac{x_c(t) \cos(\phi_1) + y_c(t) \sin(\phi_1)}{\sqrt{x_c^2(t) + y_c^2(t)}} \quad \frac{x_c(t) \sin(\phi_1) - y_c(t) \cos(\phi_1)}{\sqrt{x_c^2(t) + y_c^2(t)}} \right]^T \end{aligned} \quad 3.41$$

dove  $L_{10}$  è una sottomatrice della matrice  $M_{10}$ . Conseguentemente, l'equazione di ingranamento è derivata come

$$\begin{aligned} f_{\phi_1}(\phi_1, t) &= [n_{x1}(\phi_1, t) \ n_{y1}(\phi_1, t)] \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial t}(x_1(\phi_1, t)) \quad \frac{\partial}{\partial t}(y_1(\phi_1, t)) \right] = 0 \\ \Rightarrow \frac{x_c(t) \cdot x'_c(t) + y_c(t) [y'_c(t) + r_{p1} \phi'_1(t)]}{\sqrt{x_c^2(t) + y_c^2(t)}} &= 0 \end{aligned} \quad 3.42$$

L'equazione di sopra è usata per trovare la relazione tra l'angolo di rotazione  $\phi$  ed il parametro di curva  $t$ , attraverso l'integrazione della 3.42 abbiamo che:

$$\phi_1(t) = -\frac{1}{r_{p1}} \int_{t_1}^{t_2} \frac{x_c(t) \cdot x'_c(t) + y_c(t) \cdot y'_c(t)}{y_c(t)} dt + \phi_0 \quad 3.43$$

dove  $\phi_0$  è l'angolo di rotazione accumulato dall'ultimo segmento.

Per risolvere l'equazione 3.43, uno dei possibili algoritmi numerici disponibili in letteratura dovrebbe essere utilizzato per la sua integrazione e quindi trovare l'angolo di rotazione  $\phi_1$ . Poi, l'angolo di rotazione  $\phi_2$  può essere trovato dall'equazione 3.39. Finalmente, i profili dei rotori maschio e femmina sono ottenuti sostituendo questi angoli nelle equazioni 3.37 e 3.38.

### 3.3 SUPERFICIE DEL ROTORE IN TRE DIMENSIONI

I rotori di un compressore a doppia vite hanno assi paralleli e passo assiale delle viti costante (anche se non necessariamente, ma noi faremo riferimento a questo caso). Una volta che la sezione trasversale dei profili è nota, ciascuna superficie tridimensionale dei rotori è generata attraverso la rotazione attorno al corrispondente asse del rotore ed alla simultanea traslazione del profilo lungo lo stesso asse.

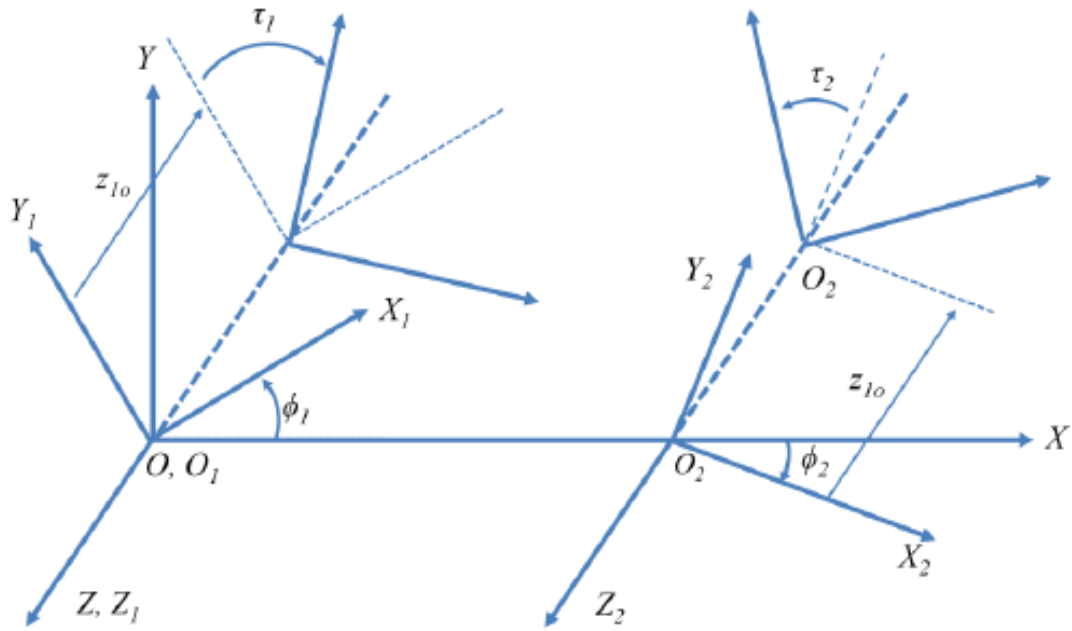


Figura 36 Sistema di coordinate per generare le superfici dei rotori.

Facendo riferimento alla Figura 36, i profili dei rotori sono espressi nei loro corrispondenti sistemi di coordinate, ad essi solidali, che sono rispettivamente  $S_1$  e  $S_2$ , come i vettori posizione

$$r_1(t) = [x_1(t) \ y_1(t) \ 0]^T \quad 3.44$$

e

$$r_2(t) = [x_2(t) \ y_2(t) \ 0]^T \quad 3.45$$

Le superfici tridimensionali dei rotori ad un certo angolo di rotazione  $\phi_1$  del rotore maschio sono acquisite e mostrate nel sistema di coordinate fisso  $S_0$  come segue:

$$r_{10}(t, \phi_1, \tau_1) = [x_{10}(t, \phi_1, \tau_1) \ y_{10}(t, \phi_1, \tau_1) \ z_{10}(t, \phi_1, \tau_1)]^T \quad 3.46$$

e

$$r_{20}(t, \phi_1, \tau_1) = [x_{20}(t, \phi_1, \tau_1) \ y_{20}(t, \phi_1, \tau_1) \ z_{20}(t, \phi_1, \tau_1)]^T \quad 3.47$$

dove

### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

$$x_{10}(t, \emptyset_1, \tau_1) = x_1(t) \cos(\emptyset_1 - \tau_1) + y_1(t) \sin(\emptyset_1 - \tau_1)$$

$$y_{10}(t, \emptyset_1, \tau_1) = -x_1(t) \sin(\emptyset_1 - \tau_1) + y_1(t) \cos(\emptyset_1 - \tau_1)$$

$$z_{10}(t, \emptyset_1, \tau_1) = z_{10}(\tau_1) = \frac{L_w}{\tau_{w1}} \tau_1$$

$$x_{20}(t, \emptyset_1, \tau_1) = D_{cc} + x_2(t) \cos\left[\frac{1}{m_{12}}(\emptyset_1 - \tau_1)\right] - y_2(t) \sin\left[\frac{1}{m_{12}}(\emptyset_1 - \tau_1)\right]$$

$$y_{20}(t, \emptyset_1, \tau_1) = x_2(t) \sin\left[\frac{1}{m_{12}}(\emptyset_1 - \tau_1)\right] + y_2(t) \cos\left[\frac{1}{m_{12}}(\emptyset_1 - \tau_1)\right]$$

$$z_{20}(t, \emptyset_1, \tau_1) = z_{20}(\tau_1) = \frac{L_w}{\tau_{w1}} \tau_1$$

dove  $L_w$  è la lunghezza del rotore,  $\tau_{w1}$  è l'angolo di avvolgimento del rotore maschio e  $\tau_{w1}$  è il parametro di torsione del rotore maschio.

#### 3.4 CURVA DI TENUTA TRA I ROTORI (INTERLOBE SEALING LINE)

Quando due rotori di un compressore a vite ruotano, come conseguenza si ha che i punti di contatto formano la curva di contatto. Questa curva è nota come curva di tenuta tra i rotori (interlobe sealing line), come è possibile vedere in Figura 37a. La proiezione della curva di tenuta tra i rotori sul piano x-y è chiamata linea d'azione, come mostra la Figura 37b. La curva di tenuta tra i rotori è determinata risolvendo l'equazione della superficie del rotore maschio o femmina con l'equazione modificata dell'ingranamento nello spazio tridimensionale. Prendiamo la superficie del rotore maschio come esempio, il parametro di curva  $t$  del profilo bidimensionale e l'angolo di rotazione  $\emptyset_1$  sono vincolati dall'equazione di ingranamento 3.18. Nello spazio tridimensionale, il parametro di curva dovrebbe essere vincolato a  $(\emptyset_1 - \tau_1)$  per il movimento della vite del profilo del rotore. Come risultato, la curva di tenuta in tre dimensioni è rappresentata come:

$$x_{10}(t, \emptyset_1, \tau_1) = x_1(t) \cos(\emptyset_1 - \tau_1) + y_1(t) \sin(\emptyset_1 - \tau_1) \quad 3.48a$$

$$y_{10}(t, \emptyset_1, \tau_1) = -x_1(t) \sin(\emptyset_1 - \tau_1) + y_1(t) \cos(\emptyset_1 - \tau_1) \quad 3.48b$$

$$z_{10}(t, \emptyset_1, \tau_1) = z_{10}(\tau_1) = \frac{L_w}{\tau_{w1}} \tau_1 \quad 3.48c$$

### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

$$\frac{1}{m_{12}} \{ [(1 + m_{12})(n_{y1} \cdot x_1 - n_{x1} \cdot y_1)] - D_{cc}[n_{y1} \cos(\phi_1 - \tau_1) + n_{x1} \sin(\phi_1 - \tau_1)] \} = 0 \quad 3.48d$$

L'equazione di ingranamento nello spazio tridimensionale può essere riarrangiata nella forma

$$(\phi_1 - \tau_1) = f_1(t). \quad 3.49$$

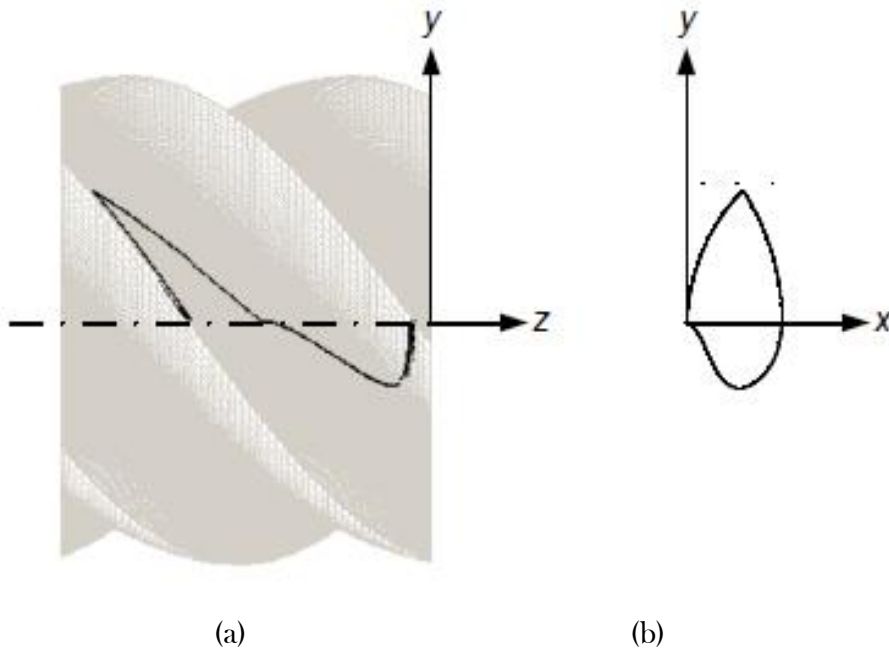


Figura 37 Proiezione della linea di tenuta tra i rotori (a) sul rotore (b) sul piano x-y.

La forma della linea di tenuta tra i rotori è indipendente dalla rotazione dei rotori e non cambia con essa. Come il rotore maschio ruota, però, la linea di tenuta tra i rotori trasla assialmente lungo l'asse z. Per trovare la forma della linea di tenuta, l'angolo di rotazione  $\phi_1$  può essere impostato su qualsiasi valore e poi la relazione tra il valore del parametro t del profilo ed il valore dell'angolo di torsione  $\tau_1$  possono essere determinati attraverso l'equazione 3.49. Le coordinate della linea di tenuta tra i rotori può poi essere valutata sostituendo quegli angoli nell'equazione 3.48. La lunghezza totale, in un periodo, della linea di tenuta è:

$$l_{SL} = \int_{t_s}^{t_f} \sqrt{[dx_{10}(t)]^2 + [dy_{10}(t)]^2 + [dz_{10}(t)]^2} \quad 3.50$$

dove  $t_s$  e  $t_f$  corrispondono ai punti di inizio e fine del lobo del profilo.

### 3.5 VOLUME DELLA CAMERA

Quando il compressore a vite è sotto operazione, i suoi rotori maschio e femmina sono accoppiati l'un l'altro e camere multiple esistono allo stesso tempo. Ogni camera è delimitata dalle superfici dei rotori, dalla superficie cilindrica dell'housing del compressore e dai piani di scarico o di aspirazione, a seconda della fase in cui si trova il fluido. Il volume della camera cambia come i rotori ruotano per ottenere il processo di compressione, quindi esso è una funzione dell'angolo di rotazione. Questa funzione è chiamata la curva di volume della camera del compressore. Essa può essere calcolata in almeno due modi diversi. Per esempio può essere calcolata sommando le sezioni trasversali della cavità che via via si vengono a delineare sul piano di aspirazione e che avanzano lungo l'asse z dei rotori. Assumendo un angolo di rotazione  $\phi_1$  del rotore maschio, l'area della cavità è delimitata da un set di curve espresse nella forma parametrica

$$x_i = x_i(t_i) \quad 3.51$$

$$y_i = y_i(t_i)$$

la cavità dell'area è integrata attraverso la seguente relazione:

$$\begin{aligned} A_z(\phi_1) &= \frac{1}{2} \oint x dy - y dx = \frac{1}{2} \sum_i \left( \int_{y_{i,min}}^{y_{i,max}} x_i dy_i - \int_{x_{i,min}}^{x_{i,max}} y_i dx_i \right) = \\ &= \frac{1}{2} \sum_i \int_{t_{i,min}}^{t_{i,max}} (x_i y'_i - y_i x'_i) dt_i \end{aligned} \quad 3.52$$

L'integrazione può essere compiuta analiticamente se le curve sono date nella forma di funzioni analitiche. Non appena l'area della cavità è valutata, il volume della camera all'angolo di rotazione  $\phi_1$  è

$$V(\phi_1) = \sum A_z(\phi_1) \Delta z \quad 3.53$$

dove

$$\Delta z = \frac{L_w}{\tau_{w1}} \Delta \tau_1.$$

Un altro metodo per calcolare il volume della camera del compressore potrebbe essere il seguente. Il gas compresso occupa lo spazio nelle scanalature, quella del rotore maschio e quella del rotore femmina che vengono prese come camera di lavoro e che ingranano tra loro. Il gas che si trova intrappolato tra esse esercita una coppia su i due rotori. Per calcolare il valore di questa coppia le superfici delle scanalature sono proiettate sul piano X ed Y, i quali sono paralleli agli assi di rotazione dei rotori (asse z longitudinale) e si intercettano tra

### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

loro perpendicolarmente (vedere la Figura 50 del capitolo successivo). La Figura 51 invece mostra la superficie della scanalatura del rotore maschio proiettata sul piano Y-Z. Da quest'ultima figura è possibile apprezzare il contorno della scanalatura del rotore maschio, compreso tra le varie linee di tenuta, proiettate sul piano X. Dalla stessa figura è possibile vedere, in linea tratteggiata, il contorno della linea di tenuta estrapolato al di là del rotore. Il momento d'inerzia di quest'area attorno all'asse z sul piano X è rappresentato da:

$$M_{X1} = \int_0^{L_w} \frac{1}{2} y^2 dz \quad 3.54$$

Il pedice "1" si riferisce al rotore maschio.

Analogamente,  $M_{Y1}$  è definito dalla seguente integrazione, questa volta eseguita sul piano Y.

$$M_{Y1} = \int_0^{L_w} \frac{1}{2} x^2 dz \quad 3.55$$

Nella stessa maniera vengono definiti i momenti d'inerzia per la scanalatura del rotore femmina, che sono  $M_{X2}$  e  $M_{Y2}$ , rispettivamente sul piano X ed Y.

Una coppia rotazionale agisce sui rotori a causa della pressione del gas e può essere espressa nel seguente modo:

$$T_q = pM_T \quad 3.56$$

dove

$$M_T = (M_{X1} + M_{Y1}) + \frac{Z_1}{Z_2} (M_{X2} + M_{Y2}) \quad 3.57$$

in cui

$Z_1$ : numero di lobi del rotore maschio;

$Z_2$ : numero di lobi del rotore femmina.

Il lavoro fatto sul sistema da una rotazione infinitesima  $\phi_1$  del rotore maschio, è uguale al prodotto della pressione e del cambiamento di volume  $dV$ , tale relazione può essere scritta come:

$$T_q d\phi_1 = -pdV \quad 3.58$$

Dalle equazioni 3.56 e 3.58, la seguente equazione è derivata:

$$-pdV = pM_T d\phi_1 \quad 3.59$$

Pertanto, è possibile raggiungere la seguente equazione che lega il volume della camera del compressore con il momento d'inerzia dell'area delle scanalature.

$$V = - \int_{\phi_{10}}^{\phi_1} M_T d\phi_1 \quad 3.60$$

dove  $\phi_{10}$  è il valore dell'angolo di rotazione del rotore maschio quando il volume della camera è zero. Dato che il contorno della proiezione della linea di tenuta non cambia forma quando i rotori ruotano, la precedente relazione semplifica grandemente il calcolo numerico della curva del volume.

#### 3.6 BLOWHOLE

Poiché la curva di tenuta tra i rotori (interlobe sealing curve) di solito non raggiunge la cuspide dell'housing, dei piccoli trafilamenti si hanno vicino ad essa tra due cavità vicine. Questo deficit che si manifesta in tutti i compressori a vite è chiamato blowhole, il quale altro non è che un percorso di trafilamento offerto al gas (in generale alla miscela di gas-olio), in entrata o in uscita dalla camera sotto esame, il quale ha una forma di una superficie triangolare se vista nello spazio tridimensionale. La sua area è delimitata dalle due curve sulle superfici del rotore maschio e femmina adiacenti alle punte dei lobi del rotore maschio e femmina e dalla linea dritta corrispondente alla cuspide dell'housing. I vertici sono l'intersezione della punta del rotore maschio con la cuspide dell'housing, l'intersezione della punta del rotore femmina con la cuspide dell'housing ed il punto di contatto tra i rotori, il quale è più vicino alla cuspide dell'housing. Il punto di contatto più vicino alla cuspide dell'housing è sempre il primo punto di contatto in un ciclo.

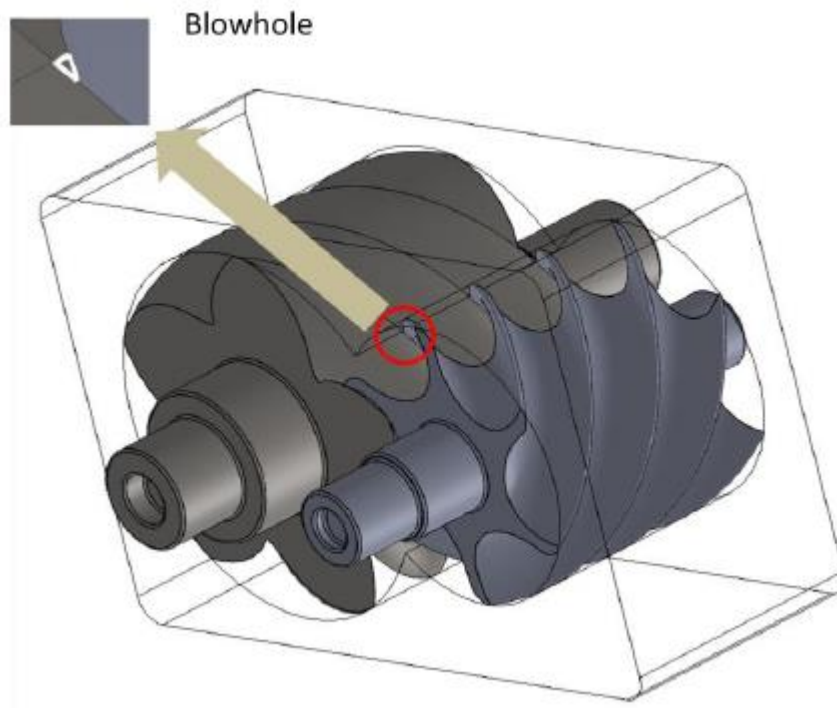


Figura 38 Blowhole e sua collocazione nella geometria del compressore.



### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

I blowholes possono essere approssimati come un triangolo curvilineo su un piano formato dai tre summenzionati vertici. Poi due spigoli del triangolo curvilineo sono curve formate intersecando il piano con le superfici del rotore maschio e femmina ed il terzo spigolo è ancora la linea dritta della cuspidi dell'housing. L'area di questo triangolo curvilineo è chiamata "blowhole area". Per una migliore comprensione vedere la Figura 38 e per una visione con l'housing vedere la Figura 39.

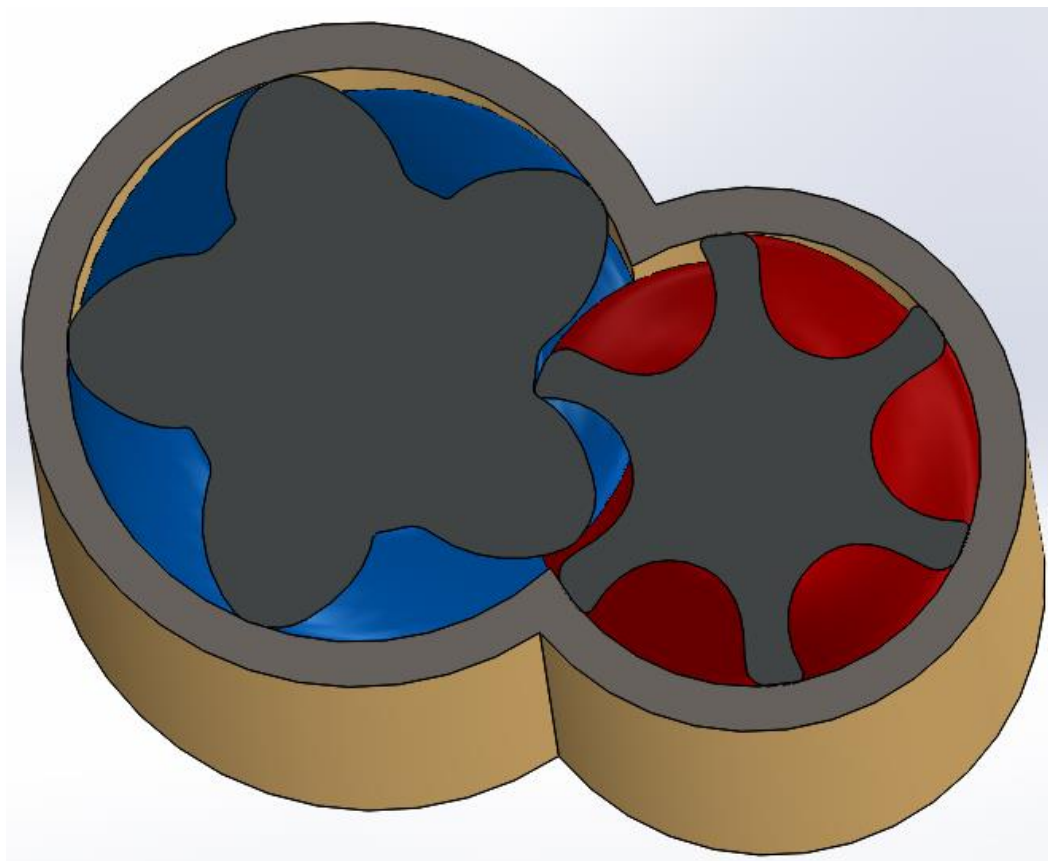


Figura 39 Immagine tridimensionale creata in Solidworks® dell'accoppiamento tra il rotore maschio (in blu) ed il rotore femmina (in rosso) e dell'housing (in oro).

Parecchi metodi con differente complessità e accuratezza possono essere proposti per definire e valutare l'area di questi blowholes [108], [124]. In questo studio il metodo di definizione dei blowholes di Singh e Bowman [108] viene modificato per una migliore accuratezza. Assumendo che le sezioni trasversali dei profili dei rotori e la linea di ingranamento siano date, l'area di questo blowhole è calcolata e la procedura dettagliata è descritta nel seguito. Per prima cosa, i vertici del blowhole sono localizzati. Il blowhole è su un piano contenente la linea della cuspidi dell'housing SS e la punta della linea d'azione, la quale è anche nota come linea d'ingranamento, la quale può essere vista nella Figura 40.

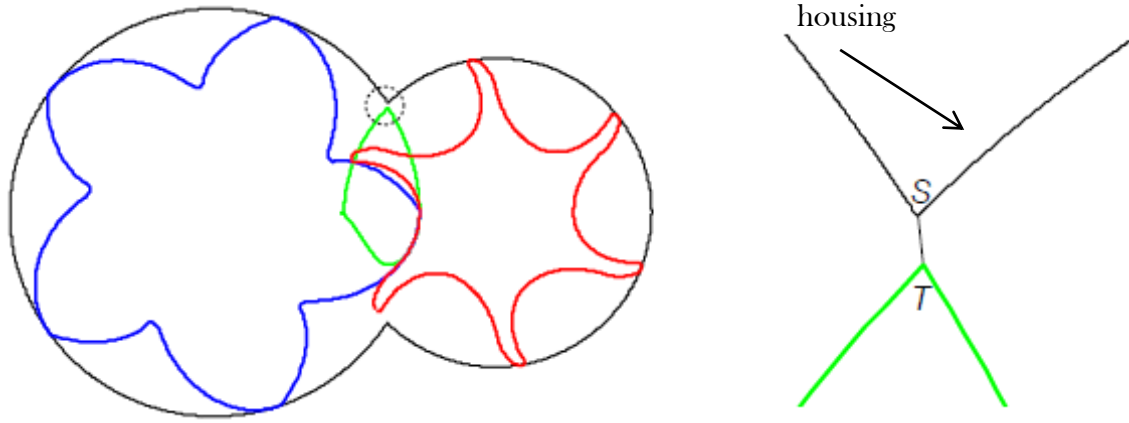


Figura 40 Nel cerchio la zona interessata dal blowhole, mentre in verde la linea d'azione.

La linea della cuspidi dell'housing è rappresentata come un punto S e le sue coordinate sono:

$$x_s = \frac{1}{2D_{cc}} (r_{01}^2 - r_{02}^2 + D_{cc}^2) \quad 3.61a$$

$$y_s = -\sqrt{r_{01}^2 - x_s^2} \quad 3.61b$$

dove  $r_{01}$  e  $r_{02}$  sono i diametri esterni del rotore maschio e femmina rispettivamente e  $D_{cc}$  è l'interasse tra i rotori.

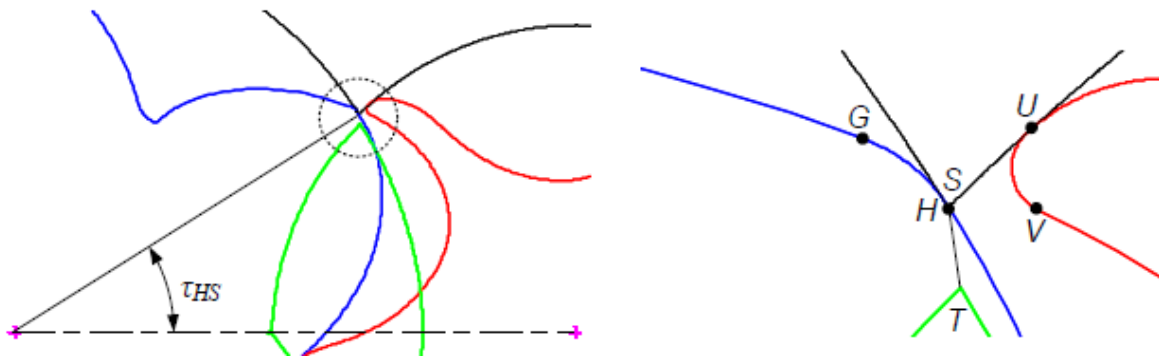


Figura 41 Calcolo dell'area del blowhole.

Sulla base dei dati dei profili dei rotori, le coordinate della punta del rotore maschio H, della punta della linea d'azione T, e dei punti G e V, i quali verranno in contatto con la punta della linea d'azione in T, in seguito alla rotazione dei profili dei due rotori, possono essere ritrovati nella Figura 41.

### Capitolo 3. Analisi della geometria di un compressore a doppia vite

Poi, l'angolo di torsione viene calcolato dalla posizione neutrale del rotore. Quando la punta del rotore maschio è in contatto con il rotore femmina, i rotori sono detti essere nella posizione neutrale. Di conseguenza, l'angolo  $\tau_{HS}$  è l'angolo di rotazione del rotore maschio dalla sua posizione neutra, quando i punti S ed H coincidono e l'angolo  $\tau_{GT}$  è l'angolo di rotazione del rotore maschio quando i punti G e T coincidono. Questi due angoli indicano le posizioni di quando i trafilamenti iniziano e finiscono: vale a dire, di quando il blowhole inizia a formarsi ed evolve completamente. Quando il blowhole sta evolvendosi, solo una parte della linea ST è coperta dai profili dei rotori maschio e femmina. Il segmento sulla linea ST che non è coperto dai rotori è calcolato ed integrato lungo la direzione assiale per acquisire l'area del blowhole.

L'equazione della line ST può essere rappresentata come:

$$y - y_s = m(x - x_s) \quad 3.62$$

dove

$$m = \frac{y_T - y_s}{x_T - x_s}.$$

Poi trasformo le coordinate del dato punto del segmento HG nel sistema di coordinate fisso e trovo quali tra i punti dati con indici i e (i+1) del segmento HG interseca la linea ST.

La linea di connessione tra questi due punti è

$$\frac{y - y_2(i)}{x - x_2(i)} = \frac{y_2(i+1) - y_2(i)}{x_2(i+1) - x_2(i)} \quad 3.63$$

Quindi il punto di intersezione N può essere trovato risolvendo le equazioni 3.62 e 3.63. Un approccio simile è utilizzato per trovare la lunghezza del segmento SR coperto dal rotore femmina. Ne risulta quindi, che la lunghezza del segmento non coperto dai rotori maschio e femmina è

$$h = ST - SR - TN$$

La precedente equazione sarà una funzione dell'angolo di rotazione. Quando il profilo del rotore maschio ruota di un angolo  $\Delta\tau$ , il punto sul profilo trasla di una distanza  $\Delta z$  lungo l'asse del rotore.

$$\Delta z = \frac{L_w}{\tau_{w1}} \Delta\tau \quad 3.64$$

Finalmente, l'area del blowhole è ottenuta integrando h lungo la direzione assiale usando un metodo di integrazione numerica, come per esempio il metodo dei trapezi o la regola di Simpson.

### 3.7 CONCLUSIONI

I parametri geometrici e le proprietà di un compressore a doppia vite sono fondamentali per i modelli di simulazione e dovrebbero essere predefiniti e derivati come dati di input per la simulazione. In questo capitolo, sono stati raffigurati i parametri geometrici di un compressore a doppia vite e sono stati discussi tre metodi per la computazione dei profili dei loro rotori. Con l'acquisizione dei parametri geometrici e dei profili dei compressori a doppia vite, le caratteristiche geometriche del compressore, come per esempio il volume della camera di aspirazione e compressione, la linea di tenuta tra i rotori e le aree dei blowholes possono essere calcolate. Tutte queste caratteristiche, sono in genere calcolate ed espresse come funzione della posizione angolare del rotore maschio. Tali caratteristiche entrano in gioco per il calcolo delle prestazioni del compressore.

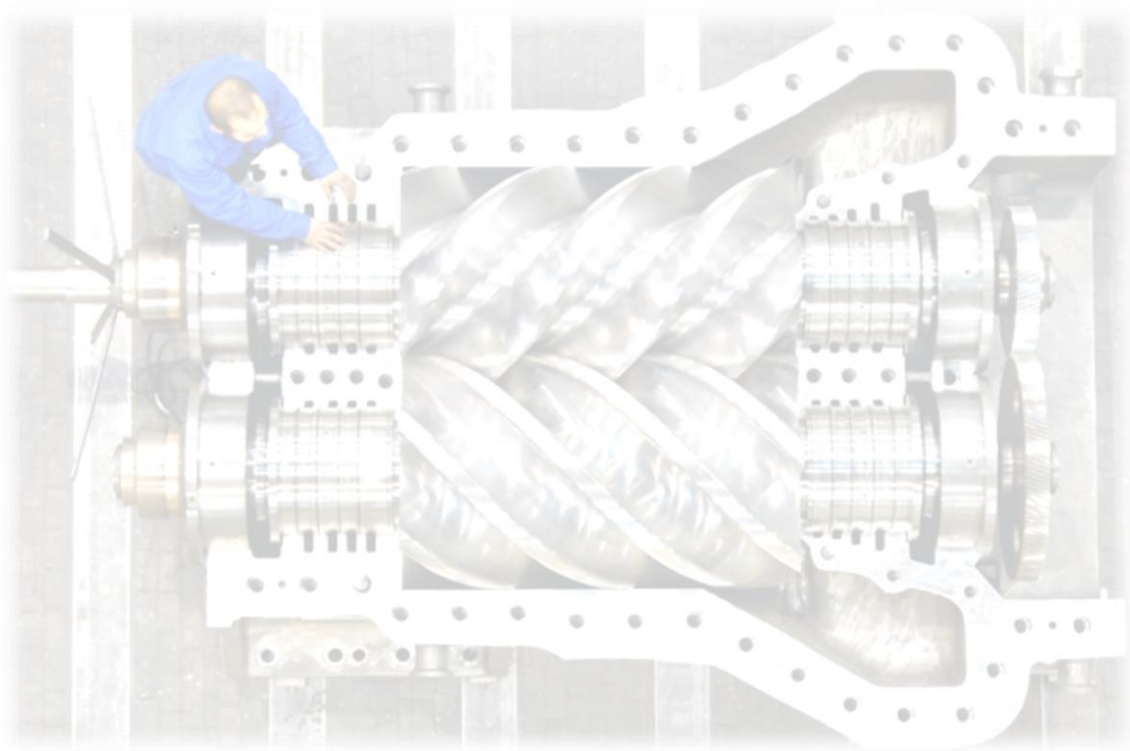
# Capitolo 4

## ANALISI MATEMATICA DEI TRAFILAMENTI E DELLE FASI TERMODINAMICHE

*La mente è come un paracadute.*

*funziona solo se si apre.*

*Albert Einstein*



Principi di funzionamento

Calcolo del tempo del ciclo termodinamico

Perdite per trafilamento

Trafilamenti dalla linea di tenuta tra i rotori (interlobe clearance)

# Capitolo 4

Trafilamenti attraverso i blowholes

Trafilamenti attraverso i giochi con il piatto di scarico (discharge end clearance)

Trafilamenti attraverso i giochi tra la punta del rotore e l'housing (rotor tip-housing clearance)

Approfondimento sui percorsi seguiti dai trafilamenti

Calcolo dei trafilamenti

Trafilamenti di gas dentro la cavità (gas leakage into the cavity)

Trafilamenti di gas fuori la cavità (gas leakage out of the cavity)

Trafilamenti di olio dentro la cavità (oil leakage into the cavity)

Trafilamenti di olio fuori la cavità (oil leakage out of the cavity)

Processo di aspirazione

Trasferimento del calore tra il gas e l'olio

Processo di compressione e scarico

Valutazione delle prestazioni

Efficienza volumetrica

Efficienza adiabatica

Efficienza globale di sistema

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

La modellazione matematica di un compressore a vite è importante per comprendere i processi di base per determinare le sue prestazioni. I compressori a vite appartengono alla famiglia delle macchine volumetriche rotative il cui diagramma di processo è diverso da quello dei turbocompressori convenzionali. In questo capitolo è stato fatto un tentativo per sviluppare un modello matematico per la fase di aspirazione e per la fase di compressione-scarico. Il modello è stato derivato dalla prima legge della termodinamica applicata ad un volume di controllo; è stato fatto uso della legge dei gas perfetti e altre leggi importanti, come per esempio l'equazione di continuità. Questo modello predice la variazione di temperatura e di pressione del gas in seguito alla variazione del volume durante la fase di compressione. La variazione della temperatura del fluido iniettato nel compressore può altresì essere determinata. Nel caso studio faremo riferimento all'iniezione di olio. Nei compressori alternativi, lo spazio morto nel volume a fine compressione è un fattore significativo, così come il rapporto delle pressioni che determinano l'efficienza volumetrica. In analogia a questo, i trafilamenti di gas e olio sono i fattori principali per la determinazione dell'efficienza volumetrica nei compressori a vite. Nell'analisi del volume di controllo, i trafilamenti di massa di gas ed olio in ingresso ed in uscita dalla camera di lavoro costituiscono l'input e l'output dei flussi.

### 4.1 PRINCIPI DI FUNZIONAMENTO

Il compressore a doppia vite ha due rotori, che nel nostro caso saranno ad assi paralleli ed a passo costante, racchiusi in un casing molto aderente alle loro punte dei lobi. Ogni rotore ha un numero di lobi, i quali sono tagliati a forma di elica ed ingranano uno sull'altro all'interno del casing. Il casing e le scanalature sui due rotori formano la camera di lavoro la quale corrisponde al cilindro e pistone nei compressori alternativi. I processi che hanno luogo nei compressori a doppia vite consistono in tre fasi, chiamate: aspirazione, compressione e scarico, come mostrato in Figura 42.

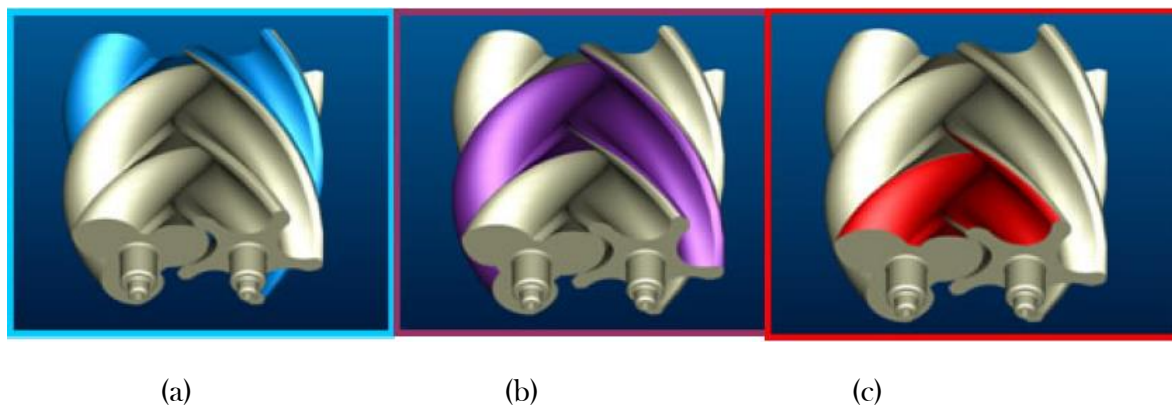


Figura 42 (a) Fase di aspirazione (b) Fase di compressione (c) Fase di scarico [125].



## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

Nel processo di aspirazione, la carica fresca fluisce nelle cavità dei rotori maschio e femmina attraverso la luce di aspirazione. Quando il volume della camera di lavoro raggiunge il suo valore massimo ed ogni ulteriore rotazione provocherebbe un re-ingranamento dei rotori, questi ultimi ruotano oltre i bordi della luce di aspirazione ed il gas fresco viene intrappolato (ed isolato) nella camera di lavoro. Il processo di compressione inizia con l'intrappolamento del gas e a causa del progressivo ingranamento tra i due rotori, il volume della camera di lavoro viene ridotto progressivamente. Il gas intrappolato è compresso e mosso dai rotori verso la sezione di scarico. In un punto appropriato (basato sulla pressione di progetto allo scarico) i rotori passano davanti alla luce di scarico, mettendo in comunicazione la camera di lavoro con l'ambiente di mandata.

Nella successiva Figura 43 è possibile visualizzare il momento in cui la camera di aspirazione viene isolata, prima di iniziare la fase di compressione.

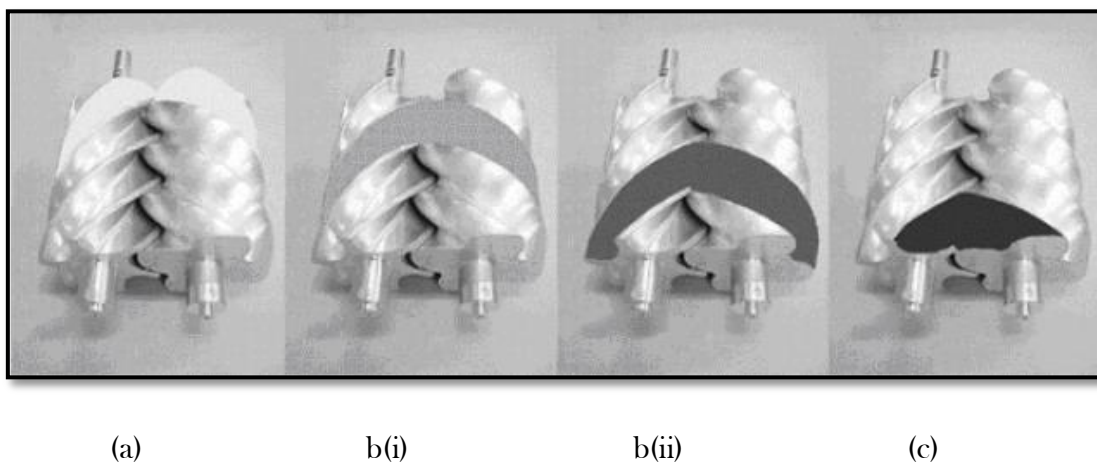


Figura 43 Meccanismo di funzionamento del compressore a doppia vite [126]; (a) Fine della fase di aspirazione (b) Processo di compressione [(i) intrappolamento & (ii) riduzione del volume] (c) Fase di scarico.

Una tipica vista di una combinazione 5/6 dei rotori è mostrata nella Figura 44, senza la rappresentazione del casing, per avere una maggiore chiarezza.

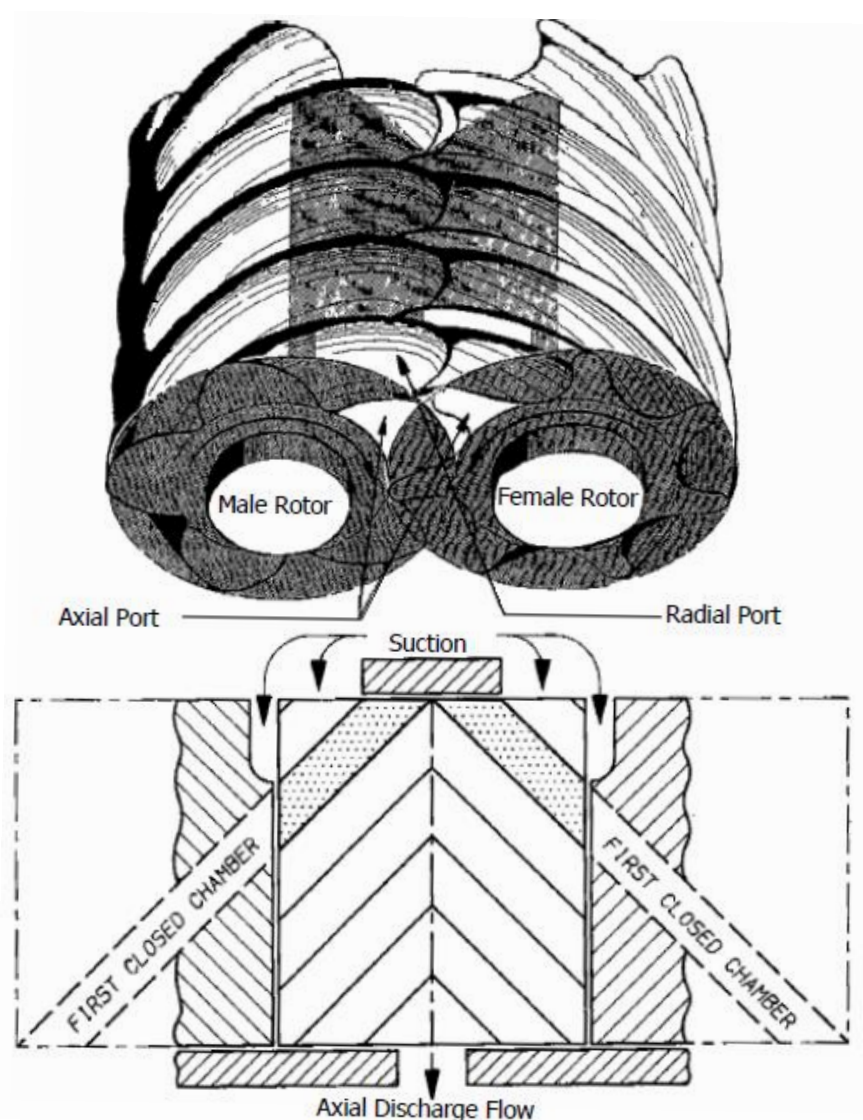


Figura 44 Tipica vista dal lato compressione di due rotori a vite con la prima camera chiusa svolta nella sua lunghezza [127].

I volumi ingranati e non ingranati di un paio di cavità dall'inizio della compressione, al completamento della fase di scarico sono mostrate in Figura 45. Le coppia di cavità dei rotori (che sono state ombreggiate), sono ingranate per la fase di compressione e sono seguite dalle cavità non ingranate, cioè aperte dal lato aspirazione. Il processo è mostrato in fasi. La figura rappresenta come la riduzione del volume di una coppia di cavità abbia luogo mano a mano che si avvicinano alla luce di scarico assiale (e/o anche radiale). Ovviamente, tutte le altre camere (diverse da quella in esame) subiscono simultaneamente un processo simile, con la differenza che risiede nella fase temporale durante la quale subiscono tale processo. Mentre la compressione avviene tra la linea di tenuta (seal line) e la sezione di scarico, l'aspirazione avviene nel volume rappresentato dai puntini (vedi figura) che compaiono dietro alla linea di tenuta. Dalla figura è possibile osservare che durante la rotazione dei rotori, la linea di tenuta si sposta verso la sezione di scarico del compressore.

### 4.1.1 Calcolo del tempo del ciclo termodinamico

I principali processi nel ciclo operativo di un compressore a vite sono l'aspirazione, la compressione e lo scarico. Generalmente il tempo per un ciclo nei compressori a vite ad iniezione di olio (ma vale in generale) viene rappresentato in termini di angolo di rotazione del rotore maschio. Il processo di aspirazione ed il processo di scarico si sovrappongono nel tempo, anche per le stesse scanalature prese in esame. Mentre una parte delle scanalature è nella fase di aspirazione, il resto della stessa è soggetta a compressione o scarico. Generalmente le dimensioni dei rotori sono scelte in modo che il processo di aspirazione si estende per circa una rotazione completa, mentre il processo di compressione è leggermente più corto.

Il compressore rotativo preso in considerazione ha una combinazione 5/6 di lobi, di cui cinque lobi sul rotore maschio e sei sul rotore femmina. Il tempo totale preso per il processo di aspirazione di una coppia di cavità (del rotore maschio e femmina) è circa una rivoluzione del rotore maschio. Pertanto, il tempo per il processo di aspirazione in termini di angolo di rotazione del rotore maschio è vicino ai 360°. Il processo di compressione dipende invece dall'angolo di avvolgimento del rotore maschio (wrap angle), che in generale, ha un valore indicativo di ottimo in funzione di alcune caratteristiche geometriche dei rotori. Questo angolo rappresenta l'angolo di contatto (estensione dell'ingranamento) tra il rotore maschio e quello femmina durante la fase di compressione e determina il movimento assiale di questa fase. Un piccolo angolo di avvolgimento dà un'alta velocità di compressione, invece, per grandi angoli di avvolgimento la velocità della fase di compressione risulta più lenta e quindi più graduale, a parità di volume di fluido consegnato. Per una combinazione 5/6 dei lobi, l'ottimo angolo di avvolgimento  $\varphi$  è stimato essere approssimativamente 300° di angolo di rotazione del rotore maschio [12]. Quindi il "tempo" richiesto per la compressione è determinato dall'angolo di rotazione del rotore maschio. Durante il processo di scarico, due adiacenti processi di compressione si sovrappongono oltre un certo angolo di rotazione del rotore maschio. Questo significa che due adiacenti processi di compressione sono simultaneamente aperti sulla luce di scarico per un certo angolo di rotazione del rotore maschio. Per un angolo di avvolgimento di 300°, il processo di scarico occupa approssimativamente 60° di rotazione del rotore maschio. Così, per la presente combinazione di lobi, l'angolo totale di rotazione del rotore maschio per completare un ciclo termodinamico è una rivoluzione. Durante questo tempo, aspirazione, compressione e scarico avvengono simultaneamente.

Così, se il rotore maschio ruota a  $N_m$  rivoluzioni al secondo, il tempo preso dal processo di aspirazione risulta:

$$t_s = \frac{1}{N_m} \quad 4.1$$

Per motivi di analisi del processo di aspirazione, compressione e scarico, il tempo totale può essere espresso dalla relazione [70]:

$$T = \frac{1}{N_m} \left( 1 + \frac{\varphi}{360^\circ} + \frac{1}{n_m} \right) sec \quad 4.2$$

Dove  $\varphi$  è l'angolo di avvolgimento e  $n_m$  è il numero di lobi del rotore maschio.

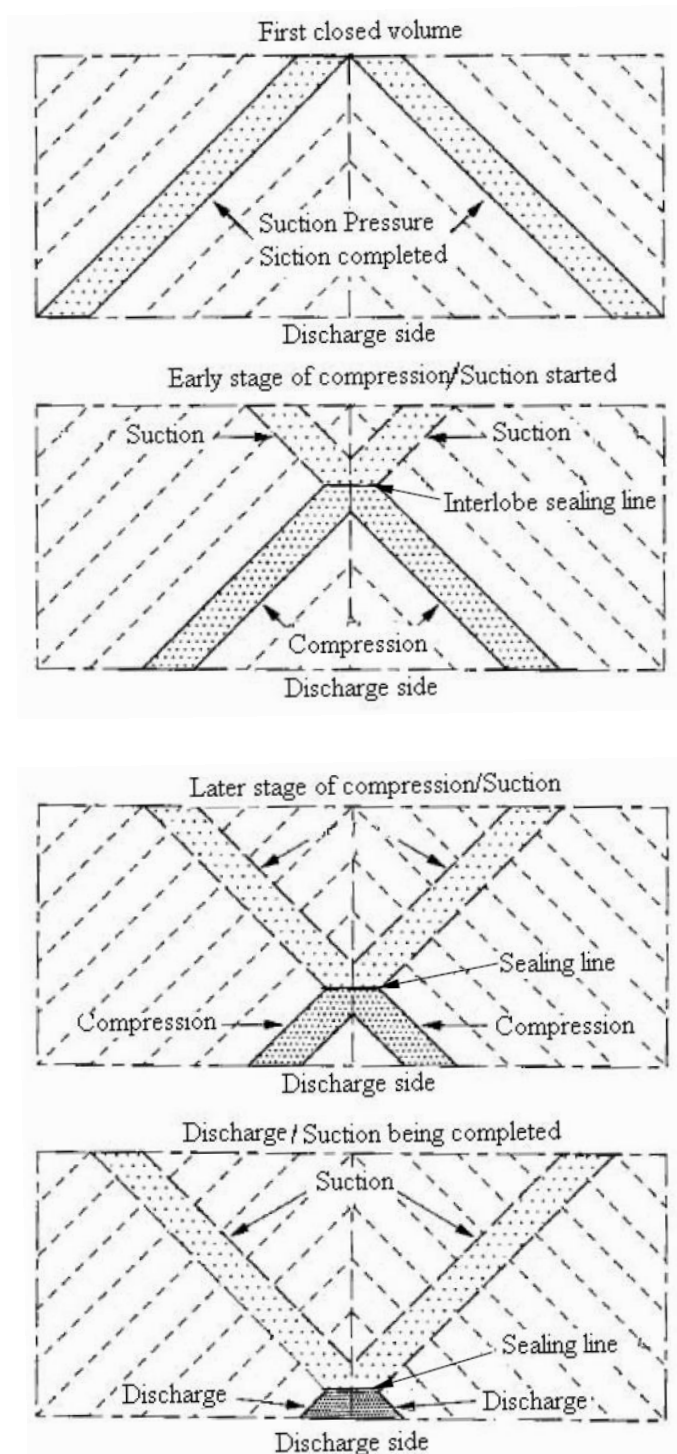


Figura 45 Progressione del volume intrappolato in una camera durante la rotazione (processo di compressione) [127].

### 4.2 PERDITE PER TRAFILAMENTO

In un compressore a doppia vite ad iniezione di olio, l'olio viene fatto circolare per asportare il calore che si genera durante la compressione del gas (riducendo la temperatura e quindi le dilatazioni termiche dei rotori stessi, evitando fenomeni di interferenza), ma anche per migliorare la tenuta tra i lobi dei rotori che sono ingranati l'uno sull'altro (infatti va a colmare i gap tra i rotori, necessari in fase di progettazione per non avere interferenza durante il funzionamento, scongiurare fenomeni di usura e infine riduce sensibilmente i trafilamenti tra i rotori ed il casing. L'olio ha l'importante compito di creare un meato tra la superficie di contatto dei due rotori, laddove vengono in contatto durante l'ingranamento ed il corrispettivo trascinamento del rotore femmina da parte del rotore maschio. Lungo la direzione assiale, tra la sezione di aspirazione e la sezione di scarico, la differenza di pressione induce dei trafilamenti di gas e di olio. Questi trafilamenti equivalgono ad una sostanziale aliquota della portata volumetrica elaborata dal compressore e giocano un ruolo importante nel determinare le prestazioni della macchina. Per un alto rapporto delle pressioni e basse velocità di rotazione, questi trafilamenti costituiscono la principale causa della riduzione di efficienza del compressore, mentre per un numero di giri più elevato si ottengono prestazioni generalmente migliori.

Per una computazione pratica degli effetti di questi trafilamenti durante il processo di compressione è conveniente distinguere tra due tipi di perdite per trafilamento, basandoci sulla direzione che questi hanno rispetto alla camera di lavoro (è la camera che stiamo analizzando): infatti possono portare guadagno o perdita per la camera sotto esame. Prenderemo un trafilamento di guadagno come positivo (entra nella camera di lavoro), mentre una perdita come negativo (esce dalla camera di lavoro). I trafilamenti di guadagno provengono dalla parte della sezione di scarico (a più alta pressione), dalle camere di lavoro adiacenti a quella in esame o dalle cavità che sono in una fase più avanzata nella compressione. Per perdite di trafilamento intendiamo che il gas e/o l'olio stanno lasciando la camera di lavoro o altre cavità che sono in fase di compressione, per fluire verso la sezione di aspirazione del compressore e/o fluire verso la camera adiacente a più bassa pressione. Durante il processo di compressione, possono essere identificati e localizzati differenti percorsi di trafilamento [112].

La Figura 46 raffigura differenti tipi di percorsi che i trafilamenti possono seguire per entrare od uscire dalla camera di lavoro. Il flusso che si instaura a causa dei vari trafilamenti può essere simulato come un ugello convergente. La quantità di questi trafilamenti dipende dall'area che hanno a disposizione, dal coefficiente di efflusso, dalla differenza di pressione e dalla differenza di temperatura tra la camera di lavoro e le camere adiacenti. I coefficienti di efflusso dovrebbero essere stimati attraverso una prova sperimentale, dove l'area di efflusso può essere misurata, essendo noti i due rotori e le varie geometrie del compressore. Per trovare le portate di trafilamento, deve essere noto lo stato termodinamico delle scanalature adiacenti alla camera di lavoro ad ogni angolo di rotazione del rotore maschio. Per uno stato termodinamico della camera di lavoro ad un angolo di rotazione del rotore maschio

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

corrispondente a  $\theta_m$ , la camera precedente e successiva saranno ad un altro stato termodinamico, cui corrispondono, rispettivamente, gli angoli  $(\theta_m + \frac{2\pi}{n_m})$  e  $(\theta_m - \frac{2\pi}{n_m})$ , dove  $n_m$  è il numero di lobi del rotore maschio.

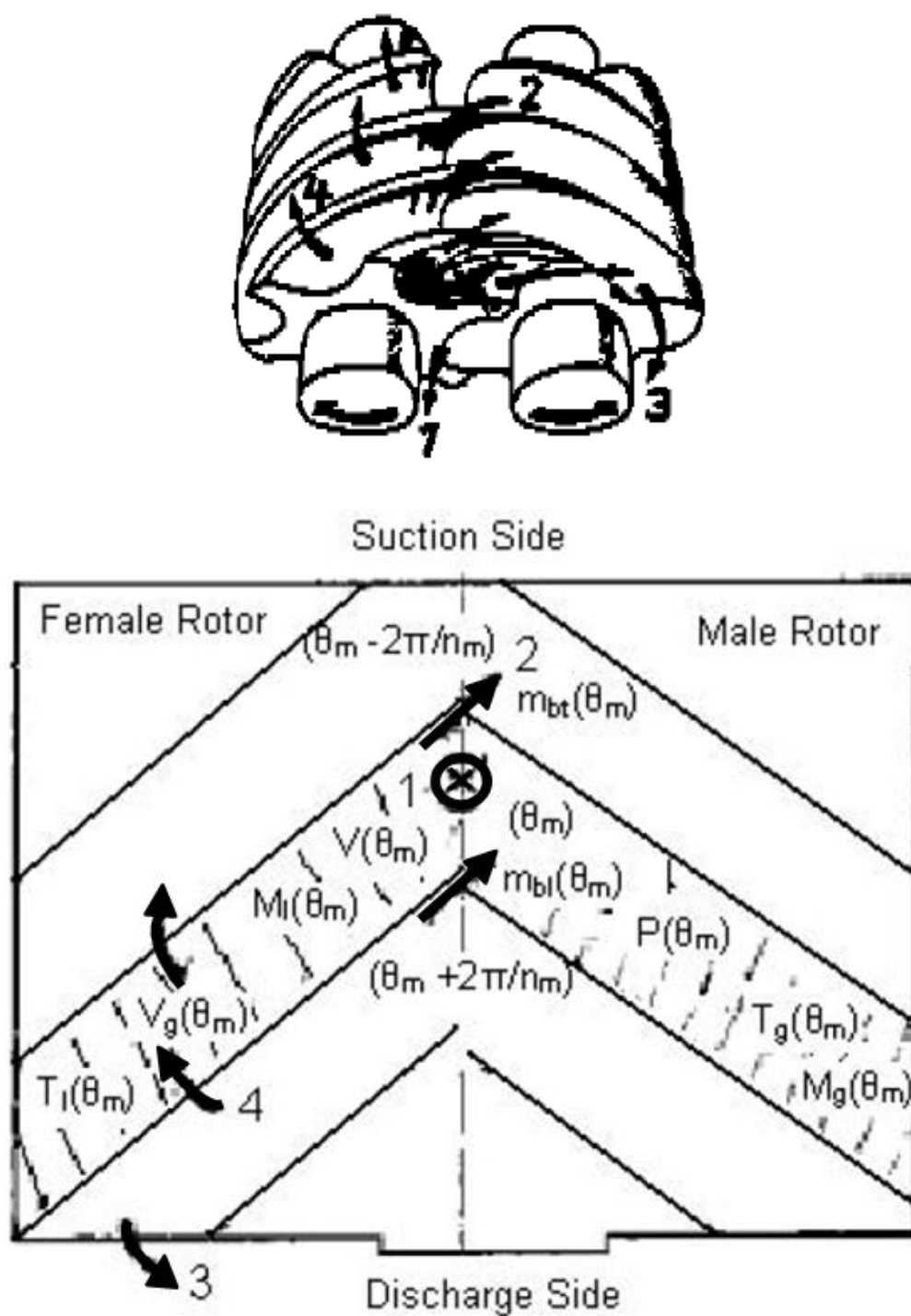
In associazione con la Figura 46, lo stato dei parametri è mostrato con l'aiuto del diagramma a blocchi della Figura 49.

Per maggiori dettagli sui trafilamenti in un compressore a doppia vite esistono i seguenti articoli [128] e [112]. Questi dettagli sono mostrati sotto.

### 4.2.1 Trafilamenti dalla linea di tenuta tra i rotori (interlobe clearance)

I giochi tra i rotori inducono i trafilamenti del gas e dell'olio tra due scanalature adiacenti. Un certo gioco tra i due rotori è previsto in fase di progetto per evitare grippaggio e perdite da usura durante il funzionamento nominale ed off-design, nonché per tenere conto delle dilatazioni termiche dovute alle alte temperature raggiunte durante la fase di compressione (in parte contenute dall'iniezione dell'olio stesso). I trafilamenti di gas ed olio attraverso questi giochi vanno direttamente nella camera di aspirazione. L'entità di questi trafilamenti dipende dalla loro area, dalla temperatura, dal coefficiente di efflusso e dalla differenza di pressione tra la camera di lavoro e la camera che in quel momento è nella fase di aspirazione.





1-Interlobe leakage, 2-Leakage attraverso il trailing blowhole, 3-Leakage attraverso il discharge end clearance, 4-Leakage attraverso il rotor-tip housing,  $\theta_m$ : angolo di rotazione del rotore maschio.

Figura 46 Panoramica dei differenti tipi di trafilamenti attraverso i gaps in un compressore a doppia vite [128].



### 4.2.3 Trafilamenti attraverso i blowholes

Un altro inevitabile trafilamento è quello attraverso i blowholes. Corrispondono alla presenza di trafilamenti a sezione triangolare curvilinea (blowholes) di cui sono affetti tutti i compressori a doppia vite e sono la diretta conseguenza della geometria dei profili dei due rotori in seguito al loro ingranamento. Per una maggiore comprensione vedere le figure: Figura 47 e Figura 48.

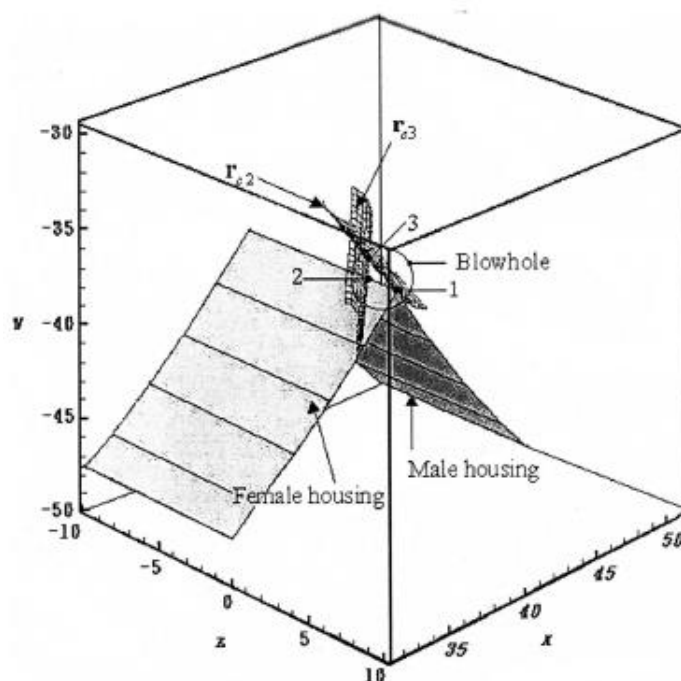


Figura 47 Definizione della geometria per le perdite triangolari: leakage blowholes [129].

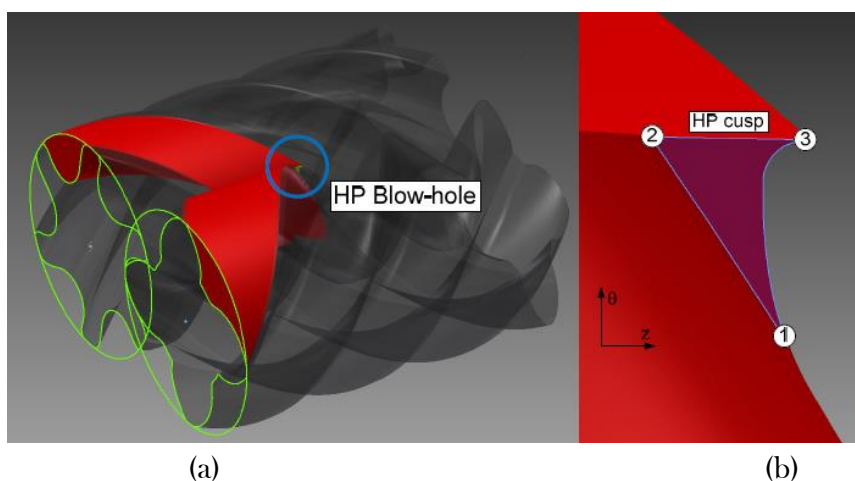


Figura 48 (a) Volume di fluido durante la fase di scarico, (b) Blowhole, dove l'asse zeta è l'asse longitudinale del compressore [130].

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

L'area relativa ai blowholes è definita come la più piccola area triangolare delimitata dall'housing e dai due rotori sul piano normale al flusso primario che avviene tra due camere di lavoro adiacenti. Una camera sarà in anticipo ed una in ritardo di fase rispetto a quella che stiamo esaminando (camera di lavoro). Durante il processo di compressione si formano due blowholes, i quali sono chiamati leading blowhole e lagging blowhole. Entrambi i blowholes hanno la stessa area (dell'ordine di qualche  $mm^2$  a seconda della grandezza dei rotori e della loro geometria). Il leading blowhole è formato tra la camera di lavoro e la camera adiacente (in anticipo) che si trova all'angolo  $(\theta_m + \frac{2\pi}{n_m})$ , e il lagging blowhole è formato tra la camera di lavoro e la camera adiacente (in ritardo) che si trova all'angolo  $(\theta_m - \frac{2\pi}{n_m})$ . I trafilamenti di massa di gas ed olio entrano nella camera di lavoro attraverso il leading blowhole e ne escono attraverso il lagging blowhole (la camera in anticipo ha una pressione superiore rispetto alla camera di lavoro, viceversa per la camera in ritardo).

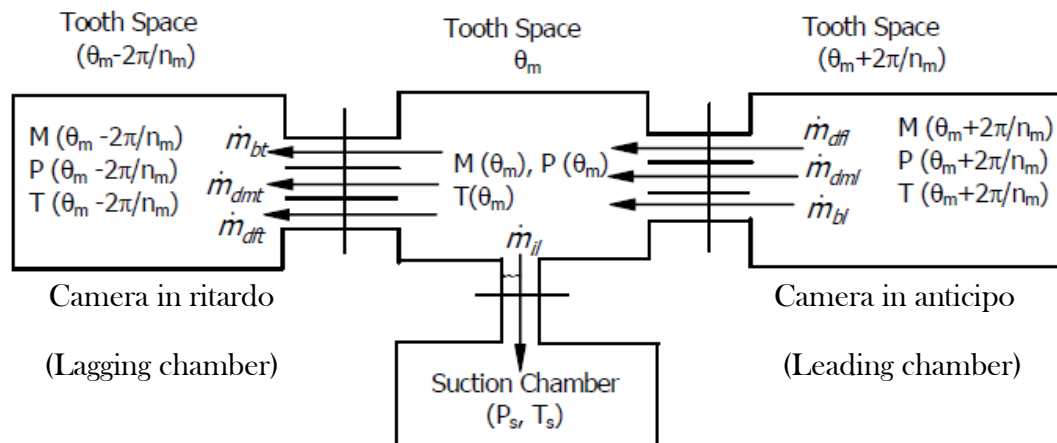


Figura 49 Modello dei flussi attraverso i giochi (clearance gap) in un compressore a doppia vite.

### 4.2.4 Trafilamenti attraverso i giochi con il piatto di scarico (discharge end clearance)

Un altro importante trafilamento di massa avviene attraverso i giochi (clearance) tra la fine dei rotori ed il piano (piatto) di scarico del compressore (discharge end plate). I trafilamenti di massa della miscela di gas ed olio dalla cavità sul lato leading dei rotori maschio e femmina vanno nella camera di lavoro che stiamo analizzando attraverso i giochi tra il rotore maschio ed il discharge end plate ed anche tra il rotore femmina ed il discharge end plate. Analogamente, i trafilamenti di massa della miscela di gas ed olio dalla camera di lavoro vanno nella successiva camera formata dalla cavità dei due rotori.

### 4.2.5 Trafilamenti attraverso i giochi tra la punta del rotore e l'housing (rotor tip-housing clearance)

I trafilamenti di massa attorno alla punta del rotore dipendono dal gap tra la punta del rotore stesso e l'housing, per tutta la lunghezza (variabile con l'angolo di rotazione del rotore maschio) della linea di tenuta. Come detto, la lunghezza di questa linea di tenuta dipende dall'angolo di rotazione del rotore maschio ed è una funzione nota dello stesso (L'angolo del rotore maschio viene usualmente preso a riferimento). Come i rotori iniziano la rotazione, questa linea di tenuta diminuisce la sua lunghezza a causa della diminuzione di volume della camera di compressione. Dalla Figura 48 (a) è possibile visualizzare meglio questa dinamica. La lunghezza di questa linea di tenuta è massima all'inizio della compressione e diventa zero alla fine della fase di scarico, quando collassa nel punto di tangenza (nel caso ideale) dei profili dei rotori. A causa dell'azione del campo centrifugo all'interno del compressore, il gioco tra la punta del rotore e l'housing viene riempito con il solo olio, a causa della sua più alta densità, se comparata con il fluido di lavoro (aria). Quindi, diversamente dagli altri percorsi che seguono i vari trafilamenti, facciamo l'ipotesi che solo l'olio trafilava attraverso questo passaggio (tip-housing clearance). Il trafilamento della massa d'olio all'interno della camera di lavoro dalla precedente e/o successiva camera sono stati presi positivi e negativi, rispettivamente. Questo tipo di trafilamenti avviene su entrambi i rotori sul lato della cavità che si trova in ritardo (lagging) e da quella che si trova in anticipo (leading), sempre rispetto alla camera sotto esame.

La Figura 50 mostra l'ingranamento dei rotori di un compressore a doppia vite con raffigurati i percorsi dei trafilamenti di massa nei piani X e Y. I rotori ruotano in uno stretto casing, che non è mostrato per motivi di chiarezza. Lo spazio di lavoro compreso tra la scanalatura del rotore maschio e la scanalatura del rotore femmina (chiamato camera di lavoro) è mostrato, in figura, dall'area campita. Il gas da comprimere occupa lo spazio nelle due precedenti scanalature. La Figura 51 mostra la proiezione sul piano y-z dell'area della superficie relativa alla scanalatura del rotore maschio. Quando i due rotori ruotano, il contorno dell'area proiettata si muove parallelamente all'asse z, ma senza cambiare la sua forma. Il contorno della linea di tenuta è estrapolato oltre il rotore ed è stata raffigurata attraverso la linea tratteggiata per identificarla meglio. Quando i rotori ruotano, ad un certo punto appare la sezione a monte (leading) della linea di tenuta, e, come la rotazione procede la linea si muove parallelamente all'asse z e decrementa in dimensione (lunghezza) fino a che eventualmente scompare come è mostrato in Figura 52. La lunghezza della linea di tenuta varia con la rotazione dei rotori e generalmente viene data in funzione dell'angolo di rotazione del rotore maschio.

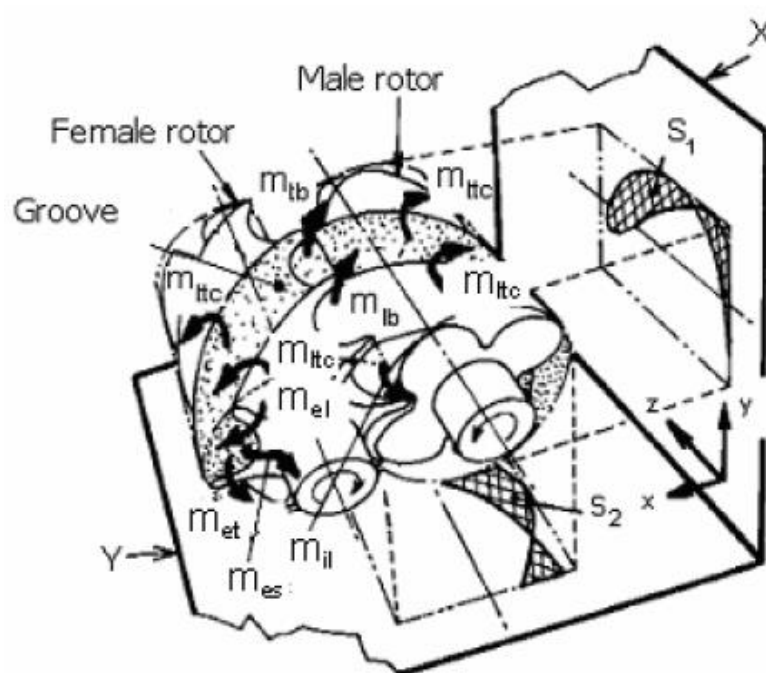


Figura 50 Differenti trafilamenti durante il processo di compressione [68].

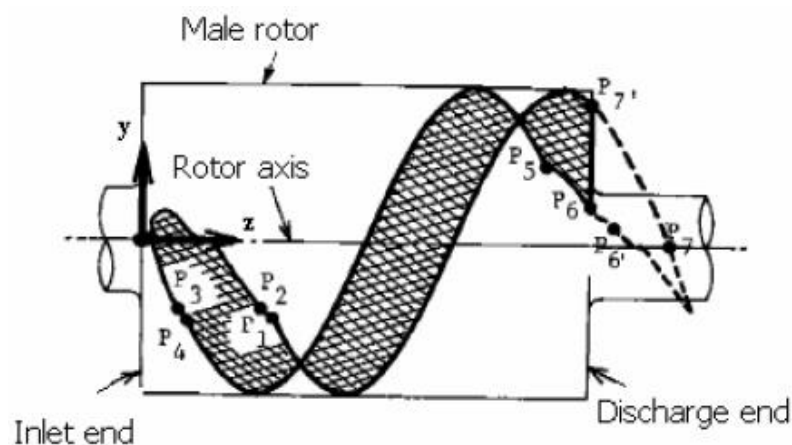


Figura 51 Proiezione dell'area della scanalatura del rotore maschio sul piano y-z [68].

Section	Name
P1-P2	Leading blow hole
P2-P3	Trailing interlobe sealing line
P3-P4	Trailing blow hole
P4-P5	Trailing lobe tip sealing line
P5-P6	Blow hole on expansion side
P6-P7	Leading interlobe sealing line
P7-P1	Leading lobe tip sealing line
P6'-P7'	Lobe end sealing line

Componenti della linea di tenuta (sealing line) [68].

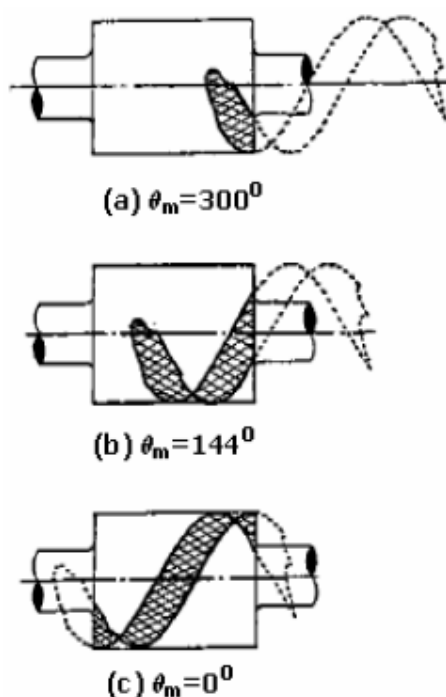


Figura 52 Cambiamento della lunghezza della curva di tenuta con la rotazione del rotore maschio [68].

#### 4.2.6 Approfondimento sui percorsi seguiti dai trafilamenti

A causa della geometria e dell'accoppiamento delle parti che compongono il compressore e dalla necessità di lasciare dei giochi tra esse, il compressore ha molti percorsi che portano ad avere trafilamenti, come è descritto successivamente. Ad esempio, possono avvenire attraverso la linea di contatto tra i rotori maschio e femmina, attraverso le punte dei lobi dei rotori e l'housing, dalla linea di tenuta tra i rotori e la fine dei rotori ed il piano (piatto) di scarico, tra i blowholes dalla parte leading e da quella lagging e dal blowhole che si forma per un certo lasso di tempo (breve) all'inizio della fase di compressione (che però in genere viene trascurato). Il contributo, anche simultaneo, di tutti questi trafilamenti attraverso i rispettivi percorsi, ha una grande influenza sulle prestazioni del compressore. I trafilamenti sono essenzialmente di due tipi, o meglio, possiamo inquadrarli in due macro tipologie. I primi riguardano i trafilamenti dalla cavità chiusa o dalla camera di scarico verso la camera di aspirazione o la cavità ancora connessa con la camera di aspirazione, i quali riducono entrambi l'efficienza indicata e l'efficienza volumetrica della macchina. Quelli di secondo tipo riguardano i trafilamenti dalla cavità chiusa o dalla camera di scarico alla cavità chiusa che segue (in ritardo), i quali riducono l'efficienza indicata, ma non hanno diretta influenza sull'efficienza volumetrica. Possiamo quindi concludere dicendo che ogni percorso dei trafilamenti ha un'influenza diversa sulle prestazioni del compressore. E' molto importante quantificare i trafilamenti attraverso ogni loro percorso e stabilire, eventualmente, con quale incidenza essi contribuiscono alla degradazione delle prestazioni della macchina.

Capire quali di essi e in che modo intervengono sulle prestazioni del compressore è un altro aspetto altrettanto importante. Per esempio, potrebbe essere prevista la riduzione dell'area dei blowholes e della lunghezza della linea di contatto in fase di ottimizzazione per incrementare le prestazioni della macchina, ma molto spesso, per un profilo del rotore dato, la riduzione dell'area dei blowholes ha come risultato un incremento della linea di contatto, quindi anche un'eventuale ottimizzazione del compressore deve simultaneamente tenere in conto, di tutte le reciproche influenze che possono nascere sulla geometria e sulle caratteristiche salienti del compressore, in seguito alla variazione dei parametri che modificano il profilo dei rotori. Il calcolo dei trafilamenti utilizzando piccoli incrementi temporali attraverso il processo di lavoro della macchina è molto complesso, perché l'area dei trafilamenti, il loro percorso e la loro lunghezza varia periodicamente e continuamente con l'angolo di rotazione del rotore maschio.

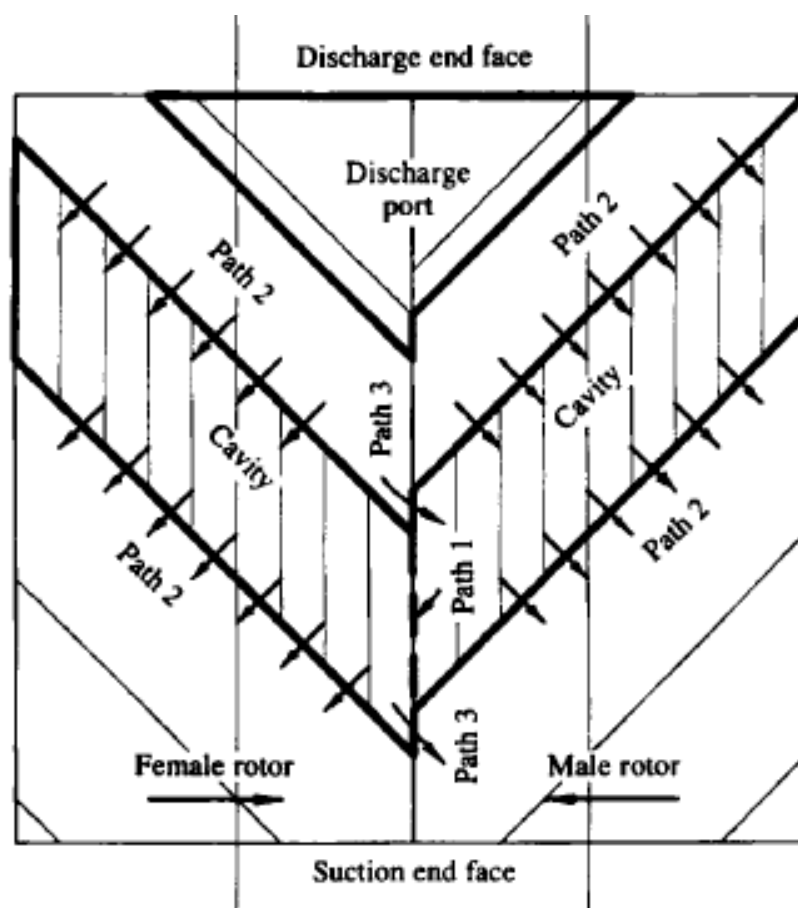


Figura 53 Percorsi dei trafilamenti di una cavità chiusa [112].

Considerando la Figura 53, la quale rappresenta il volume di una cavità chiusa, possiamo individuare i differenti percorsi seguiti dai trafilamenti che entrano od escano dalla cavità sotto studio.

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

- Percorso 1: tra la linea di contatto fra i rotori maschio e femmina.  
Il fluido di lavoro, attraverso questa linea, trafila dalla cavità chiusa verso la sezione di aspirazione. Ad ogni angolo di rotazione, l'area di trafilamento può essere ottenuta moltiplicando la lunghezza istantanea della linea di contatto per il gioco medio tra i rotori.
- Percorso 2: tra le linee di tenuta fra le punte dei rotori e la superficie dell'housing. Come si può vedere dalla Figura 53, questi trafilamenti riguardano il fluido che dalla cavità chiusa trafila nella cavità successiva o nella camera in aspirazione e analogamente dalla cavità o dalla camera nella fase di scarico verso di essa. Dovrebbe essere notato che i giochi tra l'housing e le punte dei rotori sono di solito differenti per il rotore maschio e quello femmina.
- Percorso 3: tra i blowholes in corrispondenza della cuspide dell'housing. Come si vede dalla Figura 53, il fluido di lavoro trafila verso la cavità successiva o verso quella che si trova alla pressione di aspirazione attraverso questo blowhole in corrispondenza della cuspide (cusp blowhole), il quale non è altro che una piccola area a forma quasi-triagonale formata tra la cuspide dell'housing e le punte dei rotori maschio e femmina. Dobbiamo considerare anche l'altro omologo trafilamento che dalla cavità precedente (leading cavity) o dalla cavità in fase di scarico trafila verso la cavità di lavoro. Come già detto, questi due blowholes hanno uguale area.
- Percorso 4: attraverso il blowhole che si instaura all'inizio della fase di compressione. Il fluido di lavoro trafila verso la cavità in aspirazione attraverso questo blowhole di inizio compressione (compression start blowhole), il quale è definito nel riferimento [40] dagli autori ed è un blowhole lungo la cuspide dell'housing sul lato di bassa pressione. Esso esiste all'inizio della fase di compressione per circa 30-40 gradi di rotazione del rotore maschio ed è lecito trascurare i trafilamenti attraverso di esso, dato che, alle velocità di rotazione di questi compressori, tale angolo viene spazzato in un tempo veramente breve.
- Percorso 5: tra i giochi tra l'end-plate e la superficie trasversale di testa del rotore maschio e femmina alla fine dell'aspirazione, cioè durante la primissima fase del processo di compressione.
- Percorso 6: tra i giochi tra l'end-plate e la superficie trasversale di testa del rotore maschio e femmina alla fine della fase di scarico. Allo scarico la situazione dei trafilamenti attraverso la superficie trasversale di testa dei rotori è più complicata che alla fine della fase di aspirazione. Il fluido di lavoro trafila sempre dalla cavità considerata verso la cavità successiva. In aggiunta, durante la fine del processo di compressione e durante il processo di scarico questi trafilamenti possono fluire direttamente nella cavità alla pressione di aspirazione, quindi possiamo affermare che esistono per una parte del



processo percorsi di trafilamento paralleli (simultanei). Questo rende particolarmente difficile modellizzare questi flussi di massa, poiché la distribuzione di queste portate massiche non è nota.

Nelle principali configurazioni di accoppiamento tra i lobi dei rotori, due o tre cavità chiuse esistono tra la porta di aspirazione e quella di scarico, le quali sono simultaneamente in compressione, anche se in uno stato di avanzamento differente. Non tutti i percorsi dei trafilamenti esistono contemporaneamente nel periodo temporale che riguarda i processi di compressione e scarico. Inoltre, per la durata della loro esistenza, l'area della maggior parte di questi trafilamenti cambia con l'angolo di rotazione del rotore maschio. Come conseguenza, se prendiamo in considerazione tutti i vari percorsi possibili, ne esce un complesso modello matematico. Nella Figura 54 sono mostrati, nella loro complessità, ma in forma schematica, i percorsi che posso seguire questi trafilamenti all'interno del compressore.

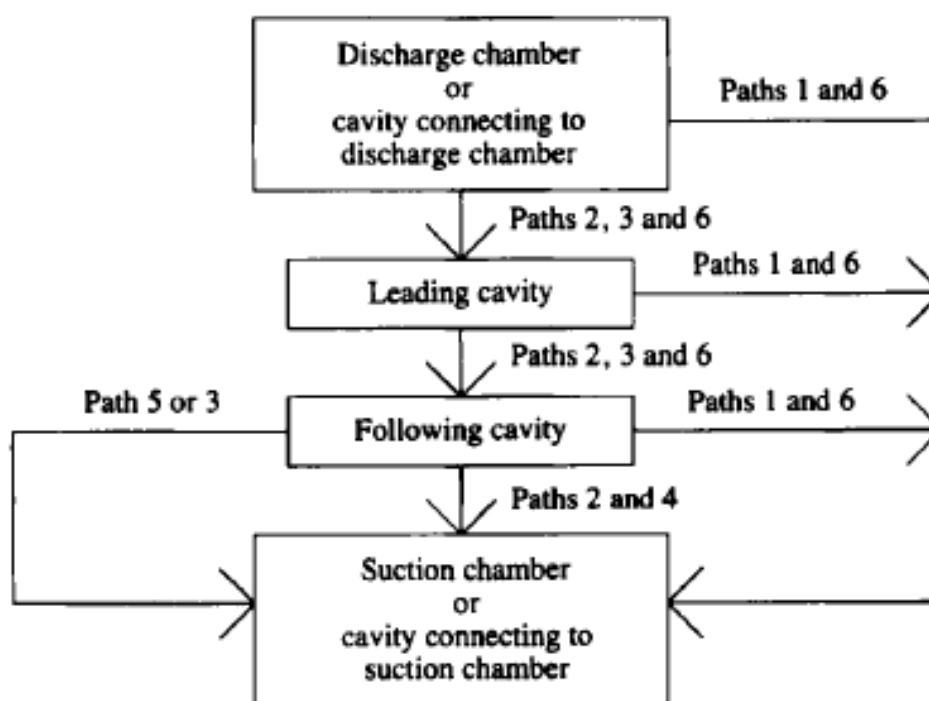


Figura 54 Diagramma schematico dei percorsi dei trafilamenti in un compressore a doppia vite [112].

Ogni percorso di trafilamento contiene complicati fenomeni di flusso. Per un approfondimento consultare i seguenti articoli [131], [132], [133], [134], [135], i quali trattano anche i fenomeni d'inerzia del gas attraverso l'equazione della quantità di moto. La direzione del flusso, l'area di flusso, la forma e la lunghezza di questi percorsi sono differenti a seconda del precorso e cambiano con l'angolo di rotazione del rotore maschio.

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

In aggiunta questo fluido non è un vero e proprio gas, ma piuttosto una miscela con il fluido iniettato, che di solito è olio, ma può anche essere acqua o altri fluidi. Ad essere pignoli, anche la situazione di carico sui rotori, in funzione del regime in cui opera la macchina, fa variare i giochi tra essi ( per esempio a causa della flessione degli stessi) e quindi l'area utile ai trafilamenti, ma qui entriamo nel tecnico. La successiva Tabella 2 mostra una classificazione dell'intensità dei vari trafilamenti, rispetto ai loro flussi di massa o all'area di passaggio offerta.

Path	1	2	3	4	5	6
Average area	Sixth	Second	Third	First	Fourth	Fifth
Mass flowrate	Third	Second	First	Fifth	Sixth	Fourth

Tabella 2 Classificazione dell'intensità dei trafilamenti- dal più grande al più piccolo (in termini di rilevanza) [112].

Infine potrebbe essere interessante disporre di un grafico come quello in Figura 55, in cui sono messi in relazione i vari percorsi di trafilamento con l'incidenza sull'efficienza indicata e sull'efficienza volumetrica, in questo caso ricavato per una macchina che lavora nel campo della refrigerazione.

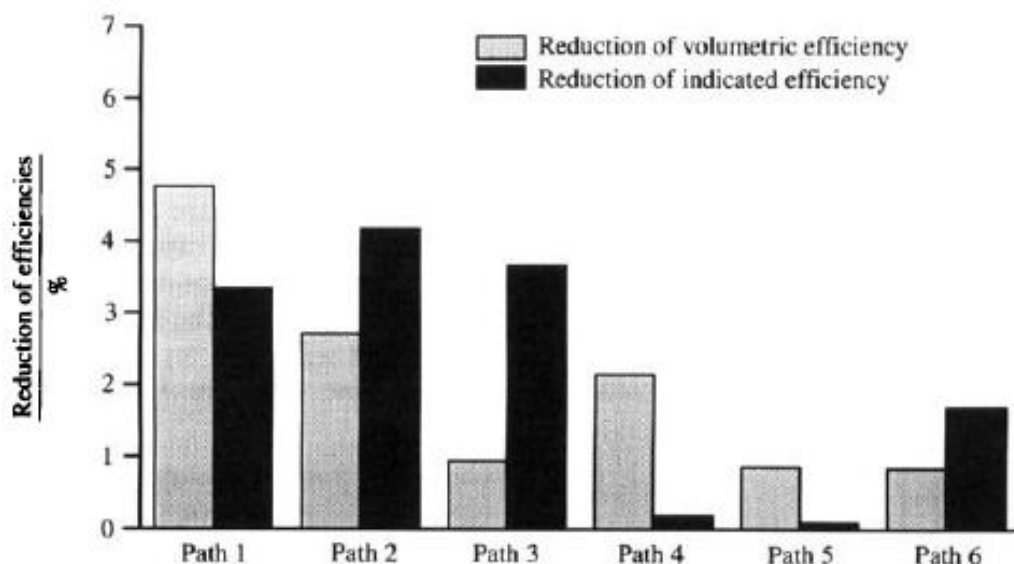


Figura 55 Riduzione delle efficienze: trafilamenti riferiti con il caso ideale di zero trafilamenti, suddivisi per i vari percorsi (velocità di rotazione 3500 giri/min; temperatura di evaporazione: 253.15 K [112]).

### 4.2.7 Calcolo dei trafilamenti

La massa del gas e dell'olio varia continuamente a causa dei trafilamenti durante il processo di compressione-scarico. Il tasso di cambiamento della massa di gas ed olio può essere scritta come:

$$\frac{dM_g}{dt} = \dot{m}_{gi} - \dot{m}_{go} \quad 4.3$$

e

$$\frac{dM_l}{dt} = \dot{m}_{li} - \dot{m}_{lo} \quad 4.4$$

dove  $M_g$  e  $M_l$  sono la massa del gas e dell'olio intrappolata dentro le scanalature prese in considerazione,  $\dot{m}_g$  e  $\dot{m}_l$  sono le portate massiche di trafilamento del gas e dell'olio, rispettivamente.

I trafilamenti della miscela gas ed olio potrebbero essere espressi in termini di variabili locali in qualsiasi momento della camera di lavoro e si presume che seguano il processo di un ugello convergente. Ad eccezione dei trafilamenti che avvengono attraverso il gioco sulla punta del lobo del rotore (lobe-tip clearance), gli altri trafilamenti di gas ed olio sono assunti essere miscelati uniformemente. Se viene presa in considerazione la caduta di pressione per un fluido che scorre attraverso un ugello, l'equazione dell'energia per un flusso adiabatico comprimibile può essere espressa come [131]:

$$\frac{\beta}{\beta-1} \frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_{e1}^2}{2g} + Z_1 = \frac{\beta}{\beta-1} \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_{e2}^2}{2g} + Z_2 \quad 4.5$$

E' stato assunto che i percorsi dei trafilamenti per la corrente a monte (up-stream) ed a valle (down-stream) siano alla stessa altezza ( $Z_1 = Z_2$ ) e la velocità in ingresso della miscela gas-olio è assunta essere piccola se confrontata con la velocità assunta in uscita. Con queste assunzioni, l'equazione scritta sopra si riduce a:

$$\frac{\beta}{\beta-1} \frac{P_1}{\rho_1 g} = \frac{\beta}{\beta-1} \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_{e2}^2}{2g} \quad 4.6$$

La conservazione della massa applicata alla miscela all'ingresso "1" e all'uscita "2" conduce all'equazione:

$$\rho_1 A_1 V_{e1} = \rho_2 A_2 V_{e2} \quad 4.7$$

Le equazioni (4.6) e (4.7), dopo la loro semplificazione, portano a calcolare la portata massica dei trafilamenti per la miscela come:

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

$$\dot{m} = (\dot{m}_g + \dot{m}_l) = \frac{CA_c P_1}{\sqrt{T_1}} \sqrt{\frac{\beta \left[ \frac{2}{(\beta+1)} \right]^{\frac{\beta+1}{\beta-1}}}{R_m}} \quad \text{per } 0 \leq r \leq \left[ \frac{2}{(\beta+1)} \right]^{\frac{\beta}{\beta-1}} \quad 4.8a$$

(Per flusso supersonico)

$$\dot{m} = (\dot{m}_g + \dot{m}_l) = \frac{CA_c P_1}{\sqrt{T_1}} \sqrt{\frac{2\beta(r^{\frac{2}{\beta}} - r^{\frac{\beta+1}{\beta}})}{(\beta-1)R_m}} \quad \text{per } \left[ \frac{2}{(\beta+1)} \right]^{\frac{\beta}{\beta-1}} \leq r \leq 1 \quad 4.8b$$

(Per flusso subsonico)

Dove  $\beta$  è il rapporto tra i calori specifici della miscela,  $r$  è il rapporto ( $r = \frac{P_2}{P_1}$ ) tra la pressione a valle ( $P_2$ ) e quella a monte ( $P_1$ ) e  $C$  è il coefficiente di efflusso dell'ugello. Si può notare che il rapporto tra le pressioni è sempre minore dell'unità. Quindi l'equazione (4.8b) per il flusso supersonico non è mai usata anche se entrambe le equazioni sono state date per completezza di trattazione. La portata massica dei trafilamenti della miscela attraverso i vari percorsi di trafilamento in entrata ed in uscita dalla camera di lavoro/cavità, ad eccezione di quelli relativi al percorso tip-housing clearance, sono calcolati usando l'equazione (4.8a). A causa della presenza dell'olio, l'esatto rapporto tra gas ed olio nella miscela non è noto. Però, il rapporto di massa nella miscela che sta uscendo attraverso i percorsi di trafilamento ed attraverso la luce di scarico potrebbe essere calcolato da dati sperimentali. Quindi, sono state fatte le seguenti assunzioni per i trafilamenti della miscela [72].

Assunzioni per la miscela gas-olio:

- I. La miscela è omogenea in tutti i percorsi di trafilamento eccetto sulla punta dei rotori;
- II. Il rapporto tra olio e gas è lo stesso in tutti i percorsi di trafilamento ed è uguale al rapporto di miscela sulla luce di scarico.

Da queste assunzioni, il rapporto di massa tra olio e gas nella camera di lavoro ed attraverso tutti i percorsi di trafilamento (ad eccezione del percorso 2) può essere definito come:

$\emptyset = (\text{portata massica di olio attraverso la luce di scarico}) / (\text{portata massica del gas attraverso la luce di scarico})$

$= (\text{portata massica dei trafilamenti di olio}) / (\text{portata massica dei trafilamenti di gas})$ .

In termini matematici possiamo esprimerlo dicendo che:

$$\emptyset = \frac{\dot{m}_l}{\dot{m}_g} = \frac{M_l}{M_g} \quad 4.9$$

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

Inoltre, dobbiamo tenere conto che il rapporto tra i calori specifici della miscela influenza l'ammontare dei trafilamenti. La determinazione esatta di questo indice adiabatico è piuttosto difficile a causa della presenza dell'olio. Fujiwara e Osada [67] avevano definito un apparente valore del rapporto tra i calori specifici ed un valore efficace della costante del gas per la miscela olio-gas. I valori modificati per questi due rapporti sono definiti come:

$$\beta = \frac{c_p + \phi c_l}{c_v + \phi c_l} \quad (\text{indice adiabatico per la miscela olio-gas}) \quad 4.10$$

$$R_m = \frac{1}{1+\phi} R \quad (\text{costante della miscela}) \quad 4.11$$

Il rapporto tra i calori specifici del gas puro (aria) è definito come:

$$K = \frac{c_p}{c_v} \quad (\text{indice adiabatico del solo gas compresso}) \quad 4.12$$

L'area media dei trafilamenti, nell'equazione delle perdite per trafilamento è determinata moltiplicando la lunghezza della linea di tenuta (istantanea) per un gap medio (clearance) per ogni tipo di trafilamento. I coefficienti di efflusso dovrebbero essere determinati empiricamente per la presenza dell'olio e, in generale, variano per ogni tipo di trafilamento. Il gap tra la punta del rotore ed il casing è riempito (nella nostra ipotesi) con un fluido ad alta densità, per esempio da solo olio, a causa dell'azione della forza centrifuga e quindi il flusso che trafilava è in una sola fase (solo olio). La quantità di olio che trafilava attraverso questo gioco da entrambe le punte dei rotori maschio e femmina può essere calcolata usando l'equazione per flussi viscosi non comprimibili attraverso uno stretto gap tra due lastre orizzontali dove una lastra è stazionaria e l'altra lastra si muove. La lastra che si muove è la punta del lobo del rotore, dove al posto della lunghezza della lastra mettiamo la larghezza del lobo. La portata massica di olio che trafilava lungo la linea di tenuta (S) della punta del rotore può essere scritta come [132]:

$$\dot{m}_l = S \rho_l \left[ \frac{V_t a}{2} - \frac{(P_1 - P_2) a^3}{12 \mu_l W_t} \right] \quad 4.13$$

Dove  $\rho_l$  è la densità dell'olio,  $W_t$  è la larghezza alla punta del lobo del rotore,  $V_t$  è la velocità periferica alla punta del lobo del rotore e  $a$  è il gioco (clearance) nella direzione perpendicolare al flusso.

Diversamente dai compressori alternativi, i compressori a vite sono di tipo rotativo ed hanno un certo numero di camere di lavoro. Il numero totale di camere di lavoro dipende dalla combinazione dei lobi tra il rotore maschio ed il rotore femmina. Nei compressori a vite, prendono quindi posto processi simultanei di aspirazione, compressione e scarico in tutte le scanalature presenti, con un anticipo (leading) o ritardo (lagging) di fase di  $\frac{360^\circ}{n_m}$  rispetto ad una cavità (coppia di scanalature) presa in esame. L'angolo di fase tra due camere di lavoro adiacenti dipende dal numero di lobi ( $n_m$ ) del rotore maschio. E' stato assunto che, un paio

di scanalature, una maschio ed una femmina siano sotto studio all'angolo di rotazione  $\theta_m^0$  del rotore maschio. I trafilamenti di massa di gas ed olio verso queste due scanalature dalla cavità che le precede, si trova ad un angolo  $(\theta_m + \frac{360^\circ}{n_m})^\circ$ . Analogamente, la massa di gas ed olio che trafilano verso la cavità successiva si trovano all'angolo  $(\theta_m - \frac{360^\circ}{n_m})^\circ$ . La portata massica dei trafilamenti della miscela (omogenea) di olio e gas durante il processo di compressione e scarico attraverso i vari percorsi di trafilamento, sono calcolati usando l'equazione (4.8a). L'equazione 4.13 è usata per calcolare i soli trafilamenti di olio attraverso i giochi sulla punta dei rotori (rotor tip-housing clearance). Le stesse equazioni sono impiegate per calcolare i trafilamenti in entrata ed in uscita dalla camera di lavoro o dalla cavità del compressore sulle quali lo studio numerico fa riferimento. Nel calcolo dei vari trafilamenti, solo un paio di scanalature, una maschio ed una femmina, sono state considerate, dato che tutte le altre scanalature sono simili in tutti gli aspetti (ipotizziamo di essere in regime stazionario di funzionamento del compressore). La quantità di massa dei trafilamenti di gas ed olio può essere calcolata separatamente dall'equazione dei trafilamenti per la miscela per una nota frazione di massa  $\phi$ .

#### 4.2.8 Trafilamenti di gas dentro la cavità (gas leakage into the cavity)

I trafilamenti di massa del gas dentro la camera di lavoro sono (i) i trafilamenti attraverso i leading blowhole (ii) i trafilamenti dalla faccia trasversale del rotore maschio dalla parte della sezione di scarico e (iii) i trafilamenti dalla faccia trasversale del rotore femmina dalla parte della sezione di scarico.

I valori dei coefficienti di efflusso usati nella simulazione dovrebbero assumere un valore opportuno in accordo con il tipo di trafilamento, con la velocità periferica della punta del lobo del rotore e con la quantità di olio iniettato. Usando l'equazione dell'ugello (4.8a), la portata massica del trafilamento del gas attraverso il leading blowhole dentro la camera di lavoro a qualsiasi istante può essere stimata usando la relazione:

$$\dot{m}_{gbi} = \frac{C_{bl} A_{bl} P_1}{\sqrt{T_1}} \sqrt{\frac{\beta \left[ \frac{2}{(\beta+1)} \right]^{\frac{\beta+1}{\beta-1}}}{R_m}} / (1 + \phi) \quad \text{per } 0 \leq r \leq \left[ \frac{2}{(\beta+1)} \right]^{\frac{\beta}{\beta-1}} \quad 4.14$$

dove  $C_{bl}$ ,  $A_{bl}$  sono rispettivamente i coefficienti di scarico e l'area di trafilamento. Vale un'analoga espressione nel caso di flusso subsonico, con la struttura espressa dalla 4.8b. Se  $(C_{dmi}, A_{dmi})$  e  $(C_{dfi}, A_{dfi})$  sono i coefficienti di efflusso e le aree di trafilamento dei rotori maschio e femmina sulla sezione di scarico, la portata massica netta dei trafilamenti di gas dentro la camera di lavoro attraverso tutti i percorsi dei trafilamenti, incluso il blowhole, possono essere computati usando l'espressione:

$$\dot{m}_{gi} = \frac{1}{(1+\phi)} \frac{(C_{btl}A_{btl} + C_{dmi}A_{dmi} + C_{dft}A_{dft})P_1}{\sqrt{T_1}} \sqrt{\frac{\beta \left[ \frac{2}{(\beta+1)} \right]^{\frac{\beta+1}{\beta-1}}}{R_m}} \quad 4.15$$

Vale un'analogia espressione nel caso di flusso subsonico, con la struttura espressa dalla 4.8b.

#### 4.2.9 Trafilamenti di gas fuori la cavità (gas leakage out of the cavity)

La portata massica dei trafilamenti di gas dalla cavità in compressione verso le camere adiacenti sono attraverso (i) il trailing blowhole (ii) i giochi tra i rotori (interlobe clearance) (iii) dai trafilamenti con il discharge end clearance e la cavità del maschio (iv) dai trafilamenti con il discharge end clearance e la cavità della femmina. Possiamo notare che i trafilamenti attraverso i due rotori (interlobe clearance) vanno direttamente dentro la cavità in aspirazione, mentre i trafilamenti attraverso il leading blowhole vanno dentro la cavità seguente. Analogamente, i trafilamenti di massa del gas vanno nelle cavità successive a causa dei giochi tra i rotori maschio e femmina ed il piatto di scarico ( clearance between male and female rotors with the discharge end plate).

Usando la stessa equazione (4.8a), la portata massica netta di gas che trafila fuori dalla camera di lavoro (cavità di lavoro) da tutti i vari percorsi che possono seguire i trafilamenti, può essere stimata usando l'equazione mostrata sotto:

$$\dot{m}_{go} = \frac{1}{(1+\phi)} \frac{(C_{btl}A_{btl} + C_{dmt}A_{dmt} + C_{dft}A_{dft})P_1}{\sqrt{T_1}} \sqrt{\frac{\beta \left[ \frac{2}{(\beta+1)} \right]^{\frac{\beta+1}{\beta-1}}}{R_m}} + \dot{m}_{gil} \quad 4.16a$$

dove

$$\dot{m}_{gil} = \frac{1}{(1+\phi)} \frac{(C_{il}A_{il})P_1}{\sqrt{T_1}} \sqrt{\frac{\beta \left[ \frac{2}{(\beta+1)} \right]^{\frac{\beta+1}{\beta-1}}}{R_m}} \quad 4.16b$$

Vale un'analogia espressione nel caso di flusso subsonico, con la struttura espressa dalla 4.8b.

Per il calcolo dei trafilamenti tra i rotori (interlobe leakage), la pressione a valle (downstream pressure)  $P_2$  è uguale alla pressione di aspirazione  $P_s$ , e  $(C_{btl}, A_{btl})$ ,  $(C_{dmt}, A_{dmt})$ ,  $(C_{dft}, A_{dft})$ ,  $(C_{il}, A_{il})$  sono, rispettivamente, i coefficienti di efflusso e le aree di trafilamento del trailing blowhole, della fine dello scarico del rotore maschio (discharge end of male rotor), della fine dello scarico del rotore femmina (discharge end of female rotor) e dei trafilamenti tra i rotori (interlobe leakage).



### 4.2.10 Trafilamenti di olio dentro la cavità (oil leakage into the cavity)

La portata massica di trafilamento dell'olio dentro la camera di lavoro avviene attraverso i giochi che ci sono tra la punta di entrambi i rotori e l'housing del compressore in aggiunta ai trafilamenti di olio associati con l'ingresso del gas dato dall'equazione 4.15. La portata massica totale di trafilamento dell'olio dentro la camera di lavoro può essere calcolata usando la relazione:

$$\dot{m}_{li} = \dot{m}_{lrmi} + \dot{m}_{lrfi} + \emptyset \dot{m}_{gi} \quad 4.17$$

dove  $\dot{m}_{lrmi}$ ,  $\dot{m}_{lrfi}$  sono rispettivamente le portate massiche di olio che trafila attraverso il gioco tra la punta del lobo del rotore maschio e femmina e l'housing del compressore e  $\emptyset \dot{m}_{gi}$  è il trafilamento di olio associato con il trafilamento della miscela olio-gas.

La portata massica di olio che trafila attraverso il gioco tra la punta del lobo del rotore maschio e l'housing del compressore, dalla scanalatura del rotore maschio che si trova in anticipo rispetto alla camera sotto esame (leading working chamber) è valutata dall'equazione 4.13 come:

$$\dot{m}_{lrmi} = S_{ml} \rho_l \left[ \frac{V_{tm} a}{2} - \frac{(P_1 - P_2) a^3}{12 \mu_l W_{tm}} \right] \quad 4.18$$

dove  $S_{ml}$  è la lunghezza della linea di tenuta (istantanea) del rotore maschio in corrispondenza del gioco sulla punta del rotore e l'housing ( sealing line lenght of male rotor at tip-housing clearance). Analogamente, i trafilamenti dalla scanalatura in anticipo del rotore femmina (leading female rotor groove) sono calcolati con la relazione:

$$\dot{m}_{lrfi} = S_{fl} \rho_l \left[ \frac{V_{tf} a}{2} - \frac{(P_1 - P_2) a^3}{12 \mu_l W_{tf}} \right] \quad 4.19$$

dove  $S_{fl}$  è la lunghezza della linea di tenuta (istantanea) del rotore femmina in corrispondenza del gioco sulla punta del rotore e l'housing ( sealing line lenght of female rotor at tip-housing clearance). I trafilamenti di olio associati con i trafilamenti del gas sono calcolati usando l'equazione 4.15, moltiplicando il valore di  $\dot{m}_{gi}$  per la frazione di massa " $\emptyset$ ".

### 4.2.11 Trafilamenti di olio fuori la cavità (oil leakage out of the cavity)

Analogamente ai trafilamenti di olio verso la cavità, la portata massica di olio che trafila fuori dalla cavità in compressione è composta di due parti: (i) il trafilamento del solo olio lungo la linea di tenuta attraverso il gioco tra la punta dei lobi dei rotori (maschio e femmina) e l'housing e (ii) i trafilamenti di olio associati con i trafilamenti del gas.

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

La portata massica totale di olio trafilata dalla camera di lavoro verso le scanalature adiacenti è data da:

$$\dot{m}_{lo} = \dot{m}_{lrmo} + \dot{m}_{lrfo} + \emptyset \dot{m}_{go} \quad 4.20$$

dove  $\dot{m}_{lrmo}$ ,  $\dot{m}_{lrfo}$  sono le portate di olio che trafila attraverso i giochi tra le punte dei rotori e l'housing. L'ultimo termine è associato all'olio contenuto nei trafilamenti della miscela (gas-olio). La portata massica di trafilamento dell'olio dalla scanalatura del rotore maschio attraverso il rotor tip-housing clearance verso la successiva camera di lavoro può anche essere stimata usando l'equazione 4.13 come:

$$\dot{m}_{lrmo} = S_{mt} \rho_l \left[ \frac{V_{tm} a}{2} - \frac{(P_1 - P_2) a^3}{12 \mu_l W_{tm}} \right] \quad 4.21$$

dove  $S_{mt}$  è la lunghezza della linea di tenuta (istantanea) del rotore maschio dalla parte posteriore (sealing line lenght of trailing male rotor).

Analogamente, i trafilamenti dalla scanalatura di lavoro del rotore femmina, verso la successiva camera sono calcolati usando la relazione:

$$\dot{m}_{lrfo} = S_{ft} \rho_l \left[ \frac{V_{tf} a}{2} - \frac{(P_1 - P_2) a^3}{12 \mu_l W_{tf}} \right] \quad 4.22$$

dove  $S_{ft}$  è la lunghezza della linea di tenuta (istantanea) del rotore femmina dalla parte posteriore (sealing line lenght of trailing female rotor).

### 4.3 PROCESSO DI ASPIRAZIONE

Le prestazioni del compressore a vite sono il frutto di effetti di interazione termodinamica, di trasferimento di calore e delle geometrie degli organi della macchina. Un affidabile modello matematico teso a calcolare le sue prestazioni deve prendere simultaneamente in considerazione tutti questi aspetti che inevitabilmente si influenzano a vicenda.

L'analisi del processo di aspirazione in un compressore è essenziale per conoscere l'ammontare della massa di gas fresco che viene introdotta dentro la cavità. Essa dipenderà dalle temperature del gas in ingresso e delle pareti della camera (delle scanalature). La temperatura  $T_1$  alla fine del processo di aspirazione è più alta della temperatura  $T_s$  (temperatura del gas all'aspirazione) del gas fresco introdotto, perché ci sarà un trasferimento di calore tra esso e le pareti più calde della camera e con l'eventuale fluido presente nella camera di aspirazione, per esempio l'olio (che anche se viene ricircolato nella macchina dopo aver subito un processo di raffreddamento in uno scambiatore di calore, sarà sempre ad una temperatura superiore all'aria aspirata).

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

Sono state fatte le seguenti assunzioni per analizzare il processo di aspirazione. Poiché le fluttuazioni di pressione e di temperatura sono generalmente piccole, l'analisi del processo di aspirazione è semplificato con le seguenti quantità assunte essere costanti.

- ❖ Velocità di ingresso del gas e dell'olio;
- ❖ Temperatura del gas e dell'olio;
- ❖ Caduta di pressione attraverso la luce di aspirazione;
- ❖ Flusso termico dal gas all'olio (o dall'olio al gas).

Utilizzando le assunzioni sopra indicate, gli stati del gas e dell'olio alla fine del processo di aspirazione sono stati calcolati usando l'equazione di continuità (bilancio di massa-conservazione della massa) ed il Primo Principio della Termodinamica (bilancio di energia-conservazione dell'energia). E' così possibile scrivere le loro temperature esplicitamente in termini dei parametri di input.

Il calore sensibile per il riscaldamento della massa di gas fresco introdotto è:

$$Q = C_p M_1 (T_1 - T_s) \quad 4.23$$

Dove  $T_1$  è la temperatura di fine aspirazione ed  $M_1$  è la massa del gas fresco introdotto durante il processo di aspirazione.

Se l'aumento di temperatura del gas introdotto è piccola rispetto alla differenza di temperatura tra l'olio iniettato ed il gas introdotto, il trasferimento di calore per convezione tra il trafilamento dell'olio ed il gas fresco introdotto durante il processo di aspirazione può essere espresso come:

$$Q = hA(T_{oil} - T_s)t_s \quad 4.24$$

Dove  $t_s$  il tempo di durata dell'aspirazione espresso in secondi,  $t_s = \frac{1}{N_m}$ .

In condizioni ideali, il calore perso dall'olio deve essere uguale al calore guadagnato dal gas (considerando il compressore adiabatico verso l'esterno). Dalle equazioni 4.23 e 4.24, la temperatura media del gas introdotto a fine aspirazione può essere scritta come:

$$T_1 = \frac{hA(T_{oil} - T_s)t_s}{M_1 C_p} + T_s \quad 4.25$$

Usando l'equazione di stato dei gas perfetti, la massa totale di gas, includendo i trafilamenti di massa del gas, che occupa il volume della camera di aspirazione a  $(P_s, T_s)$  può essere scritta come:

$$M_{ts} = \frac{P_s V_{t1}}{RT_s} \quad 4.26$$

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

Dove  $V_{t1}$  è il volume geometrico di un paio di scanalature, rispettivamente del rotore maschio e femmina.

Cioè:

$$V_{t1} = (A_m + A_f)L_w$$

dove  $A_m$  è la sezione trasversale della scanalatura del rotore maschio,  $A_f$  è la sezione trasversale della scanalatura del rotore femmina e  $L_w$  è la lunghezza dei rotori.

La massa effettiva di gas contenuta nel volume alla fine del processo di aspirazione, nelle condizioni  $(P_s, T_1)$  è stimata essere:

$$M_{t1} = \frac{P_s V_{t1}}{RT_1} = M_{ts} \frac{T_s}{T_1} \quad 4.27$$

La massa totale a  $(P_s, T_1)$  è la somma della carica fresca introdotta e della massa di gas trafilato.

Quindi:

$$M_{t1} = M_1 + M_{il} \quad 4.28a$$

La portata massica netta di gas trafilato è dato da:

$$\dot{m}_{gl} = \dot{m}_{gi} - \dot{m}_{go} \quad 4.28b$$

Le espressioni per  $\dot{m}_{gi}$  e  $\dot{m}_{go}$  sono date dalle equazioni 4.15 e 4.16a, rispettivamente. La massa totale netta di gas trafilata nella cavità in aspirazione per la durata  $t_s$  della fase stessa è:

$$M_{il} = \dot{m}_{gl} \cdot t_s \quad 4.28c$$

Usando l'equazione 4.27, la carica fresca a  $(P_s, T_1)$  può essere espressa dalla relazione:

$$M_1 = M_{ts} \frac{T_s}{T_1} - M_{il} \quad 4.29$$

Si fa notare che  $M_1$  è la massa di gas fresco a  $(P_s, T_1)$ .

$M_{ts}$  è la massa totale di gas a  $(P_s, T_s)$  e  $M_{il}$  sono i trafilamenti di gas a  $(P_s, T_1)$ .

Sostituendo il valore di  $M_1$  dall'equazione 4.29 nell'equazione 4.25, otteniamo un'equazione quadratica in  $T_1$  come segue:

$$-C_p M_{il} T_1^2 + [C_p M_{ts} T_s + C_p M_{il} T_s - hA(T_{oil} - T_s)t_s]T_1 - C_p M_{ts} T_s^2 = 0 \quad 4.30$$

dove  $T_{oil}$  è la temperatura media dell'olio trafilato nella camera in aspirazione durante il processo di aspirazione.

La soluzione dell'equazione quadratica 4.30 dà la temperatura della massa di gas alla fine del processo di aspirazione, cioè  $T_1$ . Il parametro  $M_{il}$  deve essere determinato dalla simulazione della camera in compressione che è stata descritta nella sezione 4.2.

### 4.3.1 Trasferimento del calore tra il gas e l'olio

Uno dei problemi più importanti, che richiedono un'attenta indagine è il ruolo dell'olio iniettato nella camera di lavoro. L'olio è iniettato nella cavità in compressione per scopi di lubrificazione dei rotori e dei vari organi della macchina, per il raffreddamento del fluido compresso, permettendone così un abbattimento e/o controllo della sua temperatura di fine compressione e per migliorare la tenuta tra i rotori ed il casing, limitando così i trafilamenti dalla camera di lavoro. E' da mettere in evidenza, che la termodinamica dei processi di aspirazione e compressione cambia sostanzialmente in seguito all'iniezione dell'olio, ossia i compressori con iniezione di un fluido al loro interno hanno modelli termodinamici più complessi rispetto a quelli operanti a secco. Per migliorare l'efficienza di raffreddamento, l'olio deve essere atomizzato in uno spray di finissime goccioline per aumentare la superficie di contatto tra esso ed il gas. Per ottenere questa atomizzazione spinta dell'olio, possono essere impiegati ugelli appositamente progettati o semplicemente utilizzando alte pressioni di iniezione. La distribuzione delle dimensioni delle goccioline è controllata attraverso il rapporto tra la portata dell'olio e del gas e dal loro rapporto delle loro velocità per un dato sistema di iniezione. In anni recenti, molti autori hanno simulato il comportamento di compressori con iniezione di olio, per predire le loro prestazioni. Nel processo di aspirazione, il gas è riscaldato dai trafilamenti caldi dell'olio provenienti dalle scanalature che precedono la camera presa in esame. Per esempio, Singh e Bowman [84] hanno analizzato il movimento delle goccioline di olio nello spazio di lavoro ed hanno calcolato il trasferimento di calore tra l'olio ed il gas. Stosic ed altri [85], [86], [87] hanno usato un modello per le goccioline d'olio per studiare l'influenza delle loro dimensioni sulla quantità di calore scambiato ed hanno inoltre determinato un coefficiente di scambio termico usando dati sperimentali. Recentemente, una semplice procedura è stata adottata da Fujiwara e Osada [67] nella quale, il coefficiente di scambio termico, è stato formulato e calcolato basandosi sull'analisi del processo di aspirazione. Lo stesso metodo verrà adottato nel nostro caso per determinare il coefficiente di scambio termico. All'inizio del processo di aspirazione, della carica fresca nelle condizioni dell'aspirazione (coincidono, sotto le nostre ipotesi, con le condizioni dell'ambiente esterno) è risucchiata dentro la camera di lavoro. Alla fine del processo di aspirazione, la temperatura del gas aumenta ad un livello tale, da collocarsi tra la temperatura dell'aspirazione e la temperatura dell'olio lubrificante che è ivi trafilato alla pressione dell'aspirazione.

La cilindrata del compressore o della camera di lavoro è rappresentato dal volume geometrico teorico di due scanalature, rispettivamente, una del rotore maschio e l'altra del rotore femmina. Questo volume è riempito con il gas fresco introdotto nella fase di aspirazione e dai trafilamenti di gas provenienti dal precedente processo di compressione che si è svolto nelle scanalature adiacenti. Quindi alla fine dell'aspirazione possiamo pensare di avere del gas alla pressione  $P_s$  (dell'aspirazione) e alla temperatura  $T_1$ . Anche se ci fosse un trafilamento di olio attraverso i giochi tra i rotori (interlobe clearance), il suo volume sarebbe piccolo se confrontato con quello dei trafilamenti di gas. Però, la massa di olio trafilato potrebbe anche essere non trascurabile se messa a confronto con quella dei trafilamenti di gas, perché ha comunque una densità molto più alta di quella del gas.

Un modello schematico della camera di lavoro, alla fine della fase di aspirazione, è mostrata nella Figura 56.

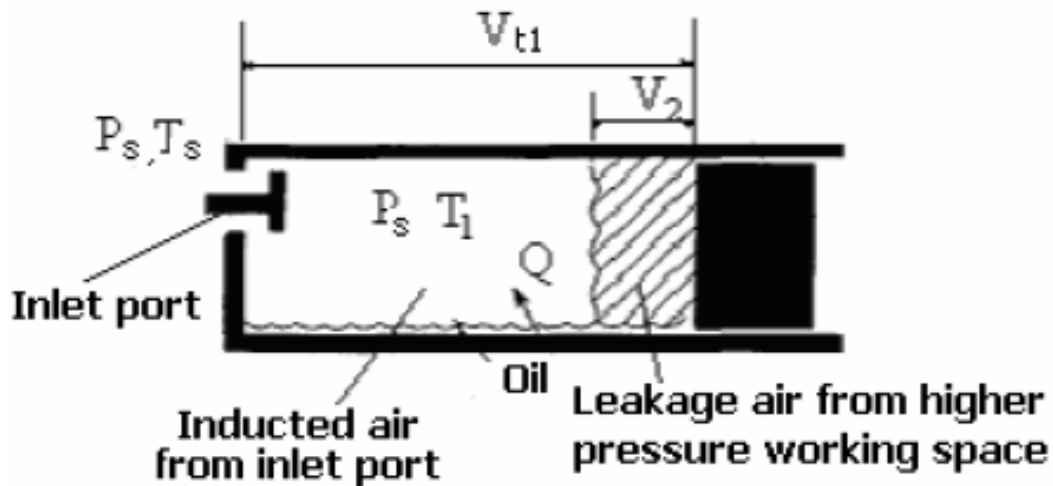


Figura 56 Modello della camera di lavoro di un compressore a doppia vite con iniezione di olio alla fine del processo di aspirazione [67].

Il trasferimento di calore tra l'olio ed il gas trafilato è trascurabile, perché essendo entrambe quantità trafilate, sono ipotizzate essere alla stessa temperatura, ossia in equilibrio termico reciproco. La caduta di pressione attraverso la porta di aspirazione è assunta essere trascurabile e con essa anche gli eventuali fenomeni di pulsazione del gas. Con queste assunzioni, la quantità di calore trasferito dall'olio al gas introdotto può essere stimato usando l'espressione:

$$Q = C_p M_1 (T_1 - T_s) \quad 4.31$$

Assumendo il gas di lavoro come ideale, l'equazione di stato del gas nella condizione di fine aspirazione può essere scritta come:

$$P_s V'_1 = M_1 R T_1 \quad 4.32$$

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

dove  $M_1$  è l'attuale massa fresca entrata nella camera d'aspirazione nelle condizioni  $(P_s, T_1)$  per un volume disponibile di aspirazione pari a  $V'_1$ . Il volume equivalente  $V_1$  necessario per la stessa massa nelle condizioni di aspirazione  $(P_s, T_s)$  è dato dalla relazione:

$$P_s V_1 = M_1 R T_s \quad 4.33$$

Dato che  $T_1 > T_s$ , il volume attuale di carica fresca diminuisce da  $V'_1$  a  $V_1$ .

Siccome la capacità termica dell'olio è molto più grande di quella del gas, la variazione di temperatura dell'olio durante l'introduzione del gas nella camera d'aspirazione (effetto di raffreddamento) e l'effetto di riscaldamento sul processo di compressione sono piccoli se comparati alla variazione di temperatura del gas durante i processi di aspirazione e compressione. Pertanto, la temperatura dell'olio trafilato è assunta essere costante e pari a  $T_{oil}$ , la quale è anche la temperatura dell'olio nella camera d'aspirazione.

Il volume totale di gas aspirato (volume geometrico) alla fine del processo di aspirazione, alle condizioni  $(P_s, T_1)$  è:

$$V_{t1} = V'_1 + V_2 \quad 4.34$$

Il gas trafilato nella cavità non prende parte al processo di scambio termico dato che è assunto essere a  $(P_s, T_1)$ . Così, dalle equazioni 4.32 e 4.34 si ha:

$$P_s (V_{t1} - V_2) = M_1 R T_1 \quad 4.35$$

Sostituendo i valori di  $T_s$  e  $T_1$  dalle rispettive equazioni 4.33 e 4.35 nell'equazione 4.31 otteniamo:

$$Q = \frac{c_p}{R} P_s V_{t1} \left(1 - \frac{V_1 + V_2}{V_{t1}}\right) \quad 4.36$$

Quando l'aumento di temperatura del gas introdotto è piccola se confrontata con la differenza di temperatura tra  $T_{oil}$  e  $T_s$ , lo scambio termico convettivo tra gas ed olio durante il processo di aspirazione può essere descritto dalla relazione seguente:

$$Q = Ah(T_{oil} - T_s)t_s \quad 4.37$$

Eliminando  $Q$  dalle equazioni 4.36 e 4.37, otteniamo:

$$Ah(T_{oil} - T_s)t_s = \frac{c_p}{R} P_s V_{t1} \left(1 - \frac{V_1 + V_2}{V_{t1}}\right) \quad 4.38a$$

L'equazione precedente può essere espressa in termini di efficienza volumetrica ( $\eta_{ev}$ ) come:

$$Ah(T_{oil} - T_s)t_s = \frac{c_p}{R} P_s V_{t1} \left(1 - \eta_{ev} - \frac{V_2}{V_{t1}}\right) \quad 4.38b$$



## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

Siccome la capacità termica dell'olio nella camera di lavoro è molto più grande rispetto a quella del gas, le temperature dell'olio nelle fasi di compressione e scarico non sono influenzate molto dalla temperatura d'ingresso del gas. Pertanto,  $T_{oil}$ , il volume di gas trapezoidale  $V_2$  ed il coefficiente di scambio termico convettivo  $h$  sono assunti essere indipendenti dalla temperatura del gas aspirato. Così, differenziando rispetto a  $T_s$  ambo i membri dell'equazione 4.38b, e ricordando che ( $\frac{C_p}{R} = \frac{K}{K-1}$ ) si ottiene:

$$h = \frac{K P_s V_{t1}}{(K-1) A t_s} \frac{d\eta_{ev}}{dT_s} \quad 4.39$$

L'equazione 4.39 mette in relazione il coefficiente di scambio termico convettivo con la pendenza dell'efficienza volumetrica in funzione della temperatura d'ingresso del gas. Attraverso prove sperimentali, da questa precedente equazione è possibile determinare il coefficiente di scambio termico convettivo per qualsiasi gas di lavoro, nel nostro caso l'aria. Va osservato, che però non abbiamo un'esatta informazione per quanto riguarda invece l'area attraverso la quale avviene questo scambio di calore tra olio e gas. Fujiwara ed Osada [67] hanno definito un'area rappresentativa di scambio termico così definita:

$$A = (V_{t1})^{\frac{2}{3}} \quad (\text{Area di scambio termico tra gas ed olio}) \quad 4.40$$

Gli stessi autori hanno anche rappresentato la relazione sperimentale tra il numero di Nusselt ed il numero di Reynolds. La Figura 57 illustra la relazione sperimentale tra il numero di Nusselts ed il numero di Reynolds per tre differenti condizioni di portate massiche di olio al compressore. La linea nel grafico è approssimata dall'equazione:

$$Nu = 0.51(Re_w)^{0.74} \quad 4.41$$

Sono altresì definiti, il numero di Nusselt ed il numero rotazionale di Reynolds nel seguente modo:

$$Nu = \frac{h D_m}{\lambda} \quad (\text{Numero di Nusselts}) \quad 4.42a$$

e

$$Re_w = \frac{\omega D_m^2}{\nu} \quad (\text{Numero di Reynolds rotazionale}) \quad 4.42b$$

dove  $D_m$  è il diametro del rotore maschio, il quale è anche la lunghezza caratteristica nel calcolo del numero di Nusselt.

Le relazioni date nelle equazioni 4.42a e 4.42b sono basate su parametri adimensionali generalizzati i quali sono indipendenti dal tempo del processo di aspirazione. Quindi, si è sostenuto che la stessa relazione possa essere estesa per stimare il coefficiente di scambio termico convettivo anche ai processi di compressione e di scarico, così da poter eseguire la simulazione al computer.

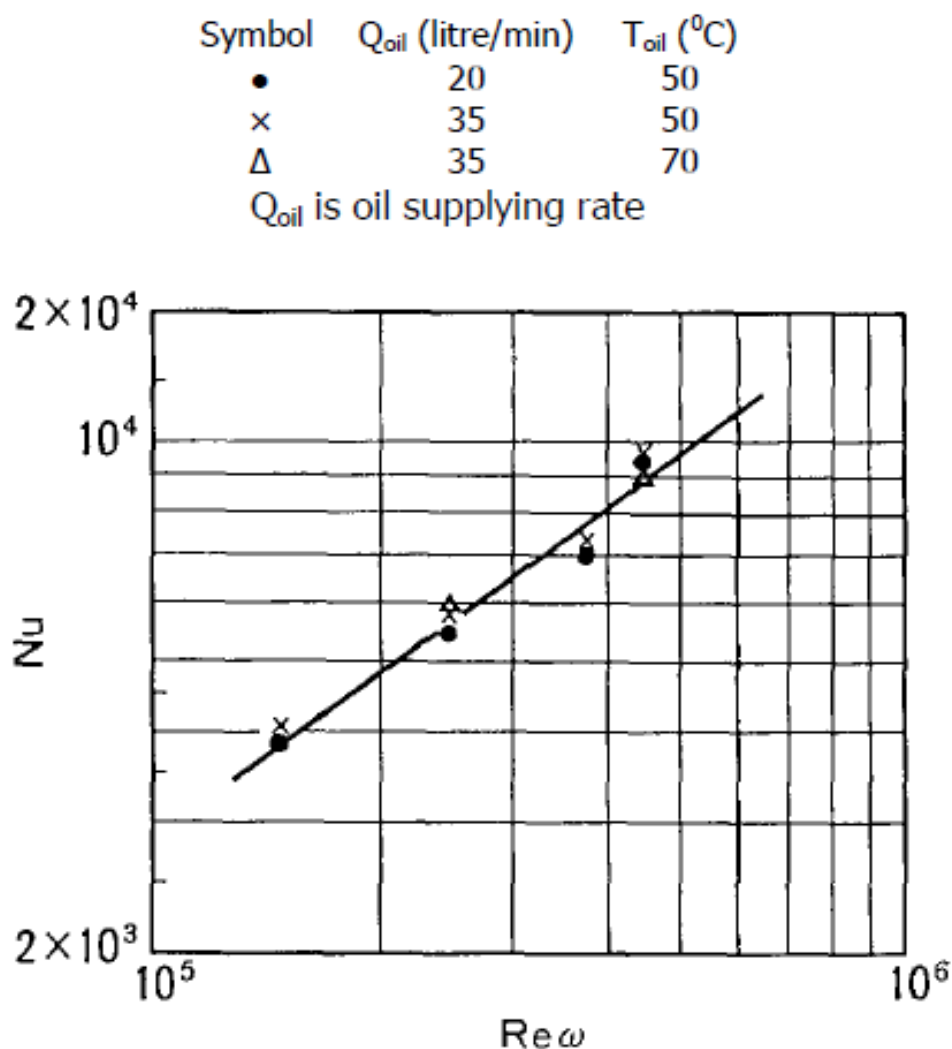


Figura 57 Relazione sperimentale tra il numero di Nusselt ed il numero di Reynolds rotazionale [67].

#### 4.4 PROCESSO DI COMPRESSIONE E SCARICO

L'analisi dei processi di compressione e scarico hanno lo scopo di trovare la variazione di temperatura e di pressione del gas per differenti posizioni angolari del rotore maschio (o del tempo). Per una velocità di rotazione costante del rotore maschio, la variazione di temperatura (o di pressione) può essere espressa con una certa cadenza temporale. Usando la legge dei gas perfetti, la variazione di una proprietà termodinamica può inoltre essere messa in relazione con le altre proprietà. L'analisi del processo di compressione nei compressori a vite è effettuata sulla base del Primo Principio della Termodinamica applicato ai sistemi aperti. Il volume di controllo per l'analisi della fase gas è mostrato nella Figura 58.

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

Il volume di controllo per questa analisi è basato sulle seguenti assunzioni.

- Le proprietà del gas sono uniformi per tutto il volume di controllo ad ogni istante di tempo;
- La sostanza di lavoro è un gas perfetto, caloricamente perfetto;
- Il trasferimento di calore dal gas verso le pareti del casing e dei rotori è trascurabile;
- Il gas e l'olio non cambiano mai di fase;
- Sono stati usati dei giochi medi per la determinazione dei flussi di perdita. Si presume che tale media sia una buona rappresentazione degli effettivi trafilamenti;
- La pressione è omogenea per tutto lo spazio di lavoro (della cavità) ad ogni istante;
- L'olio è un fluido incompressibile;
- Il trasferimento di calore tra gas ed olio è proporzionale alla differenza di temperatura tra gas ed olio nella cavità;
- L'olio ed il gas sono assunti essere fluidi separati e la loro interazione ha luogo solo attraverso lo scambio di calore;
- E' stato assunto che il calore sviluppato nella compressione sia trasferito solo all'olio iniettato; (potremmo ipotizzare due meccanismi fisici di scambio termico differenti, a seconda di come l'olio sia pensato essere distribuito all'interno della camera di lavoro, cioè potremmo pensare le particelle finemente atomizzate e distribuite nella cavità più o meno uniformemente o come un semplice film aderente al casing, quest'ultima casistica è quella che abbiamo scelto).
- Gli stati del gas e dell'olio sono omogenei per tutto lo spazio di lavoro ad ogni istante.

Il bilancio di massa del gas nel volume di controllo è riscritto come:

$$\frac{dM_g}{dt} = \dot{m}_{gi} - \dot{m}_{go} \quad 4.43$$

Il tasso di variazione dell'energia nel volume di controllo considerato (trascurando l'energia potenziale e cinetica) per un sistema aperto può essere scritta come:

$$\frac{dE_v}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} + \dot{m}_{in}h_{in} - \dot{m}_{out}h_{out} \quad 4.44a$$

In generale,  $E_v$  è la somma dell'energia interna, dell'energia potenziale e dell'energia cinetica.

Per un volume di controllo stazionario, dove l'energia cinetica e potenziale sono state trascurate, l'equazione di sopra può essere scritta in termini di energia interna del sistema come:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} + \dot{m}_{in}h_{in} - \dot{m}_{out}h_{out} \quad 4.44b$$

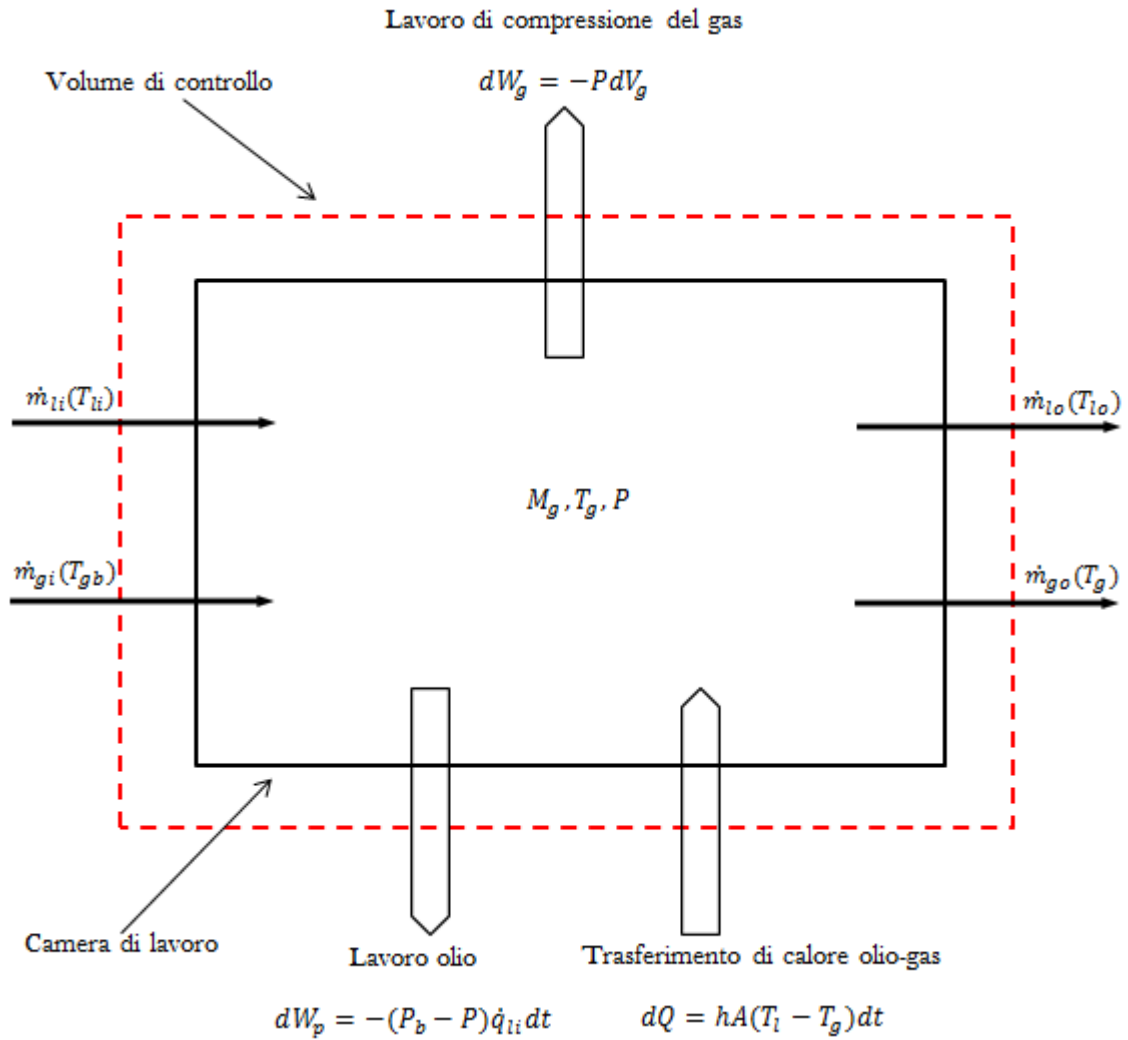


Figura 58 Diagramma schematico per l'analisi del volume di controllo con il Primo Principio della Termodinamica per la fase gas.

Durante un intervallo temporale  $dt$ , il cambiamento dell'energia interna del gas, dall'equazione precedente possiamo scrivere che:

$$dU_g = dQ - dW + dH_g \quad 4.45$$

L'energia interna del gas nel volume di controllo può essere anche scritta come:

$$U_g = C_v M_g T_g \quad 4.46$$

Il cambiamento dell'energia interna nell'intervallo di tempo  $dt$ , dall'equazione di sopra può essere espressa come:

$$dU_g = C_v M_g dT_g + C_v T_g dM_g \quad 4.47$$

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

L'entalpia netta del gas in ingresso nell'intervallo  $dt$  (entalpia in ingresso meno entalpia in uscita) a causa dei trafilamenti è data dalla relazione:

$$dH_g = C_p T_{gb} dM_{gi} - C_p T_g dM_{go} \quad 4.48$$

Il lavoro fatto sul gas a causa del cambiamento di volume della cavità è dato da:

$$dW_g = P dV_g \quad 4.49$$

Il cambiamento netto del volume di gas nel tempo  $dt$  è definito come:

$$dV_g = dV - \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} dt + \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} dt \quad 4.50$$

Il lavoro della pompa dell'olio a causa dei trafilamenti è definito come:

$$dW_p = -(P_b - P) \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} dt \quad 4.51$$

Il calore scambiato tra il gas e l'olio è dato dalla relazione:

$$dQ = hA(T_l - T_g)dt \quad 4.52$$

Sostituendo le equazioni 4.47, 4.48, 4.49, 4.50, 4.51, 4.52 nell'equazione 4.45 e riarrangiando, ( $C_p - C_v = R$  inoltre  $\frac{1}{M_g C_v} = (K - 1) \frac{T_g}{P V_g}$ ), il tasso di variazione della temperatura del gas di lavoro è ottenuto come:

$$\begin{aligned} \frac{dT_g}{dt} = & \left[ -\frac{(K - 1)T_g}{V_g} \left( \frac{dV}{dt} - \frac{P_b}{P} \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} + \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} \right) + \frac{\dot{m}_{gi}}{M_g} (K T_{gb} - T_g) \right. \\ & \left. - \frac{\dot{m}_{go}}{M_g} (K - 1)T_g - \frac{hA}{C_v M_g} (T_g - T_l) \right] \end{aligned} \quad 4.53$$

Il primo termine sulla destra dell'uguale nell'equazione precedente riguarda il cambiamento del volume geometrico in cui sono incluse le portate massiche dei trafilamenti di olio. Il secondo e terzo termine rappresentano rispettivamente gli effetti dei trafilamenti di gas in entrata ed in uscita dalla cavità in compressione. L'ultimo termine invece è dovuto allo scambio termico tra gas ed olio.

Siccome l'olio è un fluido incompressibile, il tasso di variazione della pressione nella cavità riguarda il gas, in particolare la sua aliquota di variazione.

Il cambiamento del volume del gas è dato dalla formula:

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{dV}{dt} + \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} - \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} \quad 4.54$$

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

Assumendo che il fluido di lavoro sia un gas ideale, l'equazione di stato è espressa come:

$$PV_g = M_g RT_g \quad 4.55$$

La forma differenziale della precedente equazione è:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{V_g} \left[ -P \frac{dV_g}{dt} + RT_g \frac{dM_g}{dt} + RM_g \frac{dT_g}{dt} \right] \quad 4.56$$

Sostituendo le equazioni 4.43, 4.53, 4.54 nell'equazione 4.56 risulta la seguente relazione:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} = \frac{1}{V_g} \left[ -KP \left( \frac{dV}{dt} + \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} \right) + (KP_b - P_b + P) \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} + K \frac{T_{gb} PV_g}{T_g M_g} \dot{m}_{gi} \right. \\ \left. - K \frac{PV_g}{M_g} \dot{m}_{go} - \frac{PV_g hA}{c_v M_g T_g} (T_g - T_l) \right] \end{aligned} \quad 4.57$$

Il tasso di cambiamento della temperatura dell'olio nella cavità del compressore può essere ottenuta dal bilancio di energia sul volume di controllo per la fase olio separatamente. Il diagramma schematico del volume di controllo è mostrato in Figura 59. Da questa analisi si ottiene la temperatura dell'olio per un intervallo di tempo infinitesimo preso come parametro, così come è stato fatto per il calcolo delle variazioni di temperatura e pressione nelle equazioni 4.53 e 4.57, inoltre ci permette in quest'ultime di calcolare temperatura e pressione del gas.

Dato che è richiesta solo la variazione di temperatura dell'olio, è stato ipotizzato seguire, per il volume di controllo una trasformazione isobara.

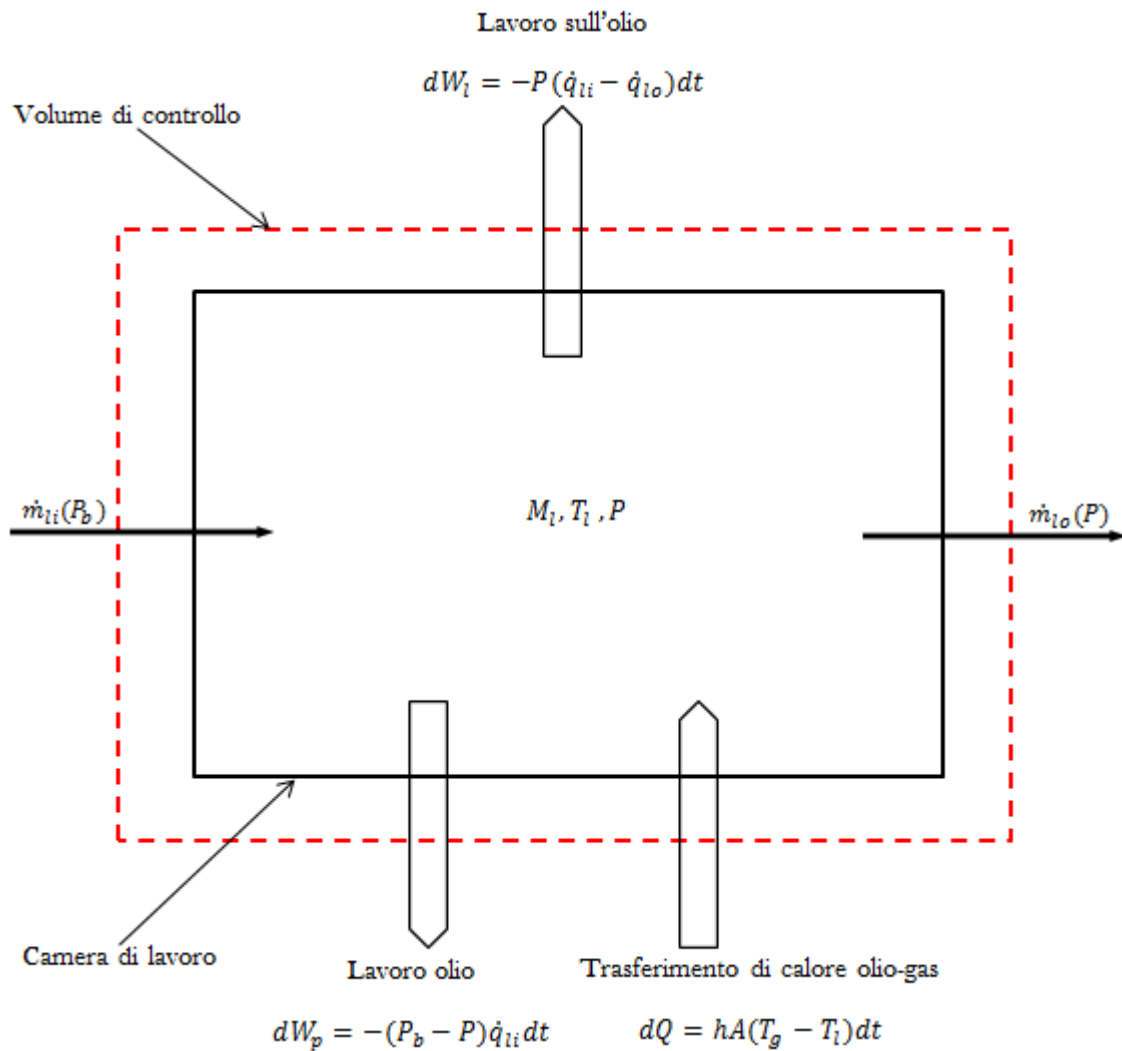


Figura 59 Diagramma schematico per l'analisi del volume di controllo con il Primo Principio della Termodinamica per la fase olio.

L'equazione di bilancio di massa per l'olio viene qui riscritta come:

$$\frac{dM_l}{dt} = \dot{m}_{li} - \dot{m}_{lo} \quad 4.58$$

Consideriamo un volume di controllo stazionario, dove l'energia cinetica e potenziale sono trascurate. Quindi, il tasso di variazione dell'energia interna dell'olio può essere scritta come:

$$\frac{dU_l}{dt} = \frac{dQ_l}{dt} + \frac{dH_l}{dt} - \left( \frac{dW_p}{dt} + \frac{dW_l}{dt} \right) \quad 4.59$$

Per un intervallo di tempo  $dt$ , l'equazione sopra può essere indicata come:

$$dU_l = dQ_l + dH_l - (dW_p + dW_l) \quad 4.60$$



## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

Il cambiamento dell'energia interna dell'olio può anche essere espresso in termini di cambiamento di entalpia e lavoro di pulsione come mostrato sotto.

$$dU_l = dH_l - \left( P_b \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} - P \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} \right) dt \quad 4.61$$

La variazione di entalpia dell'olio può essere scritta in termini di variazione di massa e variazione di temperatura così:

$$dH_l = C_l M_l dT_l + C_l T_l dM_l \quad 4.62$$

L'entalpia netta in ingresso dell'olio nel tempo  $dt$  a causa dei trafilamenti è quindi scritta come:

$$dH_l = (\dot{m}_{li} C_l T_{lb} - \dot{m}_{lo} C_l T_l) dt \quad 4.63$$

Il calore assorbito dall'olio dal gas durante il processo di compressione è:

$$dQ = hA(T_g - T_l)dt \quad 4.64$$

Il lavoro fatto sull'olio a causa del cambiamento del volume può essere scritto come:

$$dW_l = P \left( \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} - \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} \right) dt \quad 4.65$$

Il lavoro speso dalla pompa dell'olio può essere espresso come:

$$dW_p = (P_b - P) \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} dt \quad 4.66$$

Sostituendo le equazioni 4.62, 4.63, 4.64, 4.65, 4.66 e 4.67 nell'equazione 4.60 e riarrangiando, il tasso di cambiamento della temperatura dell'olio è ottenuto come:

$$\frac{dT_l}{dt} = (T_{lb} - T_l) \frac{\dot{m}_{li}}{M_l} + \frac{hA}{M_l C_l} (T_g - T_l) \quad 4.67$$

Riassumendo, abbiamo derivato il seguente set di equazioni che descrivono il processo di compressione-scarico.

$$\frac{dM_g}{dt} = \dot{m}_{gi} - \dot{m}_{go} \quad E1$$

$$\frac{dM_l}{dt} = \dot{m}_{li} - \dot{m}_{lo} \quad E2$$

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{dV}{dt} + \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} - \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} \quad E3$$

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} = \frac{1}{V_g} [-KP \left( \frac{dV}{dt} + \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} \right) + (KP_b - P_b + P) \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} + K \frac{T_{gb} PV_g}{T_g M_g} \dot{m}_{gi} \\ - K \frac{PV_g}{M_g} \dot{m}_{go} - \frac{PV_g hA}{c_v M_g T_g} (T_g - T_l)] \end{aligned} \quad E4$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_g}{dt} = [-\frac{(K-1)T_g}{V_g} \left( \frac{dV}{dt} - \frac{P_b}{P} \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} + \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} \right) + \frac{\dot{m}_{gi}}{M_g} (KT_{gb} - T_g) \\ - \frac{\dot{m}_{go}}{M_g} (K-1)T_g - \frac{hA}{c_v M_g} (T_g - T_l)] \end{aligned} \quad E5$$

$$\frac{dT_l}{dt} = (T_{lb} - T_l) \frac{\dot{m}_{li}}{M_l} + \frac{hA}{M_l c_l} (T_g - T_l) \quad E6$$

Nel set di equazioni sopra, dalla E1 alla E6, il tempo  $t$  rappresenta la variabile indipendente (potrebbe essere sostituita dall'angolo del rotore maschio tenendo conto che  $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$  e che  $\frac{d^*}{dt} = \frac{d^*}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{d^*}{d\theta}$ ) e  $M_g, M_l, V_g, P, T_g$  e  $T_l$  sono sei variabili dipendenti, la cui legge di cambiamento è descritta nelle precedenti equazioni che vanno risolte su un ciclo.

#### 4.5 VALUTAZIONE DELLE PRESTAZIONI

Esistono molte definizioni di efficienza in letteratura che quantificano il flusso di massa e le prestazioni in termini di potenza di un compressore. Differenti definizioni sono spesso usate in modo intercambiabile nel settore dell'industria. L'indice di prestazione di un compressore è caratterizzato dalla quantità di fluido, in termini di massa o volume, che riesce ad elaborare e dal consumo di potenza specifica. Le perdite quali l'attrito e le perdite di trasmissione sono ridondanti e possono essere usate per esprimere le prestazioni complessive della macchina. Così l'indice di prestazione di un compressore è assegnato attraverso due efficienze: l'efficienza volumetrica e l'efficienza adiabatica. La seconda efficienza, in realtà, può diventare isoterma o politropica a seconda del processo di compressione che più si avvicina a quello svolto nella macchina, per esempio, ci avvicineremo ad una trasformazione isoterma se c'è molta iniezione di fluido nella camera.

Un'eccellente revisione di Ueno e Hunter [133] dà l'efficienza volumetrica e adiabatica per i compressori alternativi.

L'efficienza volumetrica per i compressori alternativi è basata sulla riespansione del gas intrappolato nel volume morto alla fine della fase di compressione. Diversamente, per i compressori rotativi, come per esempio il compressore a doppia vite, la loro efficienza volumetrica dipende dal volume di gas trafilato, attraverso i giochi, dallo scarico verso la cavità in aspirazione.

Un diagramma schematico di un compressore alternativo analogo ad un compressore a doppia vite ad iniezione di olio è dato da Fujiwara ed altri in [68] ed è mostrato nella Figura 60.

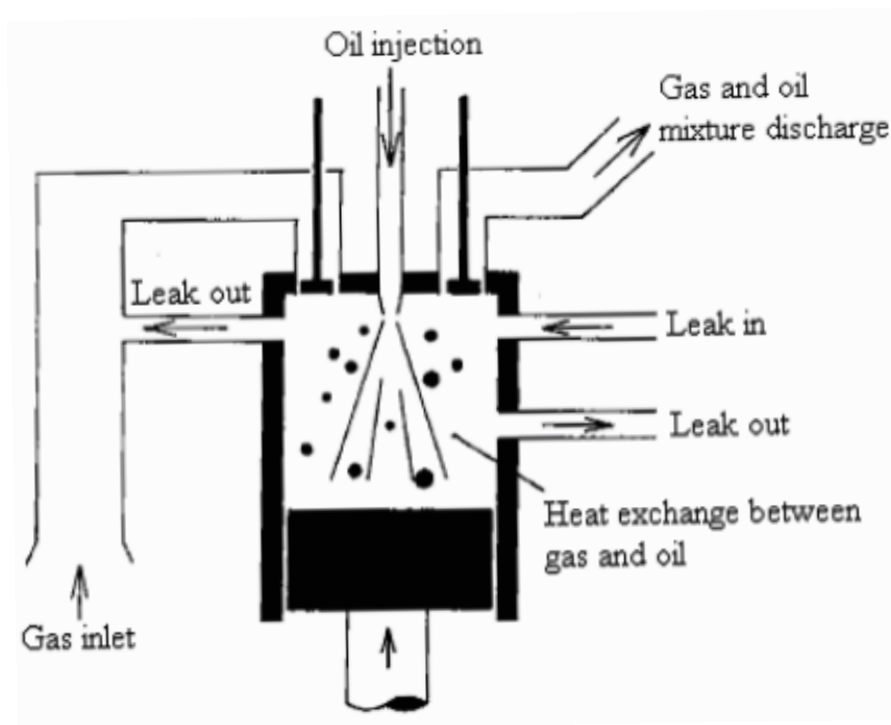


Figura 60 Diagramma schematico di un compressore alternativo analogo ad un compressore a doppia vite con iniezione di olio [68].

### 4.5.1 Efficienza volumetrica

E' evidente dalla Figura 60 che l'effettiva quantità di carica fresca presa durante il processo di aspirazione diminuisce a causa della ricircolazione dei trafilamenti di gas. L'efficienza volumetrica può essere definita, o in termini di portata volumetrica o in termini di portata massica, giungendo allo stesso risultato.

$$\begin{aligned} \eta_v &= \frac{\text{Volume di gas consegnato alle condizioni di aspirazione di un paio di scanalature}}{\text{Volume preso da un paio di scanalature}} \\ &= \frac{\text{Massa consegnata da un paio di scanalature dei rotori}}{\text{Massa teorica di gas contenuta nello stesso volume nelle condizioni all'aspirazione}} \end{aligned}$$

La quantità di massa presente alla fine del processo di aspirazione è:

$$M_{t1} = \frac{P_s V_{t1}}{RT_1} = \frac{P_s V_1}{RT_s} \quad 4.68$$

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

Dove  $V_{t1}$  è il volume massimo della camera di aspirazione,  $V_1$  è il volume equivalente di gas alla temperatura di aspirazione e  $T_1$  è la temperatura del gas nella camera in aspirazione.

La massa teorica di gas è:

$$M_{ts} = \frac{P_s V_{t1}}{RT_s} \quad 4.69$$

C'è da osservare che la temperatura delle superfici della cavità in esame sarà diversa dalla temperatura del gas nelle condizioni di aspirazione. Quindi, è necessario trovare la massa di gas introdotta alla temperatura media delle superfici della camera di aspirazione. La massa di gas introdotta alla temperatura media delle superfici della cavità in aspirazione può essere definita come:

$$M_{t1} = M_{ts} \frac{T_s}{T_1} \quad 4.70$$

Così,  $M_{t1}$  è la quantità di massa di gas presente nella camera di aspirazione costituita dalle due scanalature, in cui sono inclusi i trafilamenti di massa. La portata massica teorica di gas alla temperatura  $T_1$  durante la durata  $t_s$  dell'aspirazione è:

$$\dot{m}_t = \frac{M_{t1}}{t_s} \quad 4.71$$

La portata massica netta nelle due scanalature è:

$$\dot{m}_{gl} = \dot{m}_{gi} - \dot{m}_{go} \quad 4.72$$

La massa totale dei trafilamenti da tutte le cavità per tutta la durata  $t_s$  dell'aspirazione è:

$$M_{il} = \dot{m}_{gl} \cdot t_s \quad 4.73$$

Così, la portata massica di gas fresco è:

$$\dot{m}_{dt} = \dot{m}_t - \dot{m}_{gl} \quad 4.74$$

La quantità massima di portata massica di gas fresco è:

$$\dot{m}_{ts} = \frac{M_{ts}}{t_s} \quad 4.75$$

Così, l'efficienza volumetrica teorica di un compressore a vite è:

$$\eta_{tv} = \frac{\dot{m}_{dt}}{\dot{m}_{ts}} = \frac{(M_{t1} - M_{il})}{M_{ts}} = \frac{M_{t1} - \dot{m}_{gl} t_s}{M_{ts}} \quad 4.76$$

L'efficienza volumetrica teorica è basata sulla portata massica teorica. La portata massica effettiva (sperimentale) sarà minore di quella teorica introdotta a causa delle perdite di carico sulla luce di aspirazione, attriti di parete ed altre perdite varie.

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

Un'efficienza volumetrica effettiva (sperimentale) può essere calcolata basandoci sull'effettiva portata massica. Infatti, possiamo definire l'efficienza volumetrica effettiva come:

$$\eta_{ev} = \frac{\dot{m}_e}{\dot{m}_{ts}} \quad 4.77$$

Nei compressori a vite, l'iniezione di olio migliora l'efficienza volumetrica, entro certi limiti. Il miglioramento è dovuto al fatto che l'olio agisce come un sigillante riducendo le perdite per trafilamento, inoltre, la sua iniezione rende il processo di compressione più vicino ad una trasformazione isoterma, a causa dell'asportazione di una parte del calore, riducendo così il lavoro speso per la compressione. Tuttavia, un'eccessiva iniezione di olio decrementa l'efficienza volumetrica a causa della minore disponibilità di volume durante il processo di aspirazione da destinare all'ammissione di gas fresco.

### 4.5.2 Efficienza adiabatica

Se la compressione è un processo adiabatico, la potenza adiabatica di compressione è:

$$\dot{W}_{ad} = \dot{m}_{dt} C_p T_s \left\{ \left[ \frac{P_d}{P_s} \right]^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right\} \quad 4.78$$

Dove  $K = \frac{C_p}{C_v}$  per il gas,  $P_d$  è la pressione di scarico e  $P_s$  è la pressione all'aspirazione.

Analogamente, per la compressione isoterma:

$$\dot{W}_{iso} = \dot{m}_{dt} R T_s \ln\left(\frac{P_d}{P_s}\right) \quad 4.79$$

La portata massica teorica  $\dot{m}_{dt}$  è di solito diversa dalla portata massica effettiva  $\dot{m}_e$ . Così, se ci riferiamo alle quantità sperimentali, possiamo riscrivere questi valori come:

$$\dot{W}_{ad,exp} = \dot{m}_e C_p T_s \left\{ \left[ \frac{P_d}{P_s} \right]^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right\} \quad 4.80$$

e

$$\dot{W}_{iso,exp} = \dot{m}_e R T_s \ln\left(\frac{P_d}{P_s}\right) \quad 4.81$$

La potenza effettiva ( $\dot{W}_{act,exp}$ ) in ingresso al compressore per la compressione del solo gas è calcolata dall'area del diagramma indicato (P-V). Il diagramma indicato fornisce la potenza effettiva per il lavoro di compressione, il quale è ottenuto attraverso misure sperimentali, utilizzando appositi sensori. La curva su questo diagramma può essere ottenuta con test costosi e difficoltosi condotti sul compressore utilizzando trasduttori di pressione e posizione localizzati all'interno delle scanalature.

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

In alternativa, la potenza può essere valutata in termini di guadagno di entalpia dei flussi e dallo scambio termico, nell'ipotesi di poter misurare accuratamente le temperature di scarico e di aspirazione. Questa stima può essere espressa come sotto.

$$\dot{W}_{act,exp} = \dot{m}_e C_p (T_d - T_s) \begin{cases} +Q_{rimosso} & \text{(Calore che lascia il sistema)} \\ -Q_{aggiunto} & \text{(Calore che entra nel sistema)} \end{cases} \quad 4.82$$

La differenza di temperatura ( $T_d - T_s$ ) deve essere rilevata sperimentalmente allo scarico e all'aspirazione. E' comune ignorare il trasferimento di calore nell'equazione di sopra perché è difficile la sua valutazione e perché, essendo rapido il processo di compressione, la potenza termica scambiata in un ciclo è generalmente piccola rispetto al cambiamento di entalpia del gas. Va comunque detto, che questa assunzione potrebbe condurre a valutazioni grossolane nel calcolo della potenza effettiva (quindi andrebbe valutata caso per caso).

La definizione di efficienza adiabatica, basata sulle precedenti assunzioni porta a:

$$\text{Efficienza adiabatica teorica, } \eta_{ad} = \frac{\dot{W}_{ad}}{\dot{W}_{act,exp}} \quad 4.83$$

$$\text{Efficienza adiabatica effettiva (sperimentale), } \eta_{ad,exp} = \frac{\dot{W}_{ad,exp}}{\dot{W}_{act,exp}} \quad 4.84$$

$$\text{Efficienza isoterma teorica, } \eta_{iso} = \frac{\dot{W}_{iso}}{\dot{W}_{act,exp}} \quad 4.85$$

$$\text{Efficienza isoterma effettiva (sperimentale), } \eta_{iso,exp} = \frac{\dot{W}_{iso,exp}}{\dot{W}_{act,exp}} \quad 4.86$$

### 4.5.3 Efficienza globale di sistema

Dal punto di vista sperimentale, tutte queste difficoltà possono essere superate, definendo l'efficienza in termini di potenza di sistema, la quale può essere misurata in modo ragionevolmente accurato da un contatore di energia. La potenza del sistema è la potenza richiesta per l'intero sistema di compressione ed è la somma della potenza all'albero più la potenza spesa per tutti i dispositivi addizionali a causa della presenza di controllori ed altri sistemi periferici per poter acquisire le varie informazioni necessarie. Basandoci sulla potenza effettiva (sperimentale) all'albero, l'efficienza globale può essere definita anche come:

## Capitolo 4. Analisi matematica dei trafilamenti e delle fasi termodinamiche

$$\text{Efficienza globale adiabatica teorica, } \eta_{glob,ad} = \frac{\dot{W}_{ad}}{\dot{W}_{sys,exp}} \quad 4.87$$

$$\text{Efficienza globale Ad. effettiva (sperimentale), } \eta_{glob,ad,exp} = \frac{\dot{W}_{ad,exp}}{\dot{W}_{sys,exp}} \quad 4.88$$

$$\text{Efficienza globale isoterma teorica, } \eta_{glob,iso} = \frac{\dot{W}_{iso}}{\dot{W}_{sys,exp}} \quad 4.89$$

$$\text{Efficienza globale isot. effettiva (sperimentale), } \eta_{glob,iso,exp} = \frac{\dot{W}_{iso,exp}}{\dot{W}_{sys,exp}} \quad 4.90$$

Delle più appropriate definizioni di efficienza, sono quelle che riguardano l'efficienza specifica globale, definite come segue.

$$\text{Efficienza specifica globale adiabatica, } \bar{\eta}_{com,ad} = \frac{\left(\frac{\dot{W}_{ad}}{\dot{m}_{dt}}\right)}{\left(\frac{\dot{W}_{sys}}{\dot{m}_e}\right)} \quad 4.91$$

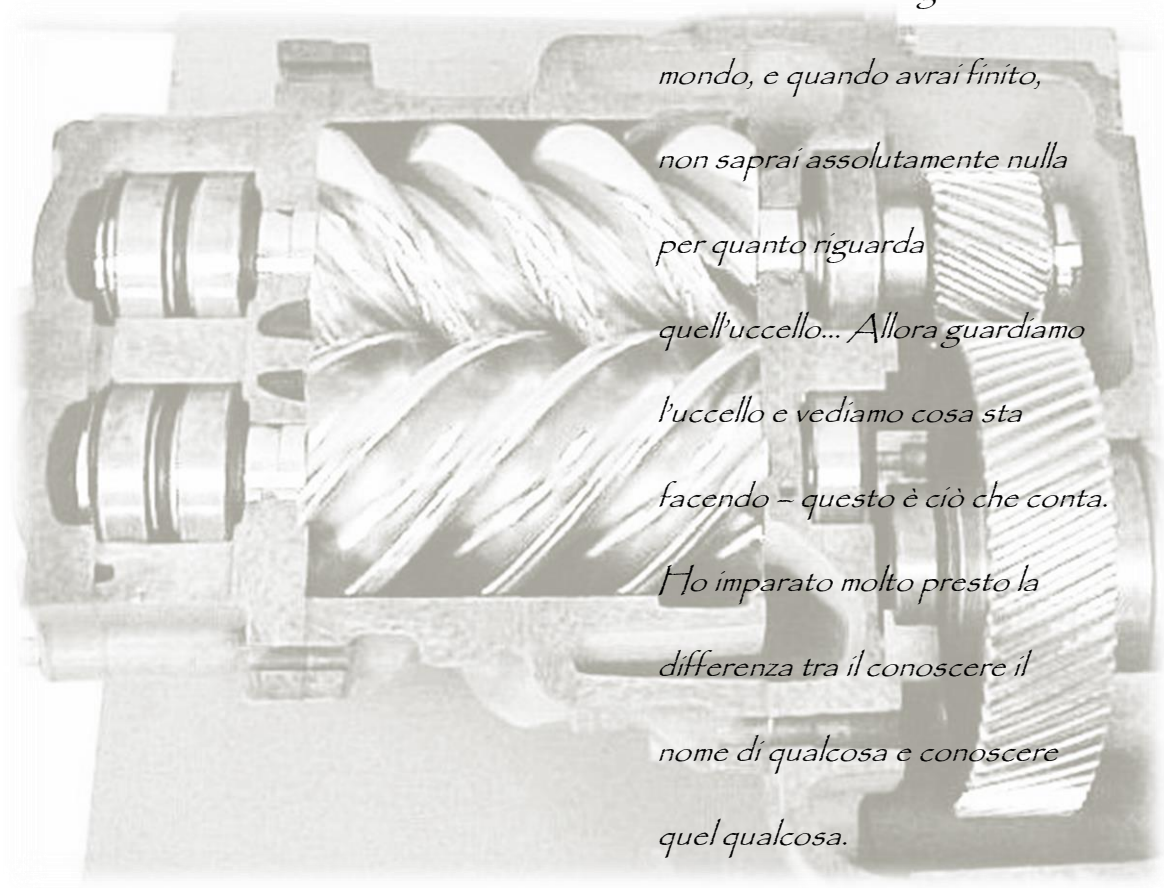
$$\text{Efficienza specifica globale isoterma, } \bar{\eta}_{com,iso} = \frac{\left(\frac{\dot{W}_{iso}}{\dot{m}_{dt}}\right)}{\left(\frac{\dot{W}_{sys}}{\dot{m}_e}\right)} \quad 4.92$$

Nel caso di prova sperimentale dovremmo utilizzare le equazioni 4.88 e 4.89 per calcolare le efficienze adiabatiche teorica ed effettiva (sperimentale).



# Capitolo 5

## MODELLO NUMERICO DEL COMPRESSORE



*Tu puoi conoscere il nome di un  
uccello in tutte le lingue del  
mondo, e quando avrai finito,  
non saprai assolutamente nulla  
per quanto riguarda  
quell'uccello... Allora guardiamo  
l'uccello e vediamo cosa sta  
facendo – questo è ciò che conta.  
Ho imparato molto presto la  
differenza tra il conoscere il  
nome di qualcosa e conoscere  
quel qualcosa.*

*Richard Phillips Feynman*

Valutazione del coefficiente di scambio termico

Riassunto delle equazioni che sorreggono il modello

Parametri di input ed output

Soluzione delle equazioni che sorreggono il modello nel caso di implementazione in

Matlab®

## Capitolo 5. Modello numerico del compressore

I compressori a doppia vite sono largamente usati nell'industria, in particolare negli impianti criogenici, negli impianti di refrigerazione e per generare aria compressa nelle più disparate applicazioni industriali. Diversamente dagli altri compressori, il meccanismo di compressione nei compressori a doppia vite con iniezione di olio è alquanto complesso. Quindi è difficile stimare analiticamente le prestazioni del compressore. Le indagini sperimentali, invece, diventano molto costose perché le tolleranze di fabbricazione da un compressore all'altro, anche se con stessa capacità e stesso impiego, possono essere anche molto significative. Inoltre, un gran numero di rotori campione devono essere fabbricati e testati per arrivare a conclusioni ragionevoli. Per esempio, i giochi tra i rotori (interlobe clearance), i quali hanno grande influenza sull'efficienza volumetrica, difficilmente si riescono a mantenere costanti tra i differenti tipi di rotori testati.

Il funzionamento di qualsiasi compressore richiede come input lavoro meccanico (all'albero), il quale è convertito (in parte) in calore, principalmente calore di compressione. Il funzionamento del compressore comporta anche perdite meccaniche, perdite dinamiche e perdite per attrito. Pertanto, l'efficienza del compressore dipende principalmente dalla qualità dei rotori, intesa come dimensionamento geometrico dei profili per quel tipo di applicazione specifica. Oltre al flusso dei trafilamenti attraverso i vari giochi del compressore, la qualità ed il tipo di fluido iniettato (viscosità, capacità termica ecc.) hanno un effetto significativo.

La pressione e la temperatura del gas introdotto e la temperatura dell'olio iniettato hanno effetti diretti sulla temperatura del gas nella cavità in aspirazione.

Il rapporto di massa tra olio e gas, il rapporto tra le pressioni, i giochi tra i rotori (interlobe clearance), l'angolo di avvolgimento del rotore maschio (male wrap angle) e la velocità di rotazione del rotore maschio determinano le efficienze adiabatica e volumetrica.

### 5.1 VALUTAZIONE DEL COEFFICIENTE DI SCAMBIO TERMICO

Il valore del coefficiente di scambio termico tra gas ed olio è essenziale per la simulazione del processo di compressione. Fujiwara ed Osada [67] hanno determinato il coefficiente di scambio termico impiegando prove sperimentali su compressori reali. La stessa metodologia è usata in questa tesi. Il coefficiente di scambio termico è determinato da un grafico sperimentale raffigurante l'efficienza volumetrica in funzione della temperatura di aspirazione del fluido, nel nostro caso aria.

L'espressione del coefficiente di scambio termico è stata data nell'equazione 4.39 nel capitolo IV e viene riscritta qui per comodità:

$$h = \frac{K P_s V_{t1}}{(K-1) A t_s} \frac{d\eta_{ev}}{dT_s} \quad 5.1$$

## Capitolo 5. Modello numerico del compressore

dove  $K$  è il rapporto tra i calori specifici,  $t_s$  è il tempo preso per l'intero processo di aspirazione,  $\eta_{ev}$  è l'efficienza volumetrica sperimentale e  $T_s$  è la temperatura d'aspirazione.

Il coefficiente di scambio termico è legato al gradiente dell'efficienza volumetrica la quale è assunta essere costante per un costante coefficiente di scambio termico. Attualmente, la stima dell'efficienza volumetrica non è essenziale per determinare il suo gradiente. Questo valore può essere facilmente ottenuto dal gradiente dell'efficienza volumetrica relativa. L'efficienza relativa è definita come il rapporto dell'efficienza volumetrica ad una data temperatura e l'efficienza volumetrica ad una temperatura di riferimento.

$$\eta_{rel,ev} = \frac{\eta_{ev}}{\eta_{ev,std}} \quad 5.1a$$

$$\begin{aligned} \eta_{rel,ev} &= \frac{\{(V_{attuale} \text{ ad una data temperatura}) / (\text{Volume della cavità di aspirazione})\}}{\left\{ \frac{V_{attuale} \text{ alla temperatura di riferimento}}{\text{Volume della cavità di aspirazione}} \right\}} \\ &= (\text{Portata volumetrica ad una data temperatura}) / (\text{Portata volumetrica ad una temperatura di riferimento}) \end{aligned}$$

Poi,

$$h = \frac{KP_s V_{t1}}{(K-1)At_s} \eta_{ev,std} \frac{d\eta_{rel,ev}}{dT_s} \quad 5.1b$$

dove  $\eta_{ev,std}$  non è nota, ma è previsto abbia un valore tra 0.8 ed 1. Considerando che abbiamo una larga incertezza sul valore della superficie di scambio tra l'olio ed il gas, non vale la pena determinare  $h$  con un'accuratezza molto alta. Per i nostri scopi, possiamo prendere un valore di  $\eta_{ev,std}$  pari all'unità e calcolarci in questo modo il coefficiente di scambio termico  $h$ . In questo modo, la forma dell'equazione 5.1 diventa:

$$h = \frac{KP_s V_{t1}}{(K-1)At_s} \frac{d\eta_{rel,ev}}{dT_s} \quad 5.1c$$

Se facessimo un'esperienza, potremmo misurare la portata volumetrica per differenti temperature di aspirazione utilizzando un flussimetro posto sul lato aspirazione. Da prove sperimentali [134], l'efficienza volumetrica relativa è data, graficamente, per differenti valori della temperatura di aspirazione del gas, come mostra la successiva Figura 61.

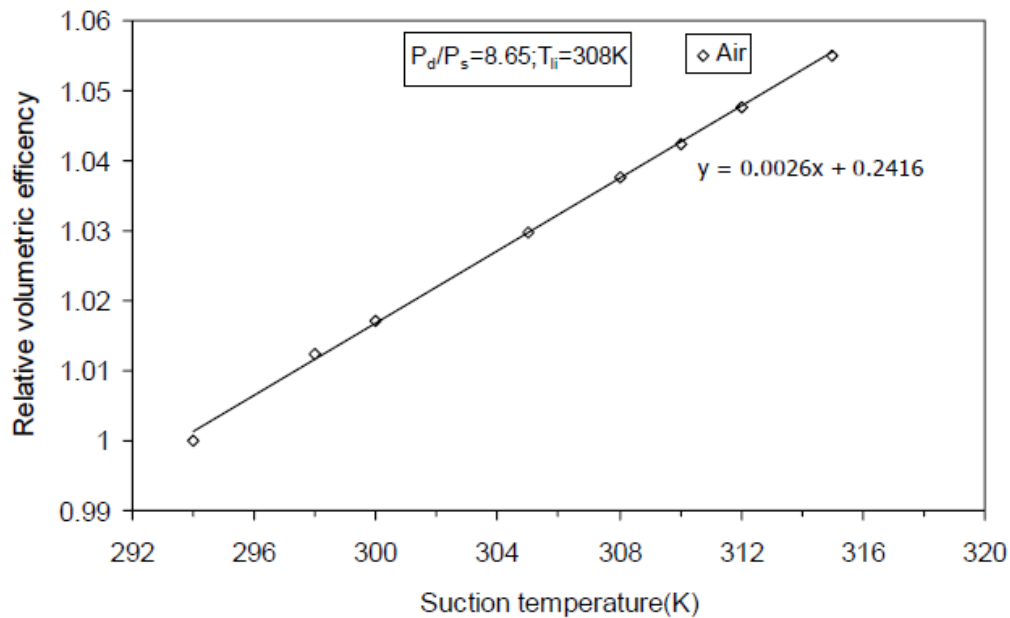


Figura 61 Curva dell'efficienza volumetrica sperimentale in funzione della temperatura all'aspirazione dell'aria (le efficienze sono relative ad una temperatura all'aspirazione di 294K) [134].

Come si può vedere, la relazione è praticamente lineare.

La pendenza di questa linea (retta) dà  $\frac{d\eta_{rel,ev}}{dT_s}$  per il fluido di lavoro (aria con iniezione di olio).

Questo valore può essere direttamente sostituito nell'equazione 5.1 per dare il coefficiente di scambio termico  $h$  tra gas ed olio.

Il valore di  $\frac{d\eta_{rel,ev}}{dT_s}$  è stimato essere  $0.0026K^{-1}$ , come si vede dalla precedente figura.

### 5.2 RIASSUNTO DELLE EQUAZIONI CHE SORREGGONO IL MODELLO

Il set di equazioni derivate nel capitolo 4 sono riscritte qui sotto per una visione d'insieme. Le portate massiche dei trafilamenti di gas ed olio e le proprietà di stato del gas durante il processo di compressione e scarico possono essere trovate al variare del parametro tempo  $t$  usando queste equazioni differenziali del primo ordine unitamente ad un'equazione algebrica di secondo grado, che ci fornisce la temperatura del gas all'inizio del processo di compressione. La temperatura  $T_1$  è infatti, la temperatura che vige nella camera sotto esame alla fine del processo di aspirazione, ma rappresenta anche la temperatura di inizio del processo di compressione.

## Capitolo 5. Modello numerico del compressore

Il set di equazioni differenziali del primo ordine 4.43, 4.54, 4.55, 4.58, 4.59 e 4.68 e l'equazione algebrica 4.30 sono riportate qui sotto per una rapida consultazione. Sono state anche rinumerate per chiarezza di presentazione.

$$\begin{aligned}
 & -C_p M_{il} T_1^2 + T_1 [C_p M_{ts} T_s + C_p M_{il} T_s - hA(T_{oil} - T_s)t_s] - C_p M_{ts} T_s^2 = 0 & 5.2 \\
 & \frac{dV_g}{dt} = \frac{dV}{dt} + \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} - \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} & 5.3 \\
 & \frac{dP}{dt} = \frac{1}{V_g} \left[ -KP \left( \frac{dV}{dt} + \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} \right) + (KP_b - P_b + P) \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} + K \frac{T_{gb} PV_g}{T_g M_g} \dot{m}_{gi} \right. \\
 & \quad \left. - K \frac{PV_g}{M_g} \dot{m}_{go} - \frac{PV_g hA}{c_v M_g T_g} (T_g - T_l) \right] & 5.4 \\
 & \frac{dT_g}{dt} = \left[ -\frac{(K-1)T_g}{V_g} \left( \frac{dV}{dt} - \frac{P_b}{P} \frac{\dot{m}_{li}}{\rho_l} + \frac{\dot{m}_{lo}}{\rho_l} \right) + \frac{\dot{m}_{gi}}{M_g} (KT_{gb} - T_g) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\dot{m}_{go}}{M_g} (K-1)T_g - \frac{hA}{c_v M_g} (T_g - T_l) \right] & 5.5 \\
 & \frac{dT_l}{dt} = (T_{lb} - T_l) \frac{\dot{m}_{li}}{M_l} + \frac{hA}{M_l c_l} (T_g - T_l) & 5.6 \\
 & \frac{dM_g}{dt} = \dot{m}_{gi} - \dot{m}_{go} & 5.7 \\
 & \frac{dM_l}{dt} = \dot{m}_{li} - \dot{m}_{lo} & 5.8
 \end{aligned}$$

Il set di sei equazioni differenziali da 5.3 a 5.8 descrivono le sei variabili  $V_g$ ,  $P$ ,  $T_g$ ,  $T_l$ ,  $M_g$  e  $M_l$  come funzioni del tempo, durante il processo di compressione-scarico, mentre l'equazione algebrica 5.2 dà la temperatura iniziale  $T_1$  all'inizio della compressione. La variabile  $V$  e quindi  $\frac{dV}{dt}$ , è una funzione nota del tempo e rappresenta l'andamento del volume geometrico della camera di lavoro del compressore.

Il set di equazioni differenziali possono essere riscritte anche in termini funzionali come segue:

$$\frac{dV_g}{dt} = f_1\left(\frac{dV}{dt}, \dot{m}_{li}, \dot{m}_{lo}, \rho_l\right) \quad 5.9$$

$$\frac{dP}{dt} = f_2(T_g, V_g, P, M_g, T_l, \frac{dV}{dt}, P_b, T_{gb}, \dot{m}_{gi}, \dot{m}_{go}, \dot{m}_{li}, \dot{m}_{lo}, \rho_l) \quad 5.10$$

## Capitolo 5. Modello numerico del compressore

$$\frac{dT_g}{dt} = f_3(T_g, V_g, P, M_g, T_l, \frac{dV}{dt}, P_b, T_{gb}, \dot{m}_{gi}, \dot{m}_{go}, \dot{m}_{li}, \dot{m}_{lo}, \rho_l) \quad 5.11$$

$$\frac{dT_l}{dt} = f_4(T_g, T_l, T_{lb}, M_l, \dot{m}_{li}) \quad 5.12$$

$$\frac{dM_g}{dt} = f_5(\dot{m}_{gi}, \dot{m}_{go}) \quad 5.13$$

$$\frac{dM_l}{dt} = f_6(\dot{m}_{li}, \dot{m}_{lo}) \quad 5.14$$

Nelle variabili  $P_b, T_{gb}, T_{lb}$  il pedice b è riferito alle posizioni ad di là (beyond) della camera di lavoro e si riferisce alle cavità che sono davanti o dietro la cavità che è sotto analisi. La pressione e la temperatura del gas e dell'olio in queste cavità necessita di essere nota al tempo  $t$  per il calcolo dei trafilamenti di gas ed olio che entrano ed escono dalla camera di lavoro. I valori delle variabili  $P_b, T_{gb}, T_{lb}$  nella camera in ritardo (lagging chamber) al tempo  $t$  sono uguali a quelli di  $P, T_g, T_l$  al tempo  $t - \frac{1}{N_m n_m}$ , mentre quelli della camera in anticipo (leading chamber) sono uguali ai valori di  $P, T_g, T_l$  al tempo  $t + \frac{1}{N_m n_m}$ . Le portate massiche dei trafilamenti di gas ed olio sono calcolati dalle equazioni 4.15, 4.16a, 4.17 e 4.20.

L'equazione 5.2 è utilizzata per determinare  $T_1$ , la temperatura del fluido alla fine del processo di aspirazione (inizio della fase di compressione), una volta che le portate massiche dei trafilamenti di gas ed olio sono state stabilite. Questa temperatura è un parametro di input per il calcolo dei trafilamenti. La densità dell'olio ( $\rho_l$ ) può essere assunta costante ed indipendente dalla sua temperatura. Così, dal precedente set di equazioni differenziali possono essere valutate le variabili  $V_g, P, T_g, T_l, M_g$  e  $M_l$ . Il set di queste equazioni pone un problema al valore iniziale, il quale può essere risolto con un metodo iterativo standard finché tutti i parametri non giungono a convergenza.

L'efficienza volumetrica teorica e l'efficienza adiabatica teorica di un compressore a doppia vite possono essere stimate dopo aver calcolato le portate dei trafilamenti di gas ed olio. Numericamente è più conveniente trovare l'efficienza volumetrica in termini di portata massica piuttosto che di portata volumetrica. L'efficienza volumetrica teorica di un compressore a doppia vite è ridefinita alle condizioni ( $P_s, T_1$ ) come:

$$\eta_{rv} = \frac{\dot{m}_{dt}}{\dot{m}_t} = \frac{(M_{t1} - M_{il})}{M_t} = \frac{(M_{t1} - \dot{m}_{gl} t_s)}{M_{t1}} \quad 5.15$$

Analogamente, l'efficienza volumetrica effettiva (sperimentale) è ridefinita come:

$$\eta_{rev} = \frac{\dot{m}_e}{\dot{m}_t} \quad 5.16$$

## Capitolo 5. Modello numerico del compressore

L'efficienza adiabatica teorica è definita come il rapporto tra il lavoro teorico richiesto per comprimere adiabaticamente un gas e la potenza effettiva richiesta in ingresso al sistema di compressione ed è scritta come:

$$\eta_{ra} = \frac{\dot{W}_{ad}}{\dot{W}_{sys,exp}} \quad 5.17$$

L'efficienza adiabatica effettiva (sperimentale) del compressore è espressa come:

$$\eta_{rae} = \frac{\dot{W}_{ad,exp}}{\dot{W}_{sys,exp}} \quad 5.18$$

### 5.3 PARAMETRI DI INPUT ED OUTPUT

La simulazione delle prestazioni di un compressore necessita di dati in ingresso riguardanti i parametri geometrici e di processo.

Successivamente sono date delle tabelle dove sono stati riassunti i principali parametri assunti nella simulazione.

Nome della costante	Valore	Unità
Numero di lobi del rotore maschio	5	nessuna
Numero di lobi del rotore femmina	6	nessuna
Angolo di avvolgimento del rotore maschio	299	gradi
Diametro del rotore maschio	127.4	mm
Diametro del rotore femmina	100.8	mm
Lunghezza dei rotori	205.9	mm
Sezione trasversale della scanalatura del rotore maschio	801.9	mm <sup>2</sup>
Sezione trasversale della scanalatura del rotore femmina	677.9	mm <sup>2</sup>
Larghezza della punta del rotore maschio	0.5	mm
Larghezza della punta del rotore femmina	1.8	mm
Velocità di rotazione del rotore maschio	variabile	Giri/1'

Tabella 3 Specifiche dei rotori del compressore.

Costanti	Valore	Unità
Gioco tra i rotori (interlobe clearance)	0.027	mm
Gioco sulla punta dei rotori e housing	0.03	mm
Gioco tra rotore e piatto di scarico	0.03	mm
Area del leading blowhole	2	mm <sup>2</sup>
Area del trailing blowhole	2	mm <sup>2</sup>
Lunghezza della linea di tenuta (interlobe sealing line length)	37	mm
Lunghezza della linea di tenuta tra punta rotore maschio e housing	183	mm

## Capitolo 5. Modello numerico del compressore

Lunghezza della linea di tenuta tra punta rotore femmina e housing	143	mm
Lunghezza della linea di tenuta sulla faccia di scarico ed il rotore maschio per la camera leading	18	mm
Lunghezza della linea di tenuta sulla faccia di scarico ed il rotore femmina per la camera leading	16	mm
Lunghezza della linea di tenuta sulla faccia di scarico ed il rotore maschio per la camera lagging	28	mm
Lunghezza della linea di tenuta sulla faccia di scarico ed il rotore femmina per la camera lagging	20	mm

Tabella 4 Giochi e lunghezza della linea di tenuta ottenuta analiticamente.

Nome del percorso di trafilamento	Valore	Unità
Gioco tra i rotori (interlobe clearance)	0.65	nessuna
Giochi tra la punta del lobo e la superficie dell'housing	0.7	nessuna
Gioco tra il rotore ed il piatto di scarico	0.4	nessuna
Leading blowhole	0.7	nessuna
Trailing blowhole	0.6	nessuna

Tabella 5 Coefficienti di efflusso nei diversi percorsi di trafilamento.

Nome della costante	Valore	Unità
Coefficiente di scambio convettivo tra gas ed olio		
Densità dell'olio	843	$\frac{K_g}{m^3}$
Calore specifico dell'olio	1.86	$\frac{KJ}{K_g K}$
Volume massimo della cavità	$29.89 \times 10^{-5}$	$m^3$

Tabella 6 Costanti di input.

Nome della costante	Notazione	Unità
Costante del gas modificata per la miscela acqua-gas	$R_m$	$\frac{J}{K_g K}$
Rapporto tra i calori specifici della miscela gas-olio	$\beta$	nessuna
Rapporto tra i calori specifici del gas	K	nessuna
Coefficiente convettivo di scambio termico tra olio e gas	h	$\frac{W}{m^2 K}$
Tempo richiesto dal processo di aspirazione	$t_s$	sec
Tempo richiesto per il processo di compressione e scarico	$\Gamma$	sec
Costante del gas	R	$\frac{J}{K_g K}$
Rapporto di massa tra gas ed olio	$\emptyset$	nessuna



## Capitolo 5. Modello numerico del compressore

Velocità periferica della punta del rotore maschio	$U_m$	$\frac{m}{s}$
Velocità periferica della punta del rotore femmina	$U_f$	$\frac{m}{s}$

Tabella 7 Variabili di input che devono essere calcolate.

Parametro	Notazione	Unità
Pressione di scarico del gas di lavoro	$P_d$	Pa
Pressione di ammissione del gas di lavoro	$P_s$	Pa
Temperatura del gas in ingresso	$T_s$	K
Temperatura dell'olio in ingresso	$T_{li}$	K
Rivoluzioni al secondo del rotore maschio	$N_m$	$\frac{riv}{sec}$
Portata d'olio	$\dot{m}_l$	$\frac{Kg}{sec}$
Densità del gas	$\rho_g$	$\frac{Kg}{m^3}$
Calore specifico del gas a pressione costante	$C_p$	$\frac{J}{KgK}$
Calore specifico del gas a volume costante	$C_v$	$\frac{J}{KgK}$

Tabella 8 Variabili operative.

Parametro	Notazione	Unità
Pressione nella camera di lavoro	P	Pa
Volume della camera di lavoro	V	$m^3$
Volume del gas nella camera di lavoro	$V_g$	$m^3$
Temperatura del gas nella camera di lavoro	$T_g$	K
Temperatura dell'olio nella camera di lavoro	$T_l$	K
Massa di gas nella camera di lavoro	$M_g$	$Kg$
Massa di olio nella camera di lavoro	$M_l$	$Kg$
Portata massica dei trafilamenti di gas verso la cavità	$\dot{m}_{gi}$	$\frac{Kg}{sec}$
Portata massica dei trafilamenti di gas in uscita dalla cavità	$\dot{m}_{go}$	$\frac{Kg}{sec}$
Portata massica dei trafilamenti di olio verso la cavità	$\dot{m}_{li}$	$\frac{Kg}{sec}$
Portata massica dei trafilamenti di olio in uscita dalla cavità	$\dot{m}_{lo}$	$\frac{Kg}{sec}$

Tabella 9 Principali parametri di output.

#### 5.4 SOLUZIONE DELLE EQUAZIONI CHE SORREGGONO IL MODELLO NEL CASO DI IMPLEMENTAZIONE IN MATLAB®

I valori delle variabili  $P_b, T_{gb}, T_{lb}, \dot{m}_{gi}, \dot{m}_{go}, \dot{m}_{li}, \dot{m}_{lo}$  sono noti a differenti intervalli di tempo dai risultati sulle variabili  $P, T_g, T_l$  per tutta la durata del tempo per un valore noto di  $\frac{dV}{dt}$  come discusso nella sezione 5.2. I coefficienti di efflusso sono stati tratti da articoli scientifici, come per esempio [67]. Quindi il set di equazioni da 5.9 a 5.14 possono essere ridotte in un'altra forma funzionale che consiste in sei variabili dipendenti  $V_g, P, T_g, T_l, M_g$  e  $M_l$ . Queste equazioni rappresentano la formulazione numerica per la soluzione con il metodo Runge-Kutta del quarto ordine.

Le equazioni in forma funzionale sono quindi le seguenti:

$$\frac{dV_g}{dt} = F_1(t, V_g, P, T_g, T_l, M_g, M_l) \quad 5.19$$

$$\frac{dP}{dt} = F_2(t, V_g, P, T_g, T_l, M_g, M_l) \quad 5.20$$

$$\frac{dT_g}{dt} = F_3(t, V_g, P, T_g, T_l, M_g, M_l) \quad 5.21$$

$$\frac{dT_l}{dt} = F_4(t, V_g, P, T_g, T_l, M_g, M_l) \quad 5.22$$

$$\frac{dM_g}{dt} = F_5(t, V_g, P, T_g, T_l, M_g, M_l) \quad 5.23$$

$$\frac{dM_l}{dt} = F_6(t, V_g, P, T_g, T_l, M_g, M_l) \quad 5.24$$

Con le loro rispettive condizioni iniziali  $t^0, V_g^0, P^0, T_g^0, T_l^0, M_g^0, M_l^0$  il metodo di Runge-Kutta del 4° ordine può essere usato per risolvere le equazioni da 5.19 a 5.24 per un incremento discreto di tempo  $h = \Delta t$  come meglio illustrato sotto.

Per convenienza, è usato il suffisso  $i$  ( $i=1,2,3,...,6$ ) per rappresentare, rispettivamente, i  $K$  valori di  $V_g, P, T_g, T_l, M_g, M_l$ .

$$K_1(i) = hF_i(t^0, V_g^0, P^0, T_g^0, T_l^0, M_g^0, M_l^0) \quad 5.25$$

$$K_2(i) = hF_i\left[t^0 + \frac{h}{2}, V_g^0 + \frac{K_1(1)}{2}, P^0 + \frac{K_1(2)}{2}, T_g^0 + \frac{K_1(3)}{2}, T_l^0 + \frac{K_1(4)}{2}, M_g^0 + \frac{K_1(5)}{2}, M_l^0 + \frac{K_1(6)}{2}\right] \quad 5.26$$

$$K_3(i) = hF_i\left[t^0 + \frac{h}{2}, V_g^0 + \frac{K_2(1)}{2}, P^0 + \frac{K_2(2)}{2}, T_g^0 + \frac{K_2(3)}{2}, T_l^0 + \frac{K_2(4)}{2}, M_g^0 + \frac{K_2(5)}{2}, M_l^0 + \frac{K_2(6)}{2}\right] \quad 5.27$$

## Capitolo 5. Modello numerico del compressore

$$K_4(i) = hF_i[ t^0 + h, V_g^0 + K_3(1), P^0 + K_3(2), T_g^0 + K_3(3), T_l^0 + K_3(4), M_g^0 + K_3(5), M_l^0 + K_3(6)] \quad 5.28$$

$$K(i) = \frac{1}{6} [K_1(i) + 2K_2(i) + 2K_3(i) + K_4(i)] \quad 5.29$$

Quindi, i valori dei sei parametri dopo il primo step sono:

$$V_g^1 = V_g^0 + K(1) \quad 5.30$$

$$P^1 = P^0 + K(2) \quad 5.31$$

$$T_g^1 = T_g^0 + K(3) \quad 5.32$$

$$T_l^1 = T_l^0 + K(4) \quad 5.33$$

$$M_g^1 = M_g^0 + K(5) \quad 5.34$$

$$M_l^1 = M_l^0 + K(6) \quad 5.35$$

Per il calcolo delle variabili  $V_g^2, P^2, T_g^2, T_l^2, M_g^2, M_l^2$  al secondo time step, le variabili  $V_g^0, P^0, T_g^0, T_l^0, M_g^0, M_l^0$  vengono rimpiazzate con le variabili  $V_g^1, P^1, T_g^1, T_l^1, M_g^1, M_l^1$ .

Il calcolo del processo di compressione è fatto prendendo piccoli angoli di rotazione del rotore maschio ' $\delta\theta$ ' in termini di tempo. E' stato assunto che il processo di compressione parta quando il processo di aspirazione è completato e il volume della camera ha raggiunto il suo massimo valore.

La durata del processo di compressione dipende dal valore dell'angolo di avvolgimento del rotore maschio e dalla velocità di rotazione dello stesso. In regime di flusso stazionario, tutti i cambiamenti nella camera di lavoro/cavità sono relativi all'angolo di rotazione del rotore maschio e lo stato di una scanalatura variano in funzione dell'angolo di rotazione del rotore maschio o del tempo. Pertanto, se è noto lo stato in una singola cavità ad un certo tempo od angolo, gli stati delle altre cavità risulteranno noti, perché semplicemente sfasati di un certo angolo rispetto a questa.

A causa della sovrapposizione del processo di scarico con l'area della luce di scarico, la pressione in uscita è assunta rimanere costante, per un certo angolo di rotazione del rotore maschio. Se, come nel nostro caso, abbiamo un angolo di avvolgimento del rotore maschio di circa  $300^\circ$  e effettuassimo 10 divisioni temporali del processo, avremo che 8 di queste sono attribuite al processo di compressione e 2 al processo di scarico, con  $60^\circ$  di sovrapposizione. Per quanto riguarda il rapporto tra i volumi (built-in volume ratio), il processo di compressione è completato quando il built-in volume ratio raggiunge i  $\frac{5}{6}$  del volume iniziale.

## Capitolo 5. Modello numerico del compressore

Però, c'è da osservare, che per calcolare le portate massiche dei trafilamenti, lo stato delle scanalature al di là del percorso che il trafilamento seguirà, dovrebbero essere note a priori. Ma questa informazione non è disponibile all'inizio del processo di calcolo iterativo. Pertanto, per cominciare, lo stato delle scanalature è valutato assumendo che non ci siano trafilamenti. Successivamente, i flussi di trafilamento sono via via calcolati ed introdotti e lo stato delle scanalature viene corretto seguendo sempre la procedura di Runge-Kutta. Questo calcolo viene iterato mentre il sistema va verso la convergenza, locale e globale. Solo alla fine possono essere calcolate l'efficienza volumetrica e quella adiabatica.

Una panoramica è data nel diagramma successivo.

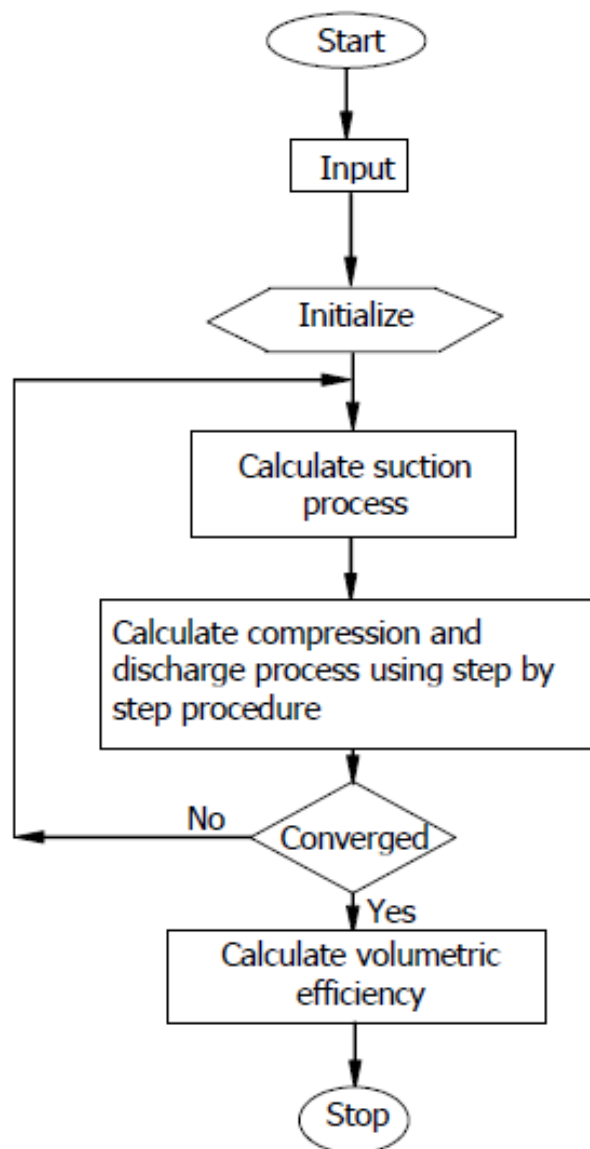


Figura 62 Diagramma di flusso per la soluzione numerica delle equazioni.

## Capitolo 5. Modello numerico del compressore

Una più elaborata e dettagliata procedura di risoluzione passo dopo passo è fornita sotto.

**Step 1:** Inizialmente si assumono nulli i trafilamenti. Vengono inoltre assunti appropriati coefficienti di efflusso. I valori iniziali di  $T_{gb} = T_g = T_l = 300\text{ K}$ ,  $P_b = P = 1.013\text{ bar}$ ,  $V_g = \text{volume gas aspirato}$ .

**Step 2:** Con un  $\Delta t = \dots \text{ sec}$ , le equazioni da 5.19 a 5.24 sono risolte con il metodo di Runge-Kutta del 4° ordine. Le relazioni funzionali per la soluzione sono date dalle equazioni da 5.3 a 5.8. L'equazione 5.2 è risolta per trovare la temperatura di fine aspirazione  $T_1$ .

**Step 3:** Lo step 2 è ripetuto per migliorare l'accuratezza delle variabili  $V_g$ ,  $P$ ,  $T_g$ ,  $T_l$ ,  $M_g$ ,  $M_l$  e  $T_1$  per raggiungere la convergenza locale.

**Step 4:** Se il cambiamento in tutte e sei le variabili nello step 3 tra due successive iterazioni è inferiore a  $10^{-6}$  (valore arbitrariamente scelto), il criterio di convergenza locale è assunto essere soddisfatto per questa divisione di tempo.

**Step 5:** Per il successivo time-step  $\Delta t$ , gli steps da 2 a 4 vengono percorsi fino alla fine del processo di compressione.

**Step 6:** Se tutte le variabili soddisfano il criterio di convergenza tra due successive iterazioni per il processo di compressione, il programma è assunto essere indipendente dalle divisioni temporali ed è globalmente convergente. Altrimenti, il time-step è dimezzato e gli steps da 2 a 6 saranno ripetuti.

**Step 7:** Siccome adesso le variabili di nostro interesse sono note al tempo  $(t - \Delta t)$ ,  $t$  e  $(t + \Delta t)$ , possiamo passare a considerare i trafilamenti e quindi dobbiamo ricalcolarci le variabili di interesse in presenza di queste perdite. I valori di questi trafilamenti sono calcolati dalle equazioni 4.15, 4.16a, 4.17 e 4.20.

**Step 8:** Gli steps da 2 a 7 devono essere ripetuti.

**Step 9:** A questo punto è possibile calcolare l'efficienza volumetrica ed eventualmente compararla con quella ottenuta sperimentalmente.

**Step 10:** Se la differenza nell'efficienza volumetrica non è accettabile, devono essere assunti un nuovo set di coefficienti di efflusso (nel caso di prova sperimentale).

**Step 11:** Gli steps da 2 a 10 sono quindi ripetuti.

**Step 12:** Il programma è terminato quando il criterio di convergenza è soddisfatto negli steps 4, 6 e 10.

# Capitolo 6

## DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA DEL COMPRESSORE

*Lo scienziato descrive ciò che  
esiste; l'ingegnere crea ciò che  
non era mai stato.*

*Theodore Von Karman*



Modello matematico utilizzato per la generazione dei profili dei rotori

Generazione dei profili dei rotori

Calcolo della linea di tenuta tra i rotori (interlobe sealing line)

Generazione dei profili dei rotori con Matlab®

Geometria dei rotori in Solidworks®

Curva di volume e considerazioni su altre curve caratteristiche del compressore

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

Per poter procedere con la simulazione di un compressore a doppia vite è necessario conoscere la sua geometria. Alcuni valori salienti e caratteristici del compressore preso in esame sono stati tabellati nel capitolo precedente, mentre in questa sezione vogliamo mettere in luce i passi che sono stati percorsi per giungere ad una geometria consistente.

Nel capitolo 3 sono stati brevemente enunciati tre dei principali metodi per la generazione dei profili per questa tipologia di compressori. Il metodo che ho seguito è stato quello della generazione della cremagliera, per motivi di flessibilità del metodo stesso e perché permette la generazione di profili di ultima generazione, ossia con profilo asimmetrico. Inoltre, per come è concepito il metodo, permette anche uno studio parametrico sull'influenza dei vari parametri del profilo sulle prestazioni del compressore [44]. In particolare, a seguito di una ricerca bibliografica, sembra essere una scelta opportuna per questo tipo di profili, la combinazione 5/6 tra il numero di lobi del rotore maschio e quelli del rotore femmina.

La geometria del profilo dei due rotori gioca un ruolo centrale per le prestazioni di un compressore a doppia vite. In generale, questo metodo della cremagliera fa uso di diversi archi di curva, sia in numero che nella loro forma, i quali hanno una forma generale (implicita) del tipo:  $ax^p + by^q = 1$  [26].

Pertanto, facendo riferimento a [135] ridefiniremo il profilo della cremagliera nella forma esplicita, facendo uso di significativi ed opportuni parametri per il suo settaggio, al fine di generare un paio di profili coniugati per i due rotori i quali possono anche essere ottimizzati tenendo conto degli “undercut limits” per migliorare le prestazioni del compressore stesso e la flessibilità nella sua progettazione.

Oggigiorno, i processi di progettazione moderni per questi compressori a doppia vite sono simulati in ambiente CAD/CAE attraverso specifici programmi. Un modello CAD con un'esatta geometria dei rotori viene utilizzata per analizzare la fluidodinamica all'interno dell'housing (CFD) o per esempio l'acustica allo scarico del compressore, nonché i fastidiosi fenomeni di pulsazione in prossimità delle luci e i non meno importanti trafileamenti tra le varie camere ed i cuscinetti d'albero.

Quindi, la chiave del successo per una buona progettazione, risiede nell'avere un software con una ben fatta subroutine la quale genera un modello CAD stabile per il profilo dei rotori. Tra gli indici più importanti che si ripercuotono sulle prestazioni di un compressore a doppia vite si annoverano l'area dei blowholes, la lunghezza della linea di tenuta (sealing line) ed i rendimenti volumetrico ed isoentropico. Estremamente importanti sono anche le tolleranze di accoppiamento tra i rotori ed i vari giochi necessari tra i vari organi che costituiscono il compressore per poter funzionare correttamente.

### 6.1 MODELLO MATEMATICO UTILIZZATO PER LA GENERAZIONE DEI PROFILI DEI ROTORI

Il metodo scelto consiste nel descrivere in modo esplicito il profilo della cremagliera, dalla quale saranno costruiti i due profili dei rotori, i quali risulteranno essere coniugati. Ogni segmento di curva ha almeno un parametro di controllo sulla cremagliera, che la rende regolabile e quindi flessibile.

Il profilo del dente della cremagliera dipende dal passo  $W$  e dall'altezza totale dello stesso  $(h_a + h_d)$ .

Come mostrato in Figura 63, l'addendum  $h_a$  ed il dedendum  $h_d$  possono essere determinati attraverso il numero di denti dei rotori,  $z_1$  e  $z_2$ , dalla distanza tra i due centri dei rotori  $A_c$  e dai raggi esterni del rotore maschio e femmina, cioè  $r_{o1}$  e  $r_{o2}$  attraverso le seguenti relazioni:

$$r_{p1} = \frac{z_1 A_c}{(z_1 + z_2)} \quad 6.1$$

$$r_{p2} = \frac{z_2 A_c}{(z_1 + z_2)} \quad 6.2$$

$$h_a = r_{p1} - r_{d1} = r_{o2} - r_{p2} \quad 6.3$$

$$h_d = r_{p2} - r_{d2} = r_{o1} - r_{p1} \quad 6.4$$

$$W = \frac{2\pi}{z_1} r_{p1} = \frac{2\pi}{z_2} r_{p2} \quad 6.5$$

Dove  $r_{p1}$  e  $r_{p2}$  sono i raggi delle circonferenze primitive del rotore maschio e femmina, rispettivamente, mentre  $r_{d1}$  e  $r_{d2}$  sono i raggi interni, rispettivamente, del rotore maschio e femmina.

Come è anche mostrato nella Figura 63, il sistema di coordinate  $S_h$  è attaccato al “rack cutter”, mentre l'asse  $x_h$  è collineare con la linea primitiva alla base della cremagliera.



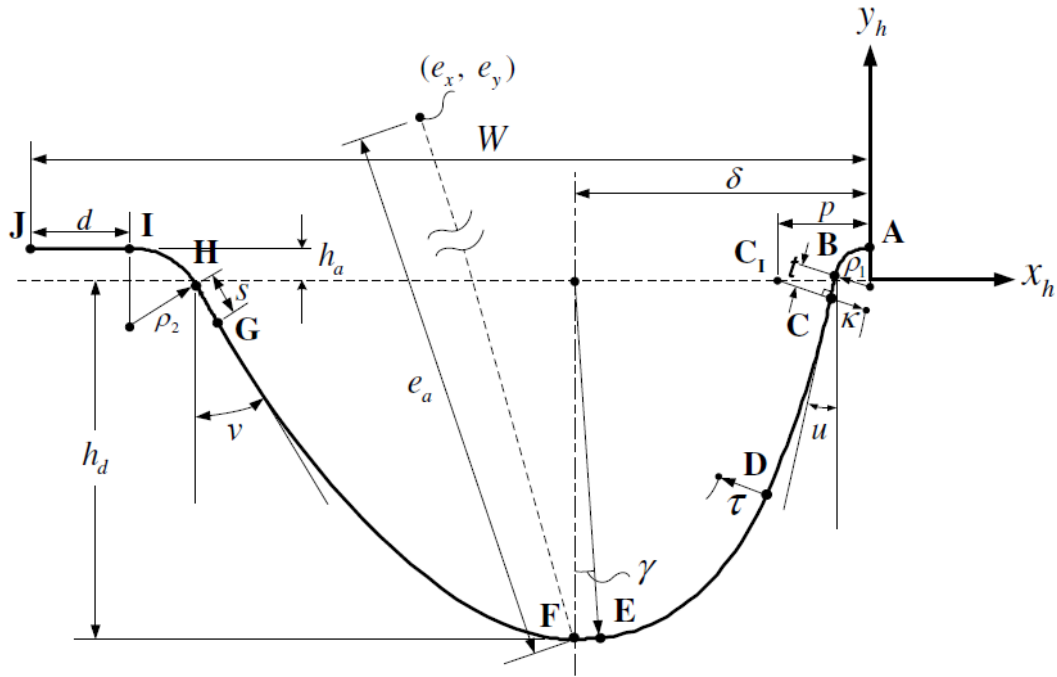


Figura 63 Profilo base della cremagliera e parametri di progetto [135] .

Il vettore posizione  $\mathbf{r}_h(\theta) = [x_h(\theta), y_h(\theta)]$  per ogni segmento della cremagliera è riportato nella Tabella 11.

Il versore normale alla cremagliera  $\mathbf{n}_h(\theta) = [n_{xh}(\theta), n_{yh}(\theta)]$  può essere derivato dalla seguente equazione:

$$\mathbf{n}_h(\theta) = \frac{\mathbf{K} \times \frac{\partial \mathbf{r}_h(\theta)}{\partial \theta}}{|\mathbf{K} \times \frac{\partial \mathbf{r}_h(\theta)}{\partial \theta}|} \quad 6.6$$

I segmenti di trocoide CD e DE sono dei segmenti significativi e meritano di essere approfonditi. Così i principi di generazione dei segmenti di trocoide della cremagliera sono mostrati in Figura 64. Il processo di generazione è diviso nei seguenti passi:

- Estendendo il punto C internamente lungo la direzione normale per intersecare la linea primitiva nel punto  $C_I$ .
- Estendendo il punto C esternamente lungo la direzione normale di una distanza k per ottenere il punto  $C_{II}$ .
- Il punto  $C_{II}$  è attaccato alla circonferenza primitiva del rotore femmina la quale è inizialmente tangente nel punto  $C_I$  e rotola verso sinistra sulla linea primitiva con un angolo di rotazione  $\zeta$  ed il punto  $C_{II}$  genererà il locus  $C_{II}D_{II}$ .
- Spostando il locus  $C_{II}D_{II}$  in dentro normalmente della quantità k per formare la trocoide equidistante CD.

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

- (e) Successivamente, ripetere i passi (a)-(d) analogamente per il punto D con la circonferenza primitiva del rotore maschio, come è mostrato nella successiva Figura 64 per generare un'altra trocoide equidistante DE.

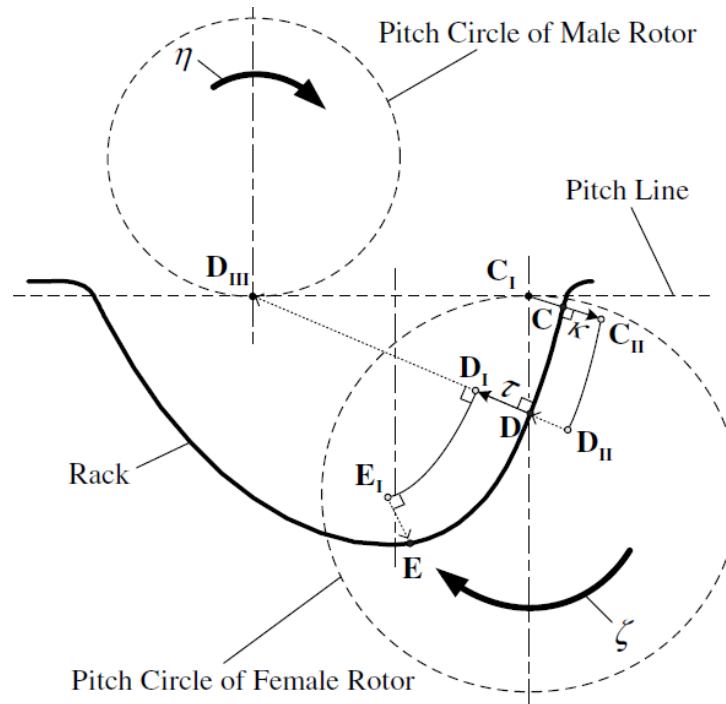


Figura 64 Principio di generazione della trocoide della cremagliera [135].

Riferendoci alla Figura 63 e Figura 64 abbiamo 11 parametri di profilo,  $\rho_1, \rho_2, u, v, t, s, k, \tau, d, \gamma, e_a$  che sono definiti sulla cremagliera. I parametri  $\rho_1$  e  $\rho_2$ , sono i raggi degli archi circolari AB e HI, rispettivamente, sono usati per definire la forma del dente più in alto del profilo del rotore femmina. I parametri  $u$  e  $v$  rappresentano gli angoli di pressione, rispettivamente, dal lato di alta e bassa pressione del profilo, ciò in conseguenza di come lavora il profilo dei rotori durante il funzionamento del compressore e sono usati per aggiustare la direzione di contatto vicino alla circonferenza primitiva. I parametri  $t$  ed  $s$ , rappresentano la lunghezza dei segmenti dritti BC e GH, rispettivamente, sono usati per modificare la lunghezza degli evolventi. I parametri  $k$  e  $\tau$ , che rappresentano la distanza normale delle trocoidi, sono usati per regolare i raggi degli archi di tenuta sul lato alta pressione del profilo. Il parametro  $d$ , corrispondente alla lunghezza della linea dritta IJ, è usato per aggiustare lo spessore del dente del rotore femmina. Il parametro  $\gamma$  è usato per definire l'arco di protezione sulla punta del rotore maschio. Infine, il parametro  $e_a$  è il raggio maggiore dell'ellisse FG che determinerà la curvatura e la lunghezza di contatto sul lato di bassa pressione del profilo.

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

In aggiunta, ogni segmento sul profilo della cremagliera deve avere il versore normale o il versore tangente a comune con il segmento adiacente. Quindi, la relazione ad ogni giuntura dei vari segmenti che compongono la cremagliera può essere rappresentata attraverso il versore normale  $\mathbf{n}_h$  ed il vettore posizione  $\mathbf{r}_h$  nel seguente modo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{n}_h^i = \mathbf{n}_h^{(i+1)} \\ \mathbf{r}_h^i = \mathbf{r}_h^{(i+1)} \end{array} \right. \quad i=1-8 \quad 6.7$$

Dove l'apice  $i$  sta a significare l' $i$ -esimo segmento della cremagliera.

Da notare che le relazioni che riguardano il vettore posizione sotto intendono la continuità tra i segmenti adiacenti del profilo della cremagliera.

Tutte le incognite, come per esempio  $p, \zeta, \eta, \delta, \mu, e_x, e_y, e_b$  possono essere trovate usando le precedenti equazioni con i seguenti parametri predeterminati, come: distanza tra i centri di rotazione dei due rotori, i raggi delle circonferenze esterne ed interne dei due rotori, il numero di denti dei due rotori, l'angolo dell'elica dei due rotori e la lunghezza dei rotori, inoltre abbiamo i già citati 11 parametri del profilo.

I valori assunti dai dati di input per il progetto dei rotori del compressore a doppia vite sono riassunti nella successiva Tabella 10.

Parametro	Simbolo	Valore [ unità: mm, deg ]
Numero di lobi rotore maschio	$z_1$	5
Numero di lobi rotore femmina	$z_2$	6
Distanza tra i centri degli assi dei rotori	$A_c$	90.0
Raggio esterno rotore maschio	$r_{01}$	63.6
Raggio esterno rotore femmina	$r_{02}$	50.4
Raggio interno rotore maschio	$r_{d1}$	39.6
Raggio interno rotore femmina	$r_{d2}$	26.4
Angolo elica dei rotori	$\beta$	46.0
Lunghezza dei rotori	$L$	205.9

Tabella 10 Dati di input per il progetto dei rotori del compressore a doppia vite.

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

Nella pagina successiva è riportata la Tabella 11 nella quale sono riassunte le equazioni esplicite per i vari segmenti della cremagliera.

No.	Rack		Explicit equations	Range
	Curve	Type		
(1)	AB	Circular arc	$\mathbf{r}_h^{(1)} = \begin{cases} x_h^{(1)}(\theta) = -\rho_1 \sin \theta \\ y_h^{(1)}(\theta) = h_a - \rho_1 + \rho_1 \cos \theta \end{cases}$	$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} - u$
(2)	BC	Straight line	$\mathbf{r}_h^{(2)} = \begin{cases} x_h^{(2)}(\theta) = x_h^{(1)}(\frac{\pi}{2} - u) - \theta \sin u \\ y_h^{(2)}(\theta) = y_h^{(1)}(\frac{\pi}{2} - u) - \theta \cos u \end{cases}$	$0 \leq \theta \leq t$
(3)	CD	Normal-equidistant trochoid	$\mathbf{r}_h^{(3)} = \begin{cases} x_h^{(3)}(\theta) = K_1(\theta) - \frac{\kappa K_1(\theta)}{\sqrt{K_1^2(\theta) + K_2^2(\theta)}} + (p - r_{p2}\theta) \\ y_h^{(3)}(\theta) = K_2(\theta) - \frac{\kappa K_2(\theta)}{\sqrt{K_1^2(\theta) + K_2^2(\theta)}} \end{cases}$ $K_1(\theta) = (C_x - p) \cos \theta + \kappa \cos(u + \theta) + (C_y + r_{p2}) \sin \theta$ $K_2(\theta) = -r_{p2} - (C_x - p) \sin \theta - \kappa \sin(u + \theta) + (C_y + r_{p2}) \cos \theta$ $C_x = x_h^{(2)}(t)$ $C_y = y_h^{(2)}(t)$	$0 \leq \theta \leq \zeta$
(4)	DE	Normal-equidistant trochoid	$\mathbf{r}_h^{(4)} = \begin{cases} x_h^{(4)}(\theta) = K_3(\theta) + \frac{\tau K_3(\theta)}{\sqrt{K_3^2(\theta) + K_4^2(\theta)}} + (p + r_{p1}\theta - r_{p2}\zeta) \\ y_h^{(4)}(\theta) = K_4(\theta) + \frac{\tau K_4(\theta)}{\sqrt{K_3^2(\theta) + K_4^2(\theta)}} \end{cases}$ $K_3(\theta) = -(p - r_{p2}\zeta - h_x) \cos \theta - (r_{p1} - h_y) \sin \theta$ $K_4(\theta) = r_{p1} + (p - r_{p2}\zeta - h_x) \sin \theta - (r_{p1} - h_y) \cos \theta$ $h_x = D_x - \frac{\tau K_1(\zeta)}{\sqrt{K_1^2(\zeta) + K_2^2(\zeta)}}$ $h_y = D_y - \frac{\tau K_2(\zeta)}{\sqrt{K_1^2(\zeta) + K_2^2(\zeta)}}$ $D_x = x_h^{(3)}(\zeta)$ $D_y = y_h^{(3)}(\zeta)$	$0 \leq \theta \leq \eta$
(5)	EF	Circular arc	$\mathbf{r}_h^{(5)} = \begin{cases} x_h^{(5)}(\theta) = -\delta + h_d \sin \theta \\ y_h^{(5)}(\theta) = -h_d \cos \theta \end{cases}$	$0 \leq \theta \leq \gamma$
(6)	FG	Bias ellipse	$\mathbf{r}_h^{(6)} = \begin{cases} x_h^{(6)}(\theta) = (e_x - e_b \sin \theta) \cos \mu - (e_y - e_a \cos \theta) \sin \mu - \delta \\ y_h^{(6)}(\theta) = (e_y - e_a \cos \theta) \cos \mu + (e_x - e_b \sin \theta) \sin \mu \end{cases}$	$\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$
(7)	GH	Straight line	$\mathbf{r}_h^{(7)} = \begin{cases} x_h^{(7)}(\theta) = x_h^{(8)}(\frac{\pi}{2} - v) + \theta \sin v \\ y_h^{(7)}(\theta) = y_h^{(8)}(\frac{\pi}{2} - v) - \theta \cos v \end{cases}$	$0 \leq \theta \leq s$
(8)	HI	Circular arc	$\mathbf{r}_h^{(8)} = \begin{cases} x_h^{(8)}(\theta) = x_h^{(9)}(d) + \rho_2 \sin \theta \\ y_h^{(8)}(\theta) = y_h^{(9)}(d) - \rho_2 + \rho_2 \cos \theta \end{cases}$	$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} - v$
(9)	IJ	Straight line	$\mathbf{r}_h^{(9)} = \begin{cases} x_h^{(9)}(\theta) = -W + \theta \\ y_h^{(9)}(\theta) = h_a \end{cases}$	$0 \leq \theta \leq d$

Tabella 11 Equazioni esplicite per i vari segmenti della cremagliera [135].

Di seguito alcune considerazioni sull'utilizzo di questo metodo di generazione dei profili:

- (a) Ogni segmento della cremagliera è definito attraverso una funzione esplicita del parametro di curva  $\theta$  ed ogni segmento può essere aggiustato in accordo con i requisiti di progetto.

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

- (b) La porzione di profilo che fa da tenuta al gas trattato dal compressore sul lato di alta pressione consiste in una trocoide per garantire un piccolo blowhole nel profilo del rotore ed i parametri di equidistanza,  $k$  e  $\tau$ , decidono i raggi di curvatura nella regione di tenuta sui profili dei rotori.
- (c) L'angolo di pressione di contatto definito su entrambi i segmenti dritti della cremagliera può essere facilmente aggiustato.
- (d) Il fianco di bassa pressione del profilo è un'ellisse di polarizzazione definita in una curva regolabile che può cambiare con l'angolo di pressione, il raggio maggiore e la lunghezza della linea dritta.

### 6.2 GENERAZIONE DEI PROFILI DEI ROTORI

Prima di poter generare i profili del rotore maschio e del rotore femmina è necessario generare compiutamente il profilo della cremagliera, rispettando i vincoli precedentemente esposti. Inoltre i diversi parametri di tuning della cremagliera possono essere trovati attraverso lo sviluppo di un algoritmo di minimizzazione (facendo uso di funzioni di penalità) della funzione obiettivo, soggetta ad opportuni vincoli, per l'ottimizzazione di alcune caratteristiche del compressore, come per esempio ridurre al minimo l'area dei blowholes, o ridurre al minimo la lunghezza della linea di tenuta tra i rotori (interlobe sealing line).

Di seguito viene riportata la Tabella 12, la quale riassume tutti i parametri di output per la generazione della cremagliera i quali soddisfano tutti i vincoli geometrici precedentemente esposti.

No.	Simbolo del parametro	Valore [ unità: mm, rad ]
1	$\rho_1$	2.0000
2	$\rho_2$	6.0000
3	u	0.2618
4	v	0.4203
5	t	0.5000
6	s	3.3880
7	k	0.1000
8	$\tau$	13.000
9	d	5.4355
10	$\gamma$	0.1662
11	$e_a$	80.0000
12	W	51.4079
13	p	-4.5100
14	$\zeta$	0.6141
15	$\eta$	0.3250

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

16	$\delta$	21.3472
17	$\mu$	0.0000
18	$e_x$	-1.3350
19	$e_y$	57.500
20	$e_b$	28.500
21	$\theta_1$	0.6730
22	$\theta_2$	0.0000

Tabella 12 Riassunto di tutti i parametri della cremagliera.

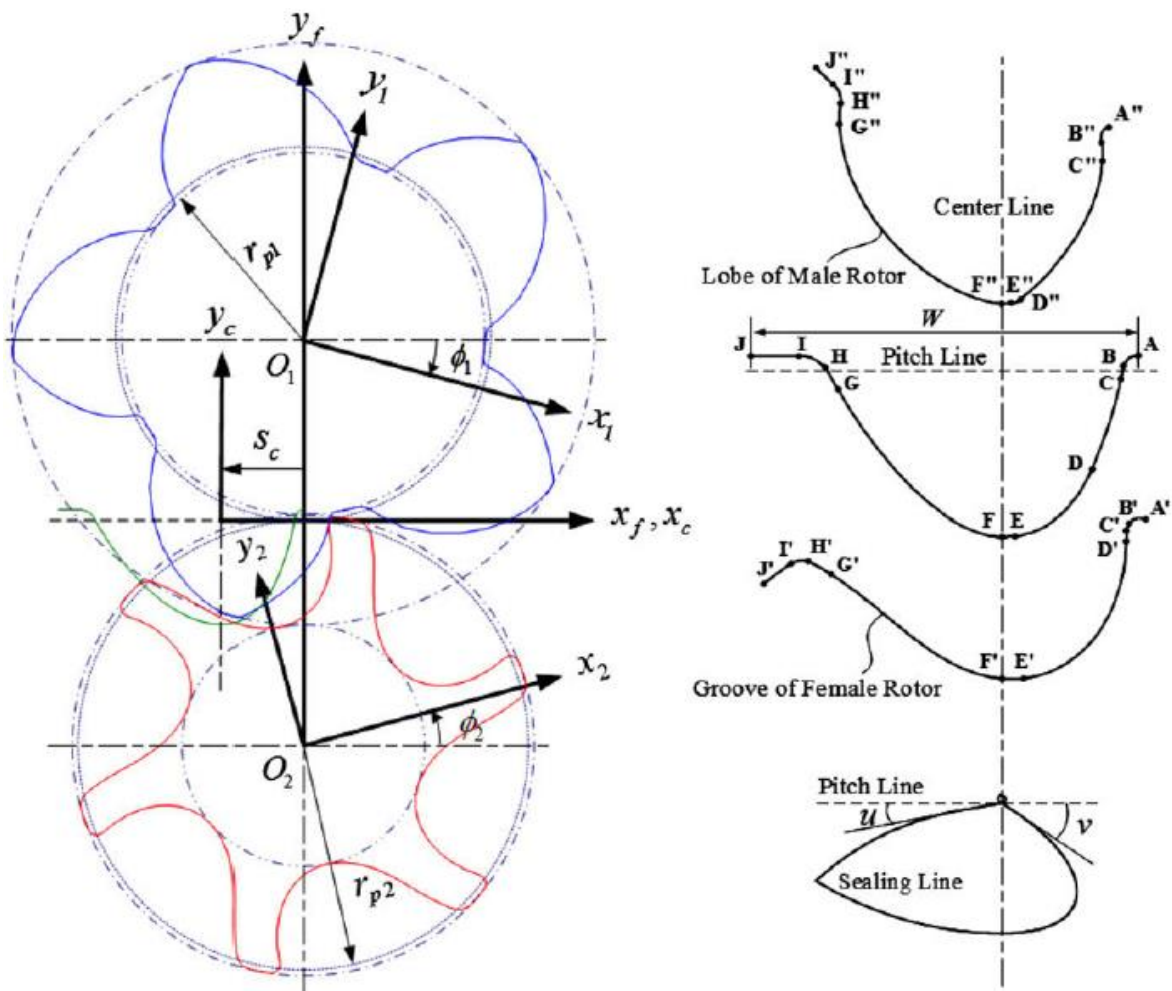


Figura 65 Sistema di coordinate applicato alla generazione dei profili dei rotori e linea di tenuta (sealing line).

Come mostrato nella precedente Figura 65 il sistema di coordinate  $S_c$  è unito e trasla con la cremagliera, mentre i sistemi di coordinate  $S_1$  e  $S_2$  sono vincolati a ruotare con il rotore maschio ed il rotore femmina, rispettivamente. Il profilo del lobo del rotore maschio ed il profilo della scanalatura del rotore femmina possono essere generati dal lato concavo e convesso della cremagliera, rispettivamente.

## Capítulo 6. Definizione della geometria del compressore

Il luogo dei punti della cremagliera può essere ottenuto, con opportune trasformazioni di coordinate tra sistemi di riferimento, nel sistema di riferimento  $S_1$  del rotore maschio, il quale, come già detto è ad esso vincolato. Ne risulta che le equazioni che danno il luogo dei punti della cremagliera rispetto al sistema di riferimento  $S_1$  del rotore maschio sono:

$$\begin{cases} x_1(\theta, \phi_1) = (x_c - S_c)\cos \phi_1 - (y_c - r_{p1})\sin \phi_1 \\ y_1(\theta, \phi_1) = (x_c - S_c)\sin \phi_1 + (y_c - r_{p1})\cos \phi_1 \end{cases} \quad 6.8$$

$$\begin{cases} x_2(\theta, \phi_2) = (x_c - r_{p2}\phi_2)\cos \phi_2 + (y_c + r_{p2})\sin \phi_2 \\ y_2(\theta, \phi_2) = (r_{p2} + y_c)\cos \phi_2 - (x_c - r_{p2}\phi_2)\sin \phi_2 \end{cases} \quad 6.9$$

dove  $\phi_1$  è l'angolo di rotazione del rotore maschio,  $\phi_2 = \frac{z_1}{z_2}\phi_1$  è l'angolo di rotazione del rotore femmina, mentre  $S_c = r_{p1}\phi_1$  è lo spostamento della cremagliera e quindi il vettore posizione nel sistema di coordinate della cremagliera  $S_c$  può essere rappresentato come  $\mathbf{r}_c = [x_c, y_c] = [x_h + \delta, y_h]$ , inoltre,  $\delta$  rappresenta la distanza dalla linea del centro della cremagliera dal punto A.

Le relazioni tra il parametro di profilo  $\theta$  e l'angolo di rotazione  $\phi$  possono essere trovate da quelle che sono chiamate le equazioni di ingranamento nella teoria degli ingranaggi [136]. Nel punto di tangenza tra i vari punti della cremagliera ed i punti appartenenti al dente del profilo del rotore maschio, il versore normale  $\mathbf{n}_h$  a comune, dovrebbe essere perpendicolare alla velocità relativa di scorrimento tra la cremagliera ed il rotore maschio, cioè a  $\mathbf{V}_{c1}$ . Quindi, l'equazione di ingranamento per il rotore maschio è la seguente:

$$f_{m1}(\theta, \phi_1) = \mathbf{n}_h(\theta) \cdot \mathbf{V}_{c1}(\theta, \phi_1) = -n_{xh}y_c + n_{yh}(x_c - r_{p1}\phi_1) = 0 \quad 6.10$$

dove la velocità relativa tra la cremagliera ed il rotore maschio può essere scritta come  $\mathbf{V}_{c1} = -y_c\omega_1\mathbf{i} + (x_c - r_{p1}\phi_1)\omega_1\mathbf{j}$  nel sistema di coordinate  $S_c$ , e  $\omega_1$  è la velocità angolare del rotore maschio.

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

Analogamente, l'equazione di ingranamento per il rotore femmina può essere rappresentata come segue:

$$f_{m2}(\theta, \phi_2) = \mathbf{n}_h(\theta) \cdot \mathbf{V}_{c2}(\theta, \phi_2) = n_{xh}y_c + n_{yh}(r_{p2}\phi_2 - x_c) = 0 \quad 6.11$$

dove la velocità di scorrimento tra la cremagliera ed il rotore femmina può essere scritta come  $\mathbf{V}_{c2} = y_c\omega_2\mathbf{i} + (r_{p2}\phi_2 - x_c)\omega_2\mathbf{j}$  nel sistema di riferimento  $S_c$ , e  $\omega_2$  è la velocità angolare del rotore femmina.

Quindi, l'angolo di rotazione  $\phi_1$  ottenuto dalla risoluzione dell'equazione 6.10 può essere sostituito nell'equazione 6.8 per ottenere l'equazione del profilo del rotore maschio, riportata di seguito:

$$\begin{cases} x_1 = \left(\frac{n_{hx}}{n_{hy}}\right)y_c \cos \phi_1 + (r_{p1} - y_c) \sin \phi_1 \\ y_1 = \left(\frac{n_{hx}}{n_{hy}}\right)y_c \sin \phi_1 - (r_{p1} - y_c) \cos \phi_1 \end{cases} \quad 6.12$$

$$\text{dove } \phi_1 = \frac{n_y x_c - n_x y_c}{n_y r_{p1}}.$$

Analogamente, l'angolo di rotazione  $\phi_2$  risolto dall'equazione 6.11 può essere sostituito nell'equazione 6.9 per ottenere l'equazione del profilo del rotore femmina, riportata di seguito:

$$\begin{cases} x_2 = \left(\frac{n_{hx}}{n_{hy}}\right)y_c \cos \phi_2 + (r_{p2} + y_c) \sin \phi_2 \\ y_2 = -\left(\frac{n_{hx}}{n_{hy}}\right)y_c \sin \phi_2 + (r_{p2} + y_c) \cos \phi_2 \end{cases} \quad 6.13$$

$$\text{dove } \phi_2 = \frac{n_y x_c - n_x y_c}{n_y r_{p2}}.$$



### 6.3 CALCOLO DELLA LINEA DI TENUTA TRA I ROTORI (INTERLOBE SEALING LINE)

La lunghezza istantanea della linea di tenuta (sealing line) tra i rotori maschio e femmina è un importante parametro di progetto per un compressore a doppia vite. La linea di contatto istantanea nelle tre dimensioni spaziali tra i due rotori è facilmente ottenuta usando il percorso di contatto nel piano trasversale. L'equazione per la linea di contatto istantanea può essere derivata trasformando l'equazione del profilo del rotore maschio nel sistema di coordinate fisso  $S_f$  come segue:

$$\begin{cases} x_{f1}(\theta, \varnothing_1) = x_1 \cos \varnothing_1 + y_1 \sin \varnothing_1 \\ y_{f1}(\theta, \varnothing_1) = r_{p1} - x_1 \sin \varnothing_1 + y_1 \cos \varnothing_1 \end{cases} \quad 6.14$$

Dove  $\varnothing_1$  può essere sostituito dall'angolo di rotazione dato dall'equazione 6.10.

Così la linea di contatto istantanea in 3D può essere derivata dal percorso di contatto nel piano trasversale come  $[x_{f1}, y_{f1}, z_{f1}]$ , dove  $z_{f1} = (r_{p1} \tan \lambda) \varnothing_1$  in cui  $\lambda = \frac{\pi}{2} - \beta$ . Ricordo che  $\beta$  è l'angolo dell'elica dei rotori, ossia vale anche che  $\tan \lambda = \cot \beta$ .

In tutto, il profilo della cremagliera consiste in nove tratti di curva. Si fa osservare che il lobo del rotore maschio e la scanalatura del rotore femmina sono generati partendo dallo stesso profilo della cremagliera, da cui il nome del metodo. Nella pratica industriale, un piccolo gioco (qualche centesimo di millimetro) deve essere previsto tra i due rotori per prevenire interferenza dovuta ad eventuali distorsioni causate dai carichi cui sono soggetti i due alberi dei rotori ed alle espansioni termiche che durante la compressione si vengono a generare a causa delle temperature raggiunte in questa fase. L'eventuale iniezione di olio, oltre ad avere lo scopo di lubrificare e ridurre l'attrito tra i due rotori ha il compito di sigillare queste fughe di gas tra camere adiacenti, nonché di diminuire la temperatura massima raggiunta dal gas compresso.

### 6.4 GENERAZIONE DEI PROFILI DEI ROTORI CON MATLAB®

Per poter generare le geometrie tridimensionali dei due rotori del compressore sono stati creati prima i loro profili in Matlab® e successivamente importati in Solidworks®.

Il relativo profilo della cremagliera è il seguente, dove i diversi colori utilizzati per i vari segmenti di curva ne evidenziano le parti costituenti.

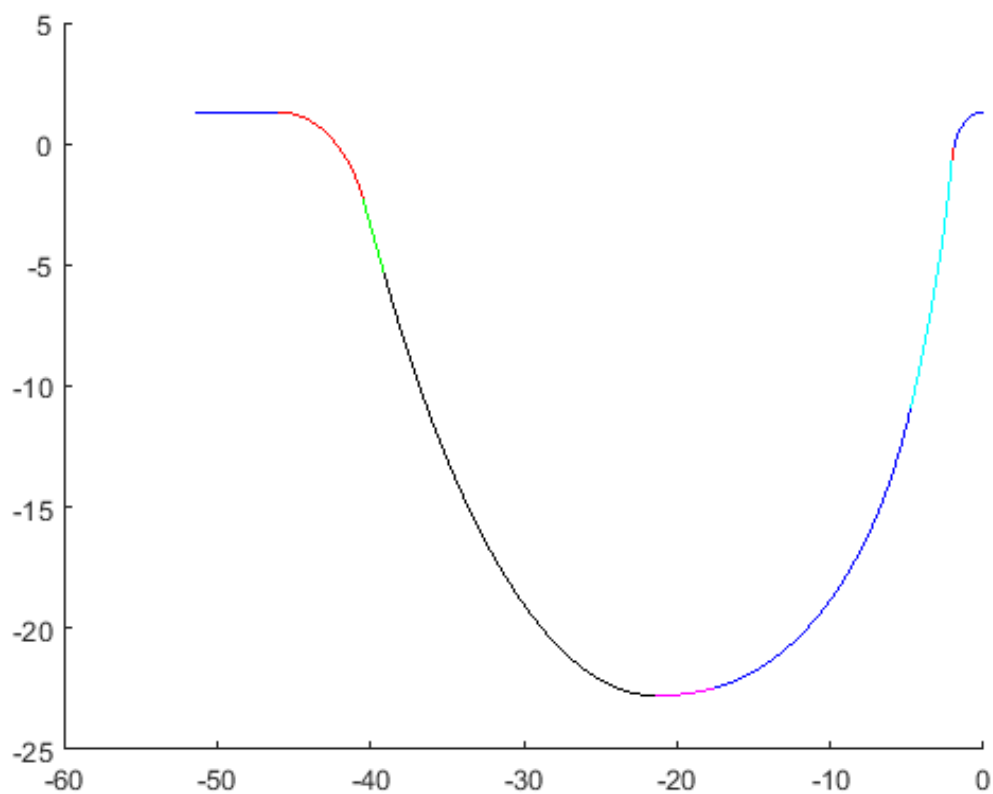


Figura 66 Profilo della cremagliera.

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

Il relativo profilo del rotore maschio è il successivo:

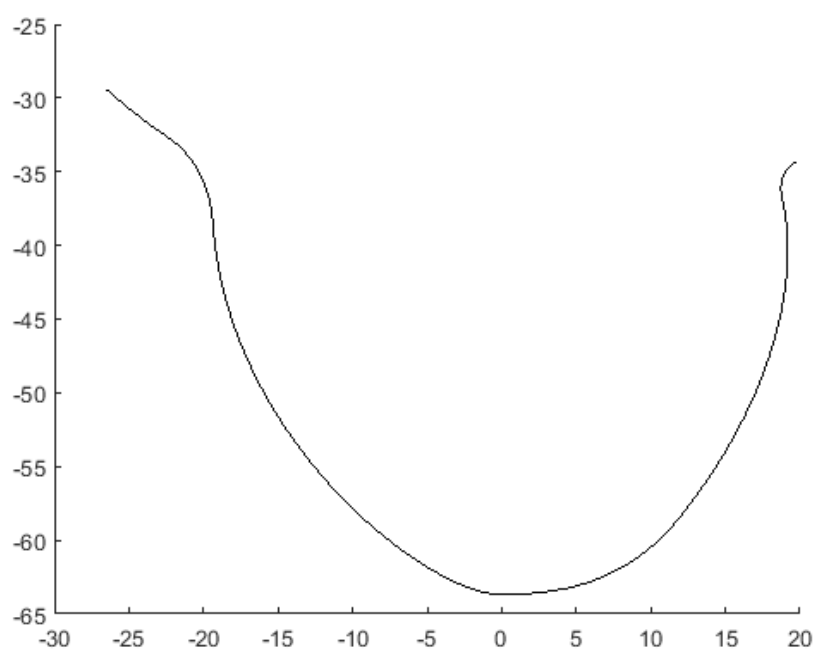


Figura 67 Profilo del rotore maschio.

Il relativo profilo del rotore femmina è il successivo:

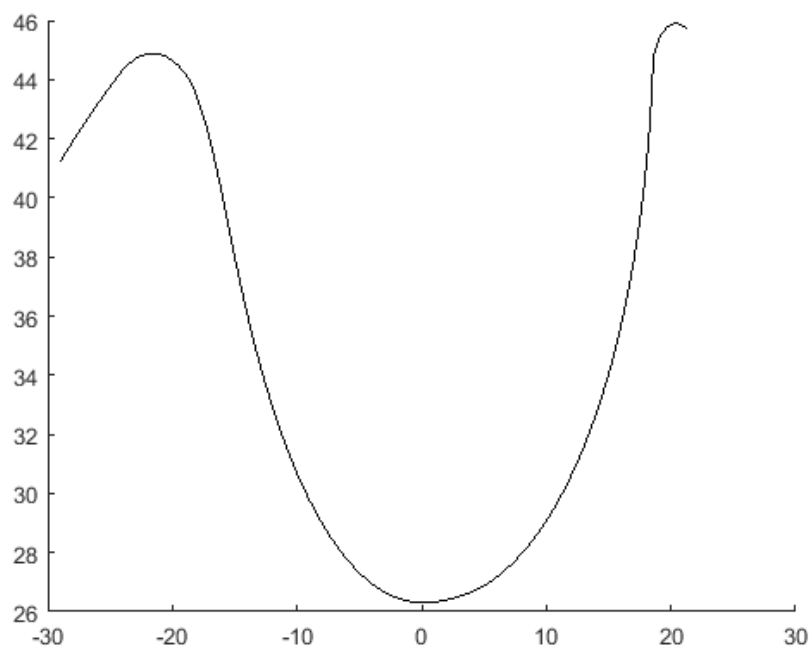


Figura 68 Profilo del rotore femmina.

### 6.5 GEOMETRIA DEI ROTORI IN SOLIDWORKS®

Per avere una visione più completa del compressore a doppia vite che stiamo analizzando è stata creata la sua geometria col software Solidworks®.

Di seguito se ne riporta innanzitutto una visione completa, che ci dà un'idea generale di come è strutturata la sua geometria, almeno negli elementi principali di cui è composto.

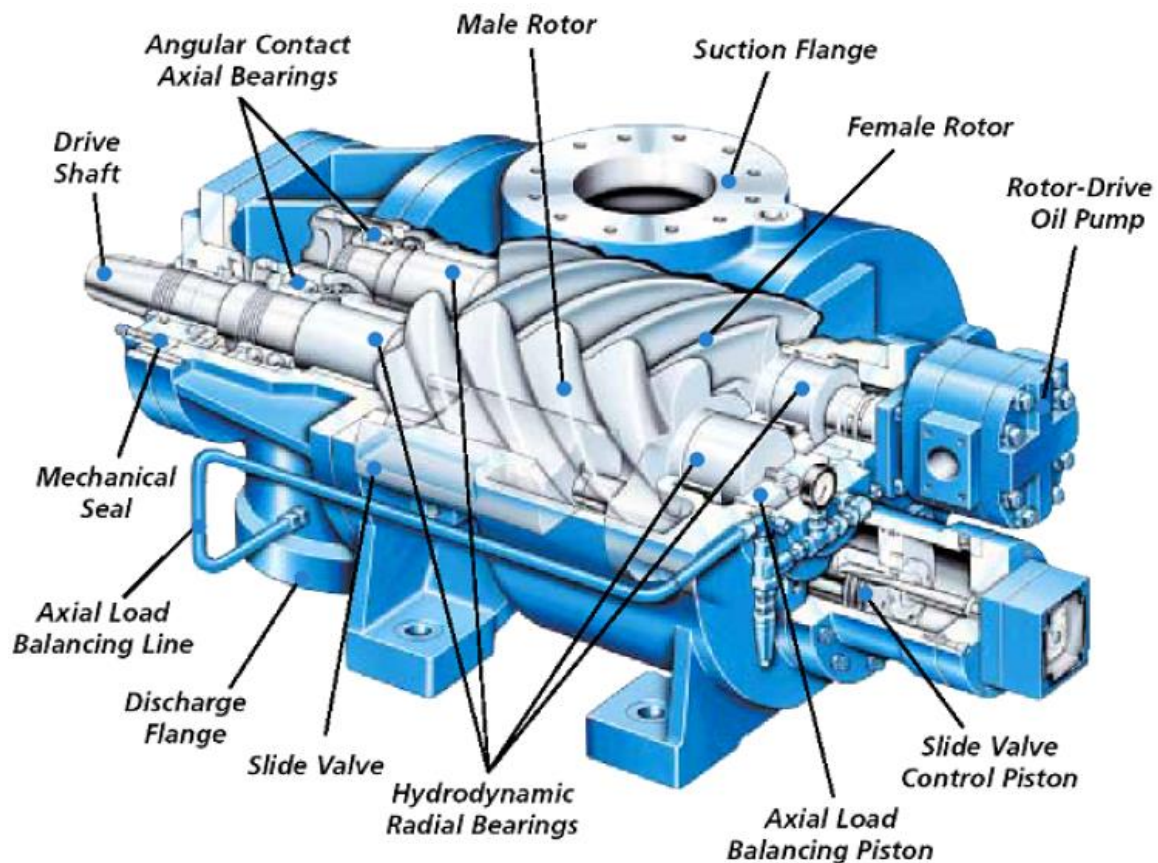


Figura 69 Rappresentazione 3D di un compressore a doppia vite ad iniezione di olio nelle sue componenti principali.

Dalla precedente figura si possono vedere in primo piano i due rotori, i quali sono alloggiati nell'housing e supportati da opportuni cuscinetti di spinta. In alto troviamo la flangia di aspirazione, mentre all'estremità inferiore è presente la flangia di scarico. Trattandosi di un compressore ad iniezione di olio non sono presenti le ruote dentate di sincronizzazione ("timing gears"), le quali sono esterne alla camera di lavoro e vengono lubrificate separatamente. Infatti, nei compressori a doppia vite ad iniezione di olio, si frutta l'olio lubrificante per creare un meato tra i profili dei due rotori che vengono ad ingranare ed il rotore maschio trascina in rotazione il rotore femmina. Il rotore maschio viene messo in rotazione attraverso il suo albero dall'esterno, come si può vedere dalla Figura 69, utilizzando un motore primo o eventualmente calettato sull'albero di una turbina, per esempio nel caso di un ciclo Bryton-Joule.

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

Oltre alla presenza di opportune linee di tenuta tra i vari organi del compressore, per evitare fughe di gas ed olio verso l'ambiente esterno o in zone interne del compressore, è importante far notare, che su tutti i compressori è presente una valvola a cassetto, la quale permette di agire sulla quantità di aria inviata alla camera di lavoro, operando un by-pass sull'aspirazione. Questa tecnica, largamente utilizzata, permette di adattare, in ampi range operativi, la quantità di aria consegnata dal compressore per incontrare di volta in volta le esigenze reali dell'utenza. In generale, questa valvola a cassetto viene regolata ricorrendo al movimento di un pistone, mediante l'utilizzo di olio in pressione.

Nella successiva Figura 70 sono mostrati i due rotori accoppiati nella vista frontale, che permette di apprezzarne il loro profilo.

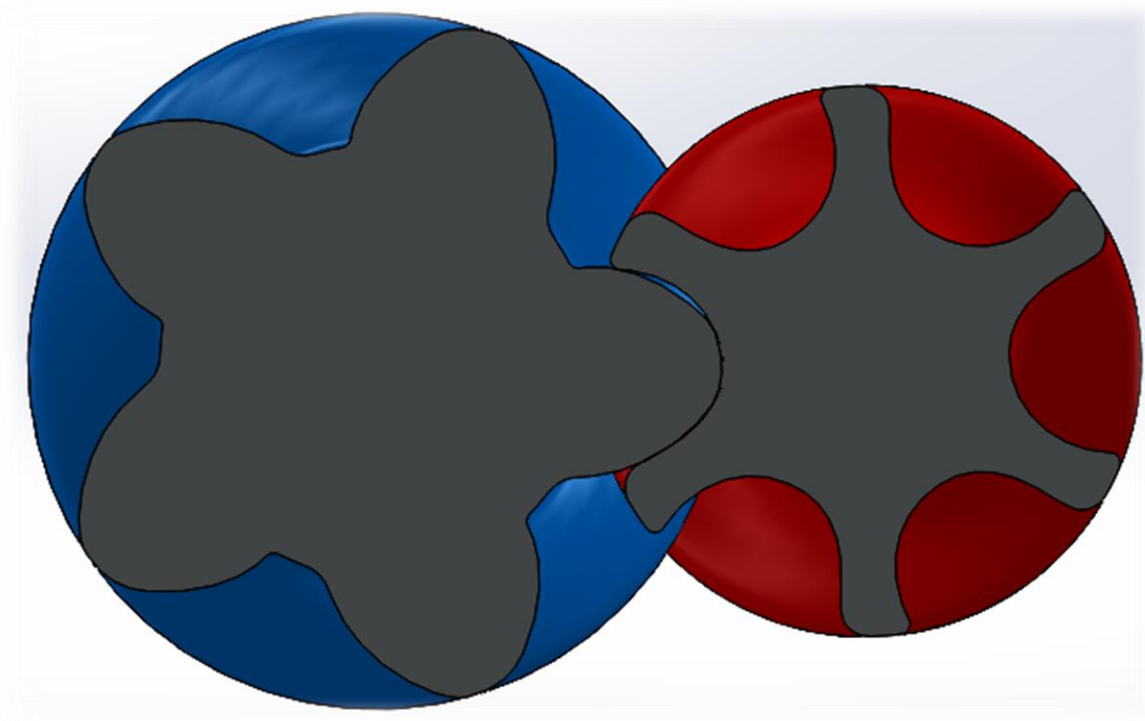


Figura 70 Profili dei due rotori nella vista frontale, in blu il rotore maschio, in rosso il rotore femmina.

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

Nella figura seguente sono invece rappresentati il rotore maschio accoppiato con il rotore femmina.

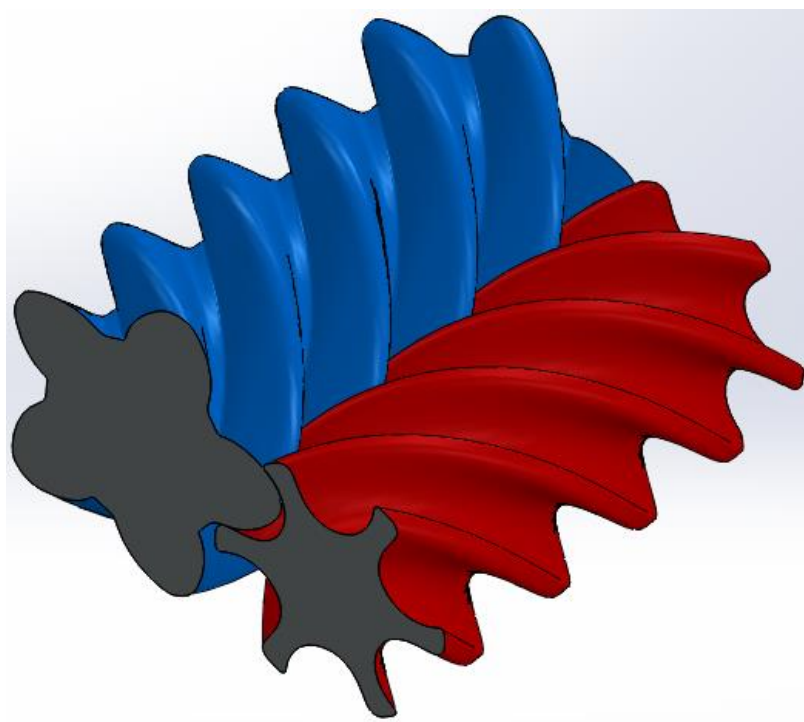


Figura 71 Rotore maschio e rotore femmina accoppiati visti dal lato aspirazione.

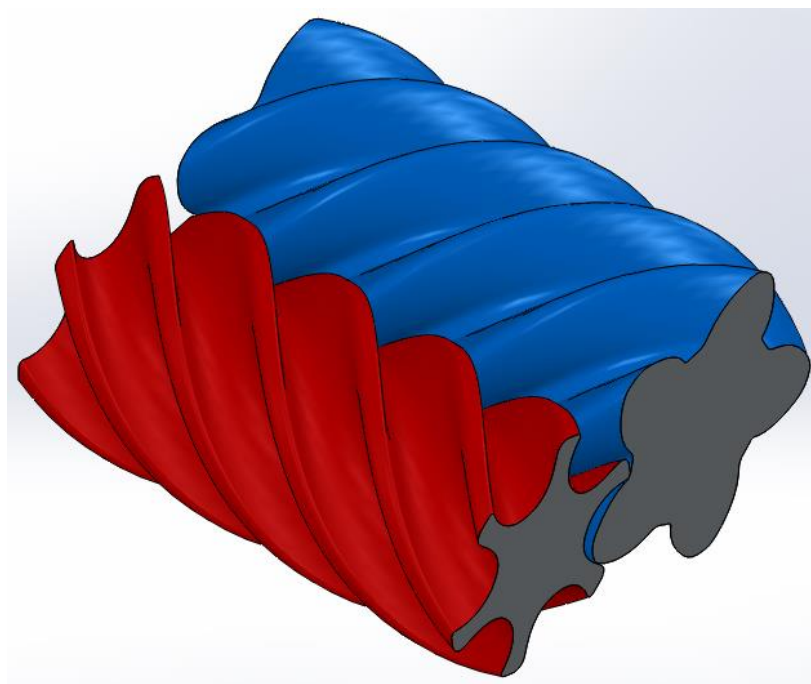


Figura 72 Rotore maschio e rotore femmina accoppiati visti dal lato scarico.

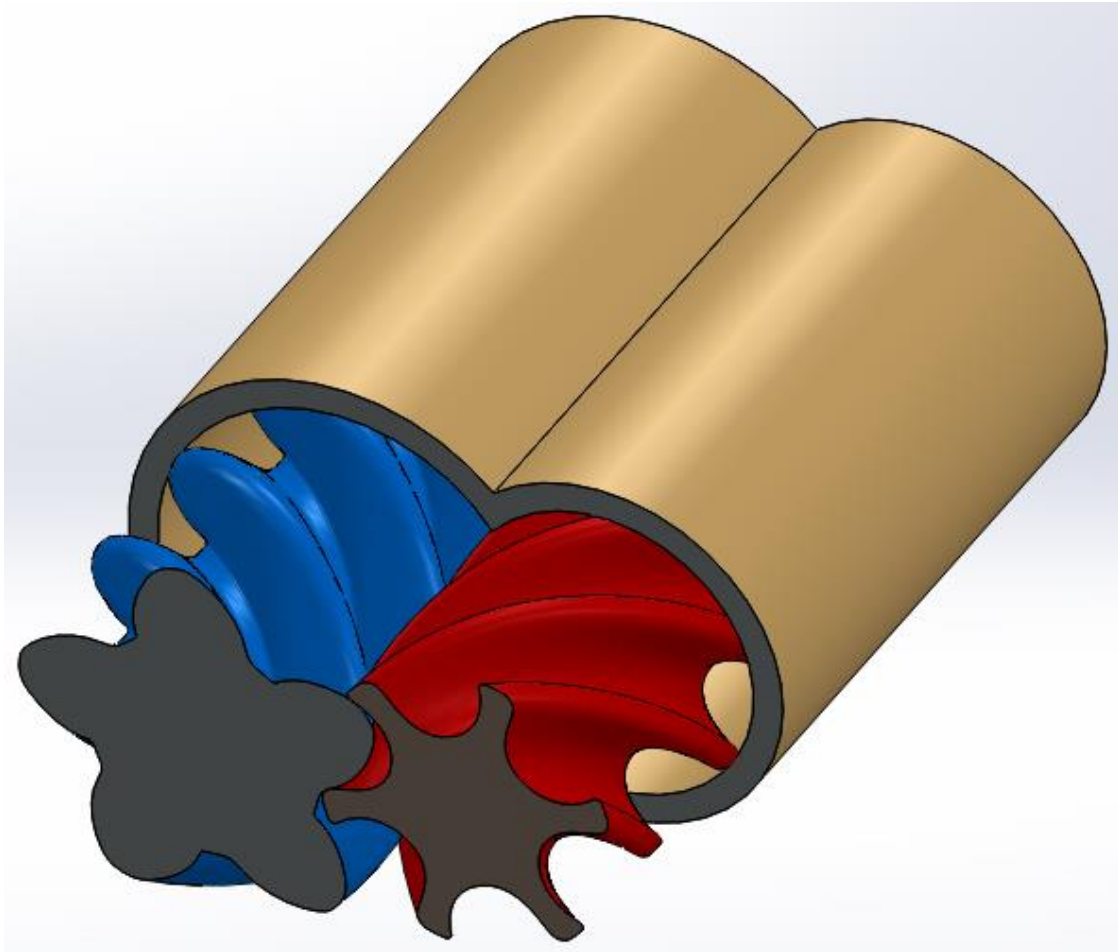


Figura 73 Rotore maschio e rotore femmina accoppiati ed inseriti nell'housing del compressore.

## 6.6 CURVA DI VOLUME E CONSIDERAZIONI SU ALTRE CURVE CARATTERISTICHE DEL COMPRESSORE

La geometria del compressore è stata creata proprio per ricavare la curva dell'andamento della camera di lavoro. A tale scopo è stata utilizzata la sezione “flow simulation” di solidworks®, che permette di estrarre il volume racchiuso tra i rotori e l'housing del compressore. Procedendo con un avanzamento angolare del rotore maschio di grado in grado è stata costruita la legge di variazione della camera di lavoro. In particolare, da tale curva si può ricavare la cilindrata unitaria del compressore e sapendo il numero di camere che coesistono simultaneamente si può calcolare la quantità di gas consegnata allo scarico.



## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

Per ricavare l'andamento del volume è stata creata una geometria ad hoc dei due rotori, cioè è stata riprodotta una sola scanalatura per rotore, in questo modo è possibile seguire l'evoluzione della singola camera di lavoro.

Ad esempio la Figura 74, raffigura una delle cinque camere del compressore durante la fase di compressione.

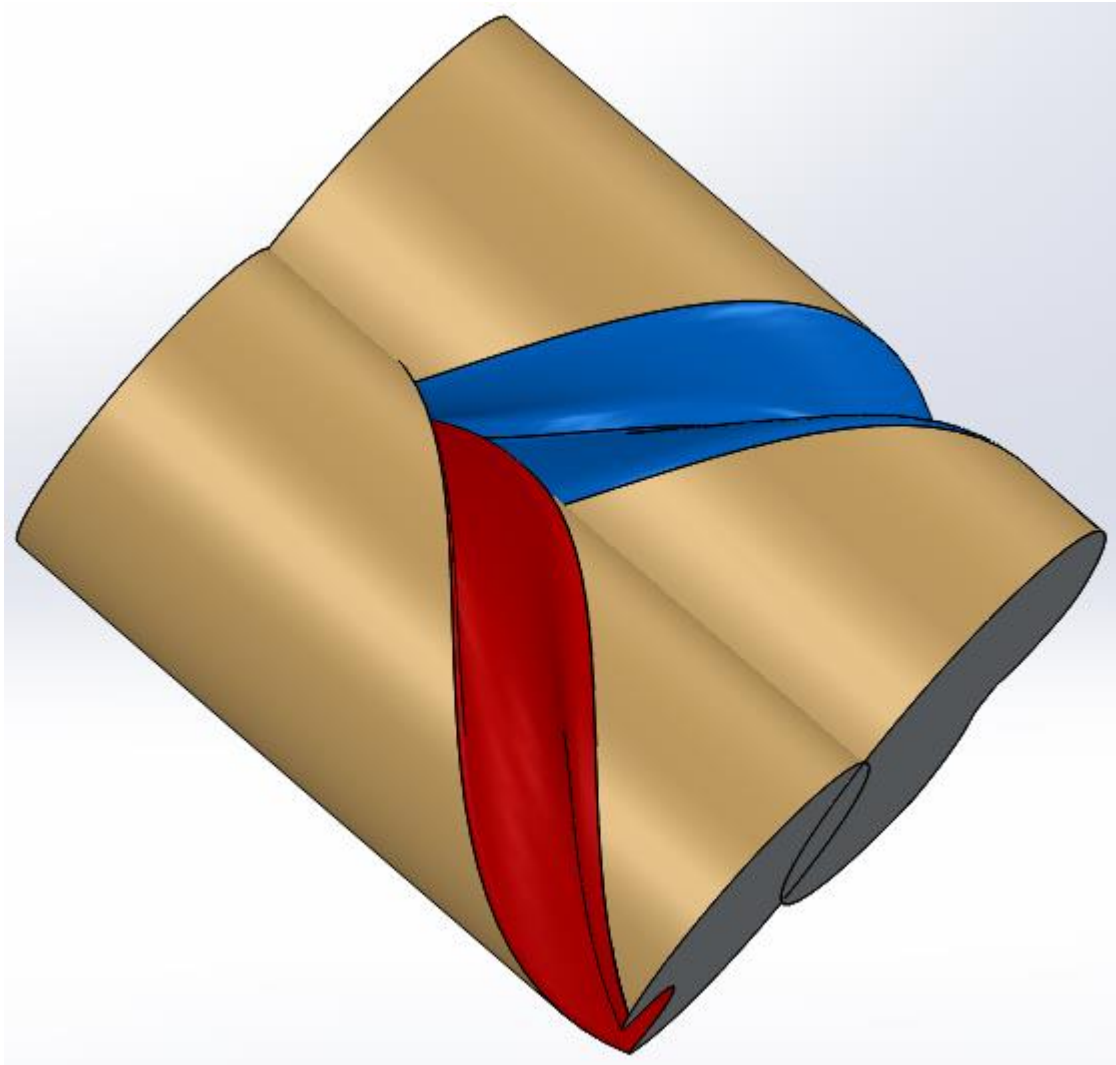


Figura 74 Singola camera di lavoro durante la fase di compressione.

Il volume nell'ultima fase della compressione si presenta nella seguente configurazione, ottenuta con "flow simulation" e raffigurata sotto.



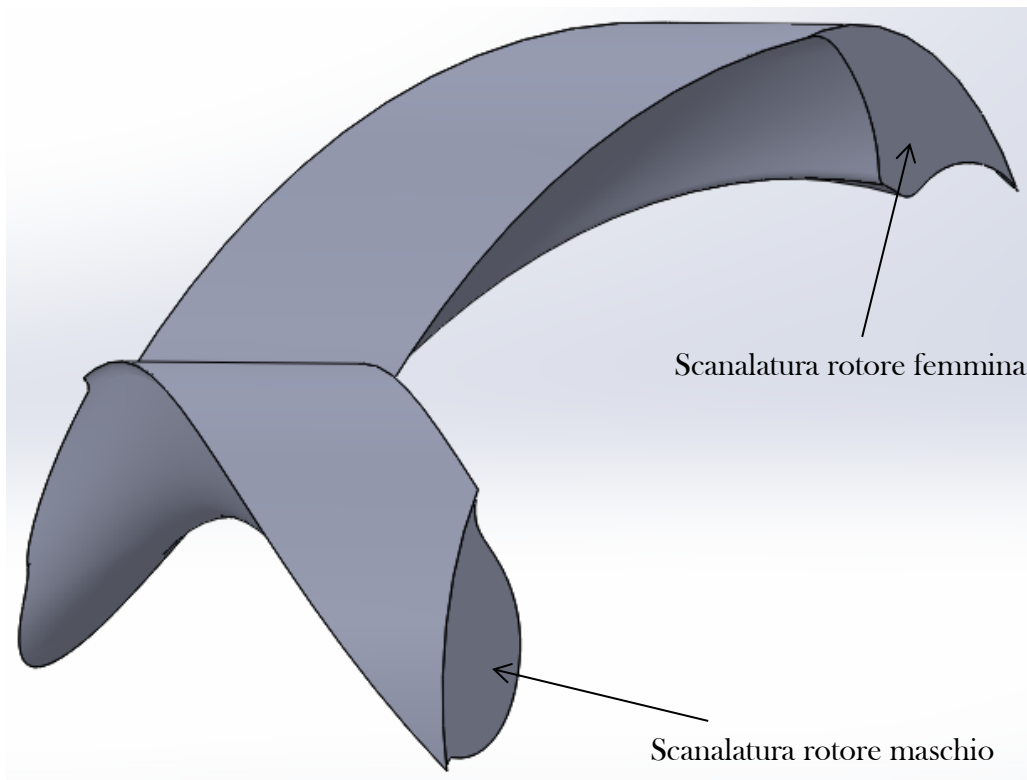


Figura 75 Volume della camera di lavoro in avanzato stadio di compressione.

Il volume massimo della camera di lavoro si presenta invece come in Figura 76.

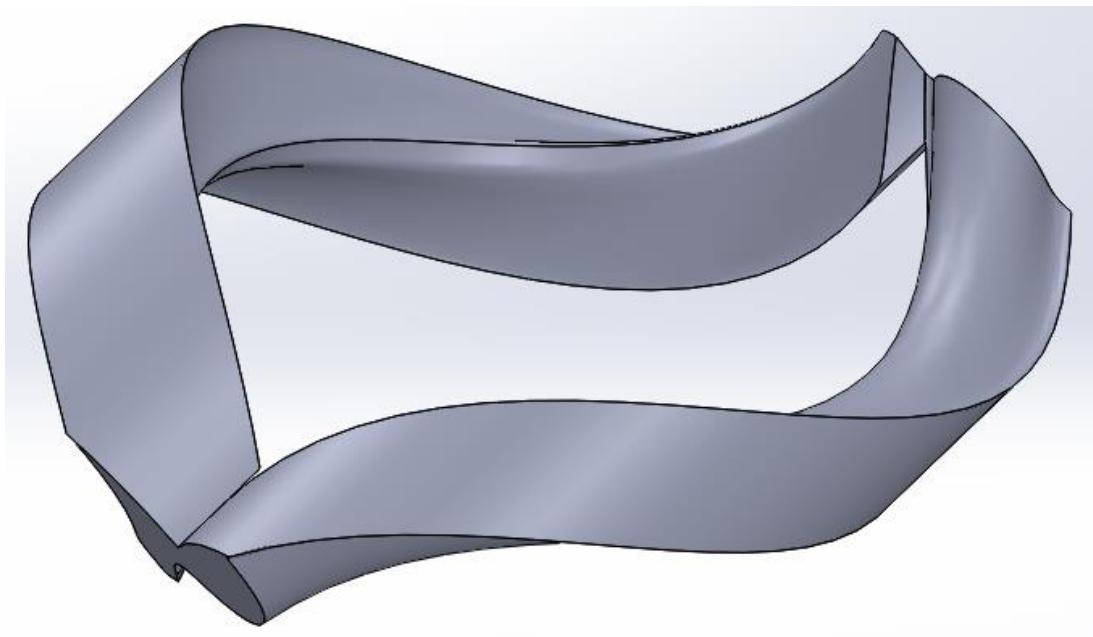


Figura 76 Volume massimo di una singola camera di lavoro, corrispondente a circa 300  $cm^3$ .

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

Questo tipo di compressore presenta cinque camere che evolvono nello spazio e nel tempo in modo continuo e quindi ad ogni istante di tempo sono presenti più camere in un diverso stadio di aspirazione ed analogamente ce ne sono altre in diverso stadio di compressione. Per migliorare le prestazioni termodinamiche del compressore, vengono utilizzati grandi angoli di avvolgimento, che per una combinazione 5-6 di lobi, come quella adottata, conduce a valori di circa  $300^\circ$ . L'adozione di angoli così elevati, fa sì che la medesima camera coesista in due differenti fasi termodinamiche, ossia abbiamo la fase di aspirazione che avviene tra il piatto di aspirazione e la camera delimitata dalle superfici dei due rotori e l'housing, mentre la fase di compressione avviene in modo analogo, ma con il piatto di scarico. A tal proposito va fatta un'importante osservazione e cioè che la stessa camera di lavoro si trova al medesimo istante di tempo ad interagire con se stessa attraverso la linea di tenuta tra i rotori (interlobe sealing line), come mostrato nella Figura 77.

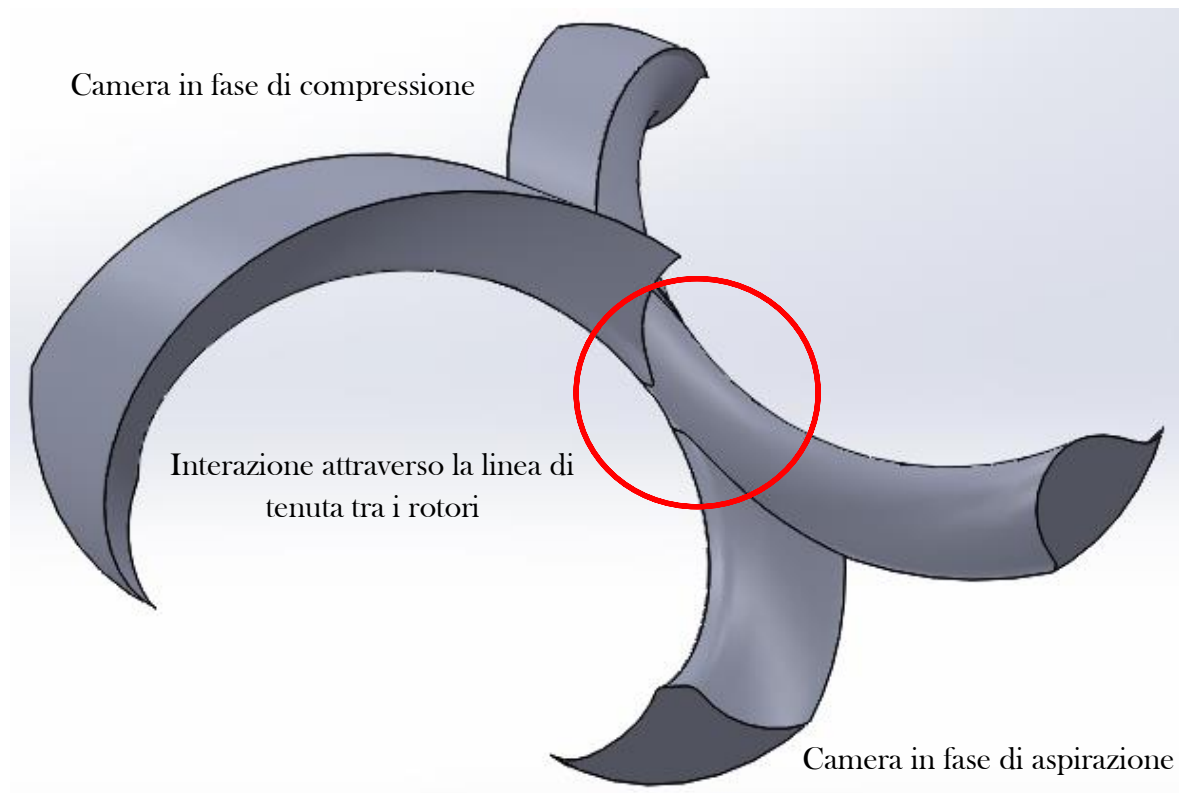


Figura 77 La stessa camera di lavoro si trova in due fasi del ciclo differenti, una sta aspirando mentre l'altra sta comprimendo, le quali interagiscono attraverso il gioco tra i rotori (interlobe sealing line).

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

Nel caso ideale, cioè in assenza di tale gioco tra i rotori, la situazione sarebbe quella rappresentata in Figura 78, in cui si vede che le due fasi della medesima camera non interagiscono tra loro.

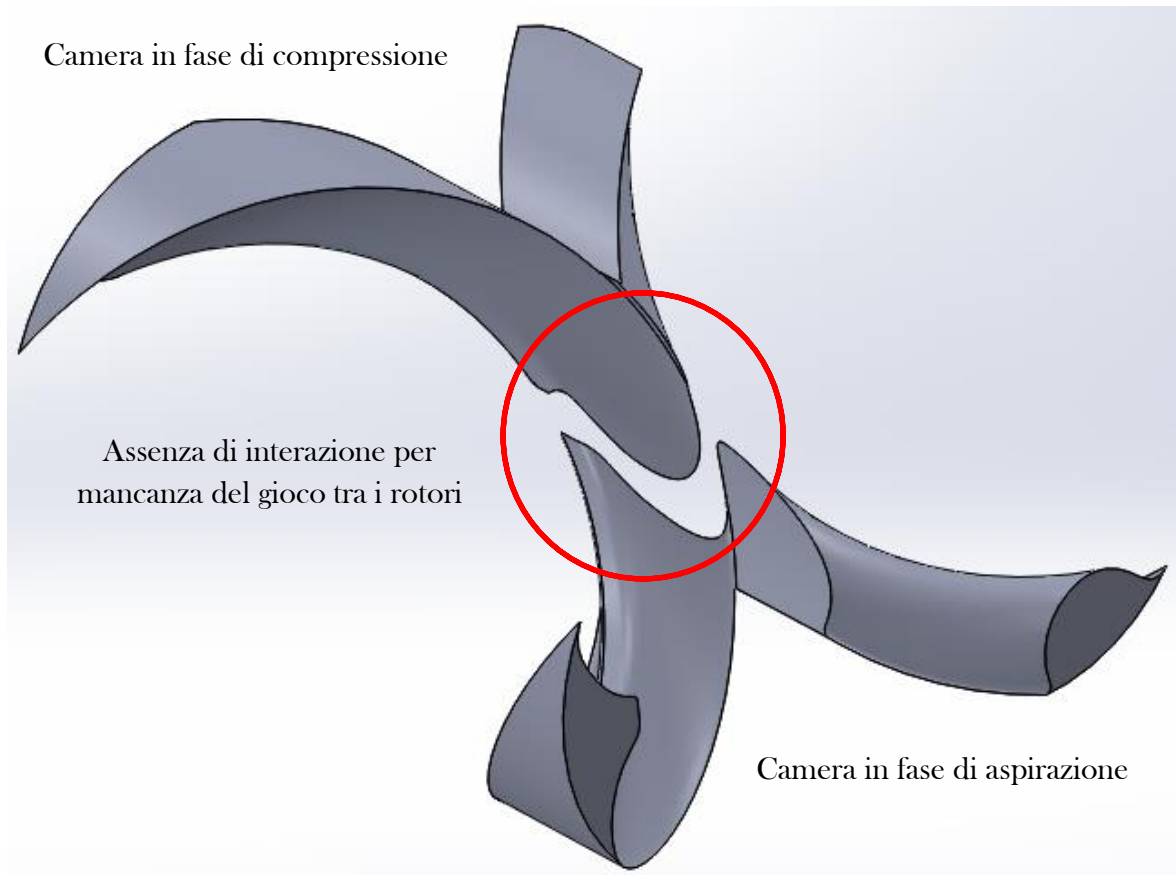


Figura 78 La stessa camera di lavoro si trova in due fasi del ciclo differenti, una sta aspirando mentre l'altra sta comprimendo, le quali non interagiscono tra loro per via dell'assenza del gioco tra i rotori.

Nella Figura 79 è riportato l'andamento del volume di una camera del compressore. Le altre camere avranno andamento analogo solamente sfasato di  $72^\circ$  di angolo rotore maschio in anticipo.

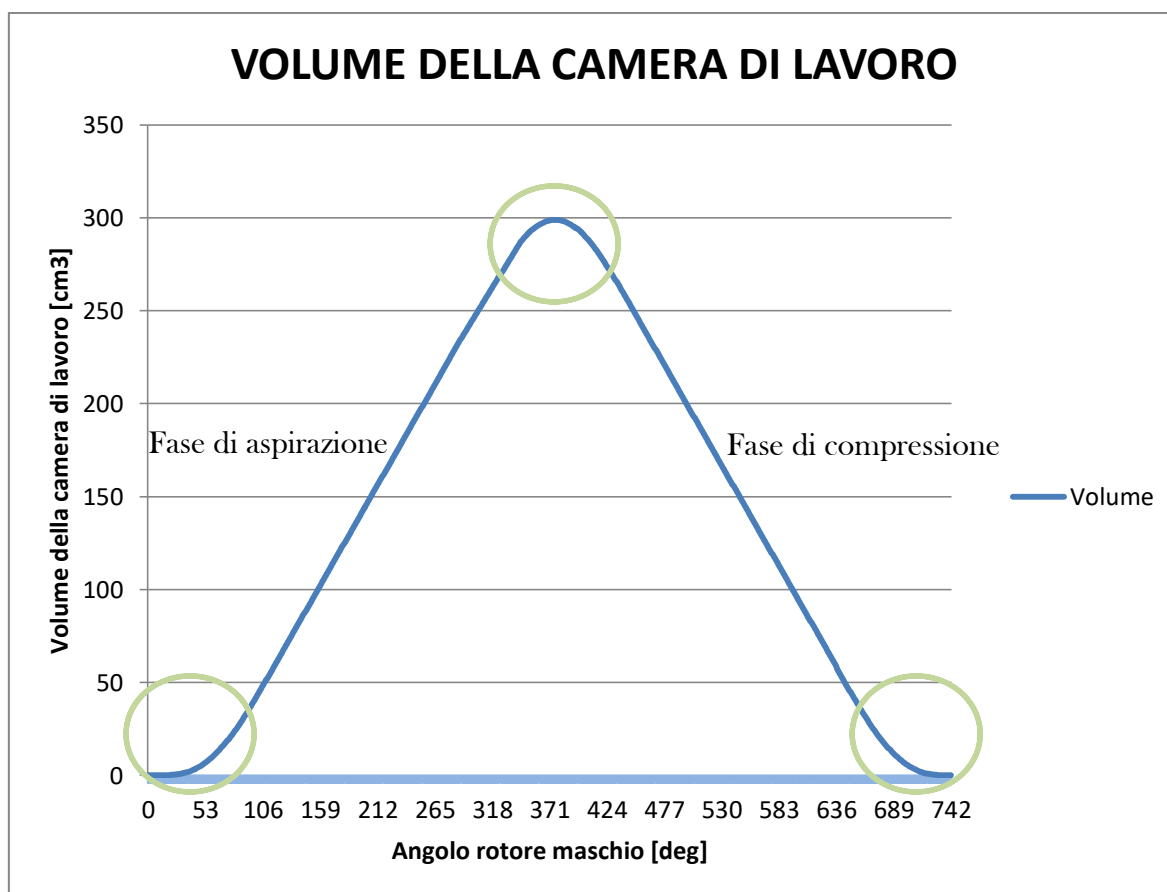


Figura 79 Andamento del volume di una camera di lavoro.

Dal precedente grafico si possono notare quattro fasi con andamento non lineare, in particolare all'inizio ed alla fine della fase di aspirazione e nella fase di compressione, come evidenziato dai cerchietti verdi. Al di fuori di essi, l'andamento è perfettamente lineare, perché l'unico contributo all'aumento del volume della camera di lavoro è dato dall'aumento della lunghezza della camera stessa all'aumentare dell'angolo di rotazione del rotore maschio (infatti la linea di ingranamento tra i rotori avanza con la rotazione). Gli andamenti non lineari invece, sono dovuti al contributo della variazione trasversale della sezione dei rotori durante il loro ingranamento, come spiegato in [130].

Il compressore a doppia vite ha altre curve importanti, il cui andamento e lunghezza si ripercuotono sul rendimento volumetrico ed adiabatico del compressore stesso. Un andamento molto importante ai fini del rendimento volumetrico è dato dalla linea di tenuta tra i rotori, ossia dalla "interlobe sealing line". Tale curva è tridimensionale, ma è possibile proiettarla su opportuni piani per far sì che assuma un significato ed acquisisca un proprio nome.

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

E' stato riportato in appendice il codice Matlab® scritto per la generazione della linea di tenuta tra i rotori (interlobe sealing line).

Nella seguente figura è rappresentata la linea di tenuta tra i rotori per un generico angolo di rotazione del rotore maschio, ossia la sua lunghezza istantanea, vista nello spazio tridimensionale.

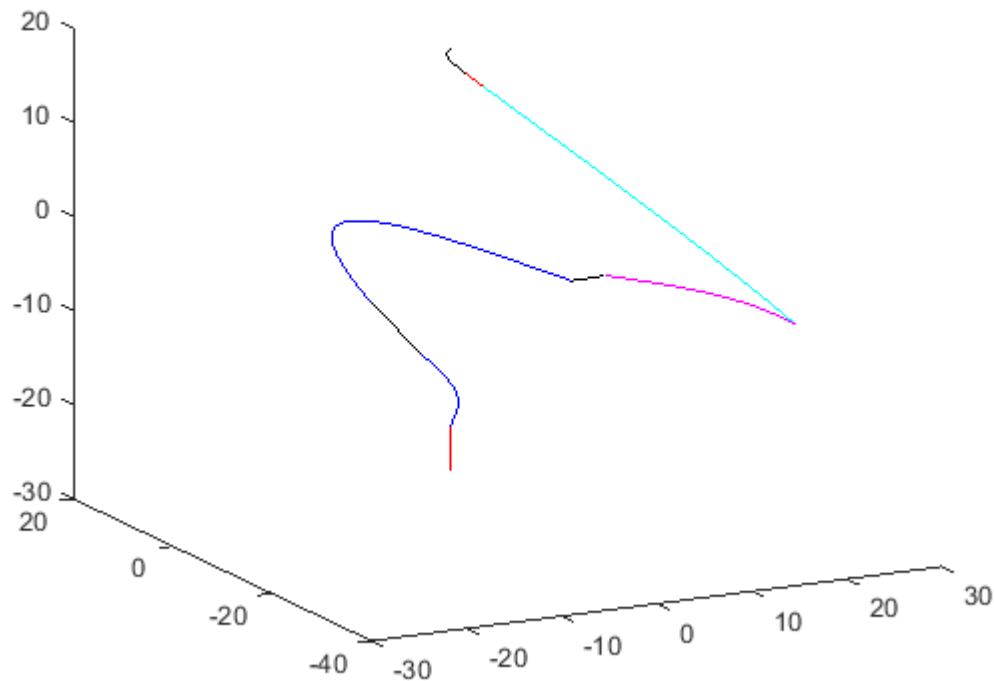


Figura 80 Linea istantanea di tenuta tra i rotori vista nello spazio tridimensionale (i differenti colori si riferiscono ai vari tratti che la compongono).

La precedente curva prende il nome di “linea d’azione” se viene proiettata nel piano X-Y, come mostra la seguente figura.

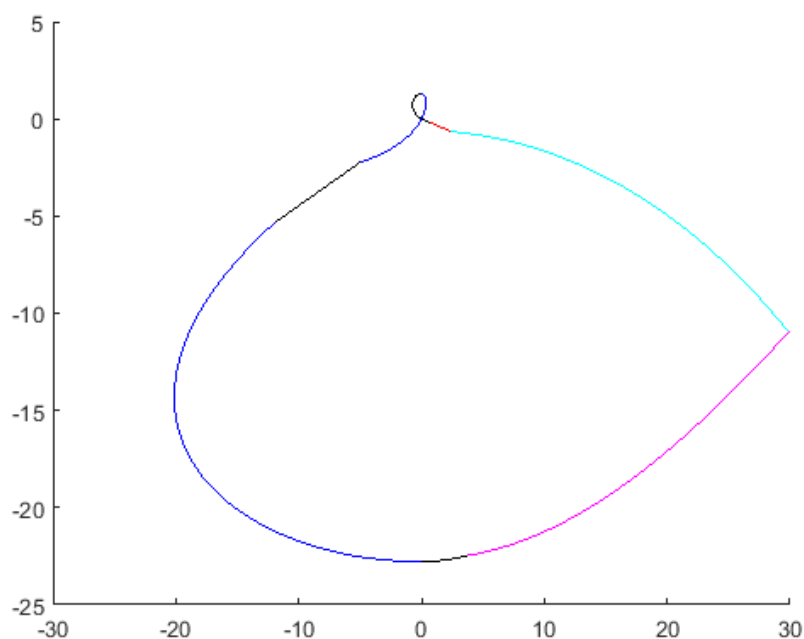


Figura 81 Linea istantanea di tenuta tra i rotori vista nel piano X-Y. In tale piano, prende il nome di “linea d’azione o di contatto”.  
(i differenti colori si riferiscono ai vari tratti che la compongono).

Se proiettiamo nel piano Y-Z otteniamo invece:

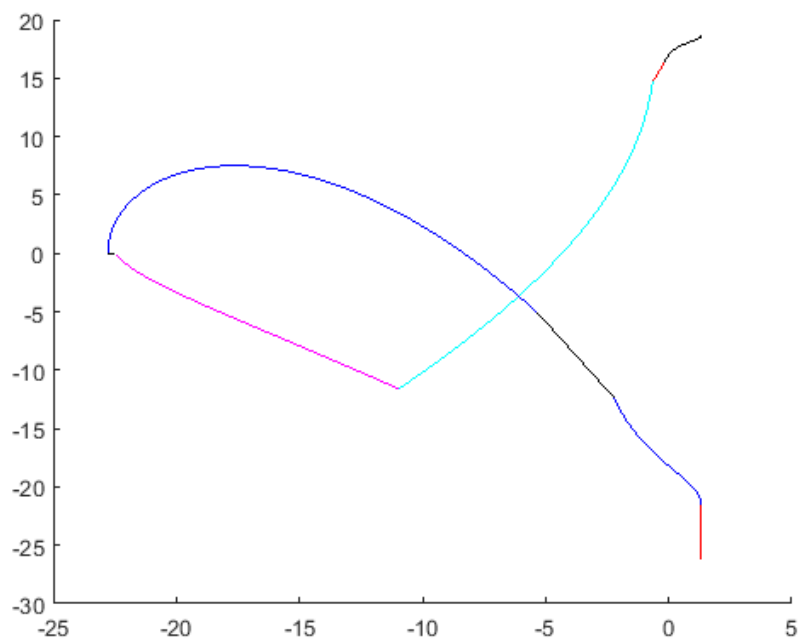


Figura 82 Linea istantanea di tenuta tra i rotori vista nel piano Y-Z.

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

La proiezione di tale curva nel piano Z-X risulta interessante dal punto di vista visivo, come si vede dalle prossime due figure.

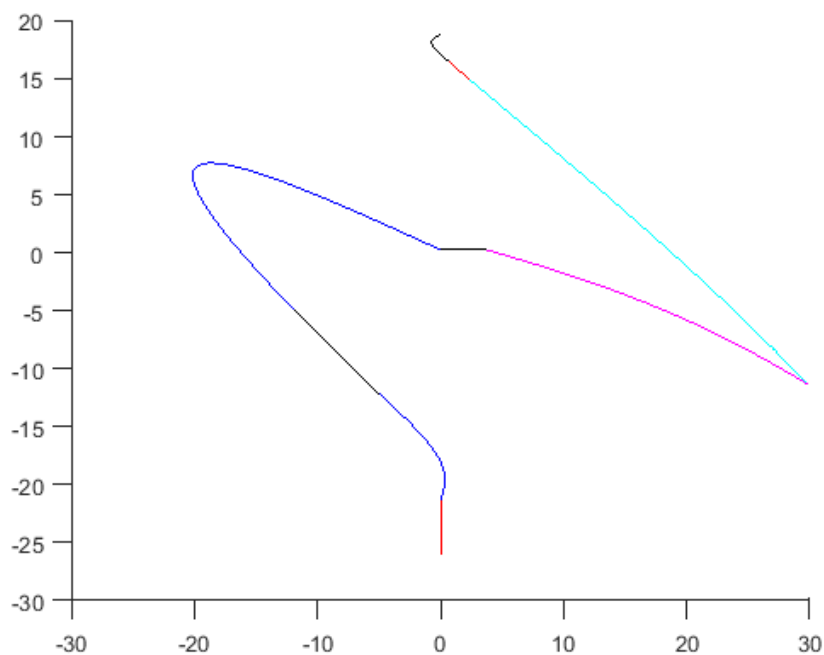


Figura 83 Linea istantanea di tenuta tra i rotori vista nel piano Z-X.

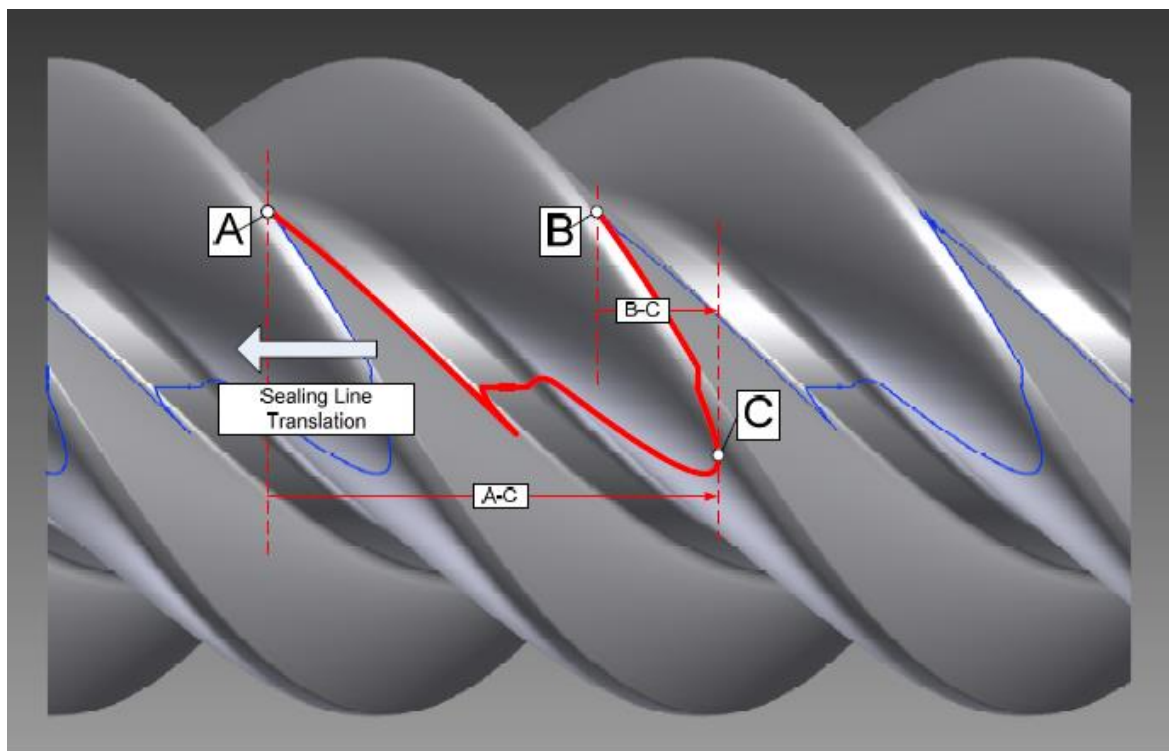


Figura 84 Linea istantanea di tenuta tra i rotori vista sul modello CAD 3D.

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

Ritornando alla curva di volume descritta dalla camera del compressore, con la seguente figura voglio mettere in evidenza come tale curva muti in seguito ad un differente angolo di avvolgimento del compressore, per una combinazione di lobi 5-6.

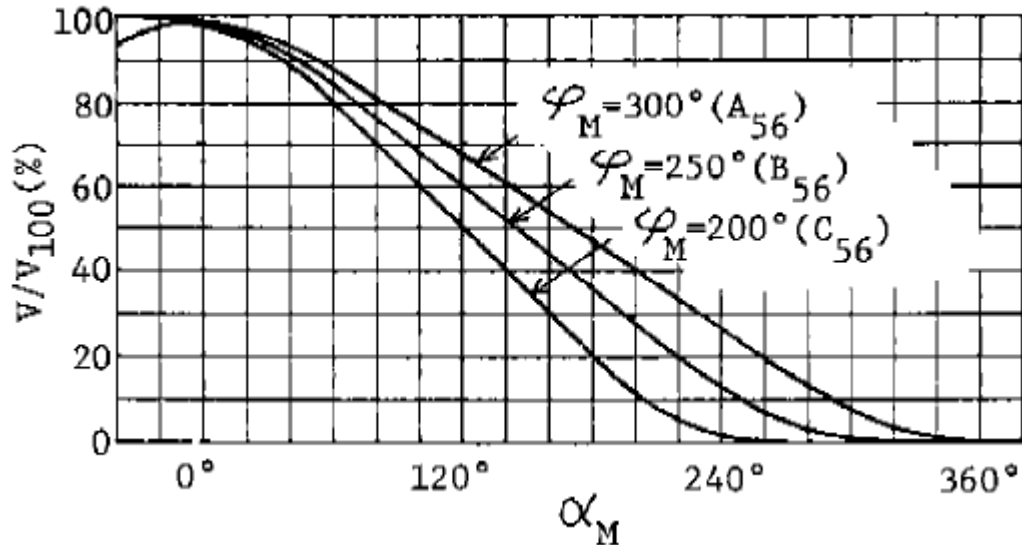


Figura 85 Variazione indicativa della legge di volume di una camera di lavoro al variare dell'angolo di avvolgimento  $\varphi_M$  in funzione dell'angolo di rotazione  $\alpha_M$  del rotore maschio [68].

L'andamento della linea di tenuta tra i rotori (interlobe sealing line) per il compressore in esame è la seguente:

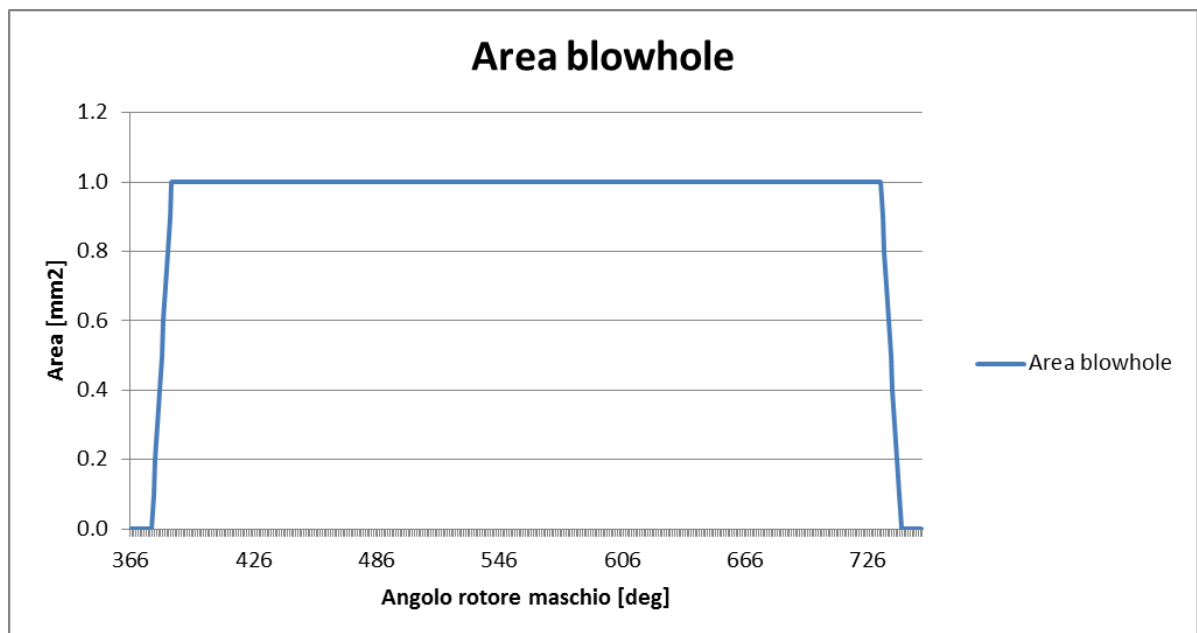


Figura 86 Legge di variazione dell'area dei blowholes (massima area  $1 \text{ mm}^2$ ) con l'angolo di rotazione del rotore maschio.



## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

In generale, se cambiamo l'angolo di avvolgimento del rotore maschio abbiamo come risultato quello mostrato in Figura 87.

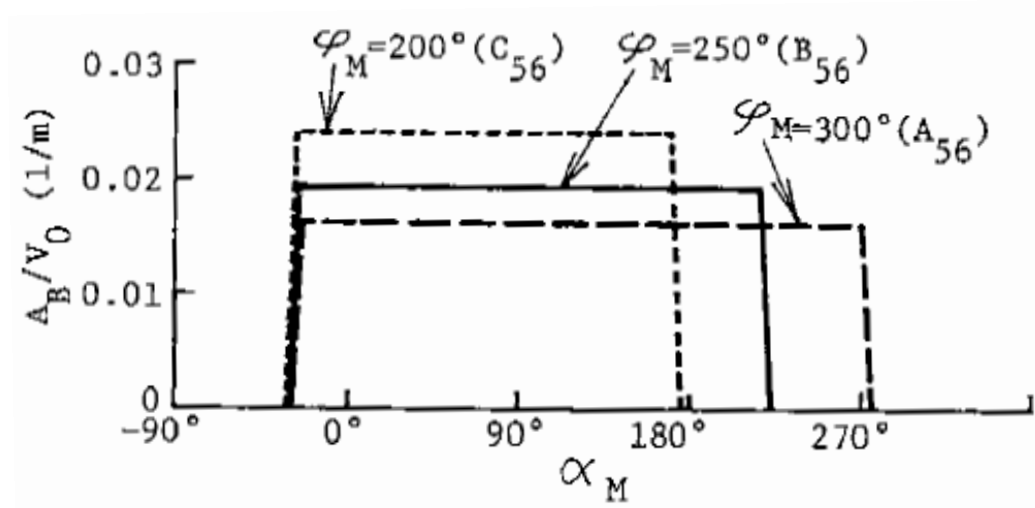


Figura 87 Cambiamento indicativo nell'andamento dell'area dei blowholes in seguito all'adozione di un diverso angolo di avvolgimento  $\phi_M$ , al variare dell'angolo di rotazione del rotore maschio  $\alpha_M$  [68].

Per quanto riguarda l'andamento della linea di tenuta tra i rotori, essa è stata riportata nella figura sottostante:

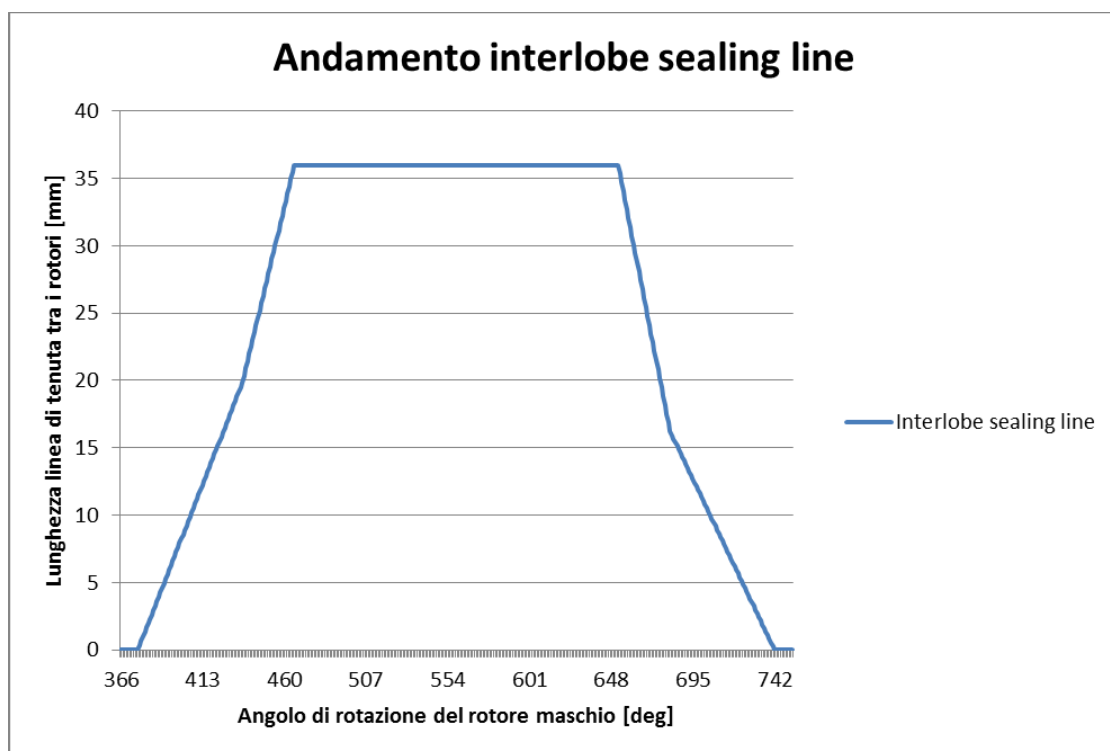


Figura 88 Andamento della linea di tenuta tra i rotori (interlobe sealing line).

## Capitolo 6. Definizione della geometria del compressore

Anche per questa curva valgono analoghe considerazioni grafiche evidenziate nella figura seguente:

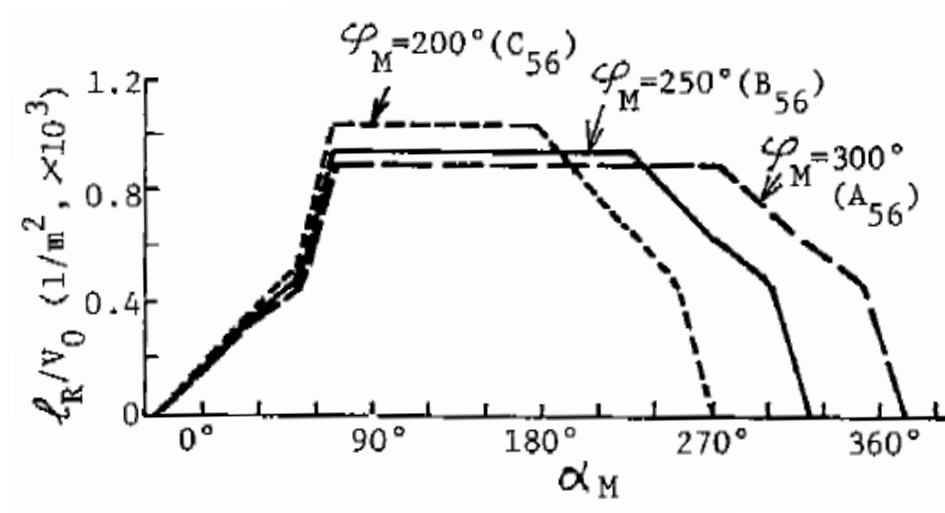


Figura 89 Andamento indicativo della lunghezza della linea di tenuta tra i rotori al variare dell'angolo di avvolgimento  $\varphi_M$ , in funzione dell'angolo di rotazione del rotore maschio  $\alpha_M$  [68].

Vediamo infine un'altra curva significativa, riguardante l'andamento della linea di tenuta della punta dei rotori, la quale ha il seguente andamento per il compressore in esame:

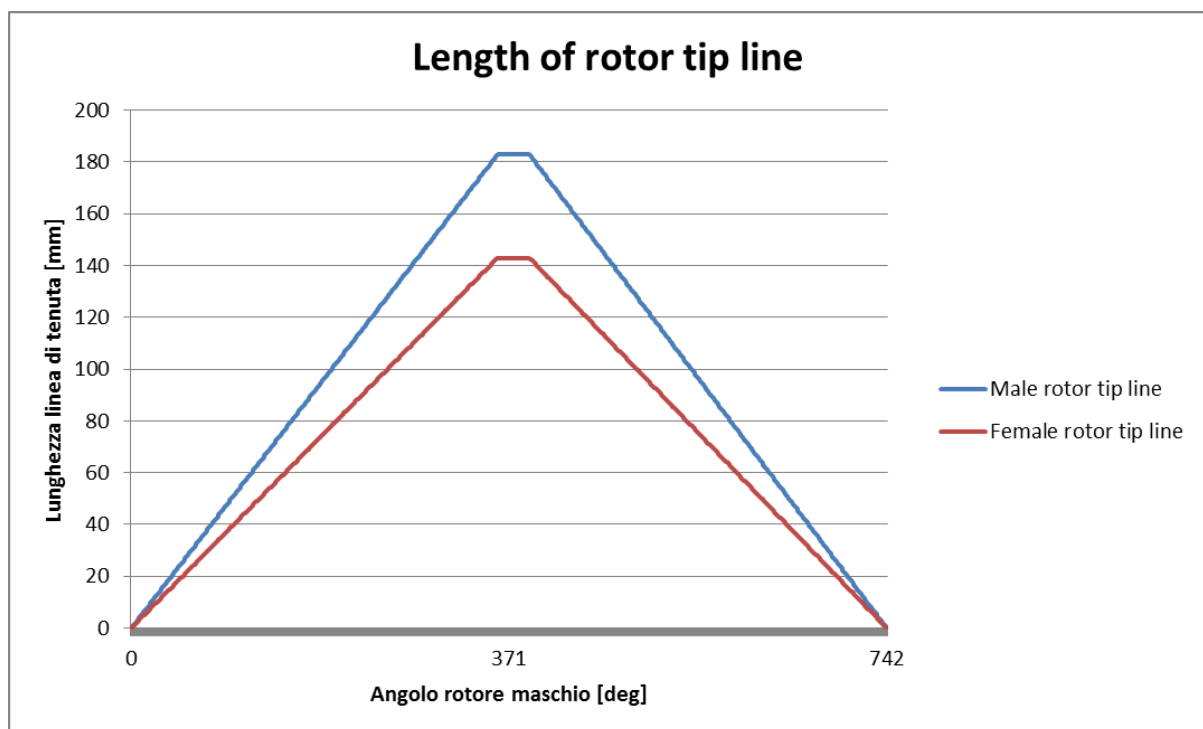


Figura 90 Andamento della linea di tenuta della punta dei rotori maschio e femmina, in funzione dell'angolo di rotazione del rotore maschio.

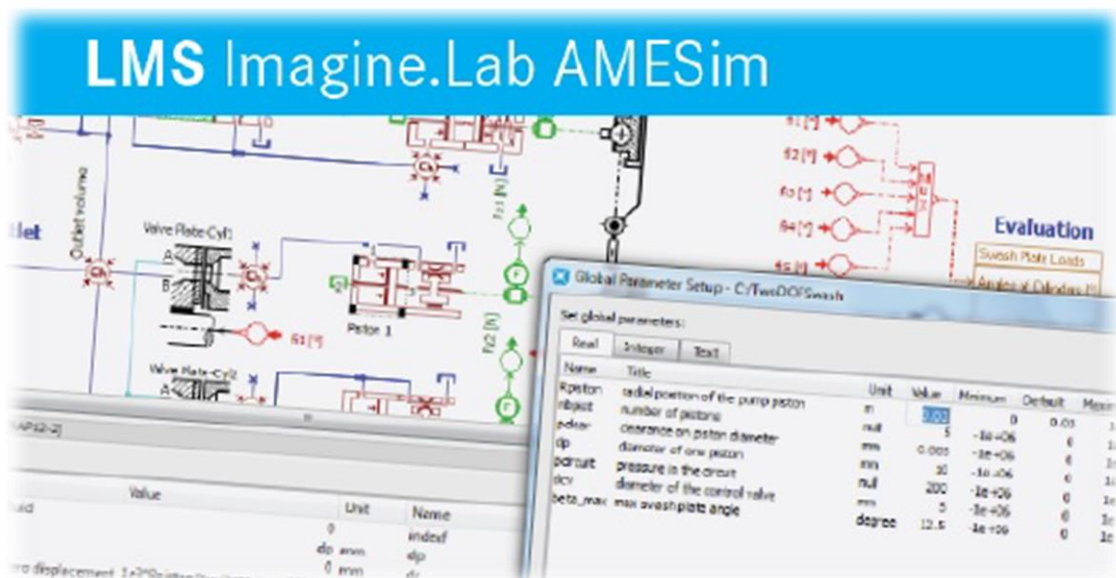
# Capitolo 7

## IL SOFTWARE AMESIM® ED I RISULTATI DELLE SIMULAZIONI

*Raccogli un fiore sulla Terra e*

*muoverai la stella più distante.*

*Paul Adrien Maurice Dirac*



Il software AMESim®

Schema del programma sviluppato in AMESim® per la simulazione del compressore

Risultati delle simulazioni

### 7.1 IL SOFTWARE AMESIM®

LMS Image.Lab AMESim® è un software commerciale utilizzato per modellizzare ed analizzare sistemi multi dominio, in particolare sistemi ingegneristici, come ad esempio la meccanica. I modelli sono descritti utilizzando equazioni non lineari che descrivono l'idraulica, la pneumatica, l'oleodinamica, la termodinamica, l'elettronica e tutto ciò che riguarda la meccanica strutturale e non. Essendo molto versatile e veloce nel fornire i risultati (non in queste simulazioni, poiché il time-step deve essere mantenuto molto basso per poter cogliere gli andamenti delle varie variabili, dato che la fase di compressione dura circa 15 millisecondi), esso è particolarmente idoneo nella fase di pre-progettazione, in quanto dà una visione relativamente dettagliata riuscendo a prevedere il comportamento di un processo, toccandone direttamente gli ordini di grandezza. Per generare un modello di simulazione, oltre a necessitare delle librerie presenti nel software stesso, si utilizzano componenti già pre-impostati dove è necessario inserire i parametri caratteristici particolari per il tipo di applicazione richiesta. La visualizzazione grafica rende il software versatile. Per quanto riguarda le librerie e le stringhe di programma per i singoli componenti, esse sono interamente scritte in linguaggio C. Infine AMESim® è funzionante sia su piattaforme UNIX (come Linux) sia Windows [142].

### 7.2 SCHEMA DEL PROGRAMMA SVILUPPATO IN AMESIM® PER LA SIMULAZIONE DEL COMPRESSORE

Lo schema sviluppato col software AMESim® prevede che siano utilizzate il doppio di camere (scanalature) per poter simulare le cinque scanalature del compressore che si evolvono simultaneamente ed in modo ciclico durante il suo funzionamento. Sono quindi state inserite dieci camere, cinque delle quali (batteria inferiore) sono sfasate di mezzo ciclo termodinamico, cioè di 376 gradi di angolo rotore maschio. Tenere presente, che se implementassimo in Matlab® il sistema differenziale di sei equazioni in sei incognite ottenuto nel capitolo 5, in uno studio in condizioni stazionarie, sarebbe sufficiente considerare solamente una delle cinque scanalature del compressore, ossia potremmo considerare la cosiddetta “scanalatura caratteristica”, come è stata definita in questo articolo [143]. Sempre al suo interno è possibile trovare lo schema logico e ben fatto, del procedimento da seguire per l'implementazione col suddetto software di programmazione.

Successivamente è stato riportato lo schema logico, Figura 92, di una generica simulazione semplificato al massimo per poterne capire l'impostazione, dato che lo schema implementato in AMESim® risulterebbe incomprensibile. Nella Figura 93 è riportato, a titolo puramente dimostrativo, una parte dello schema reale del modello numerico realizzato in AMESim®. In Figura 94 è mostrato un ingrandimento su tre delle dieci camere presenti, dove è possibile vedere alcuni collegamenti tra esse. E' possibile intravedere le dieci camere, cinque delle quali formano la batteria inferiore.

## Capitolo 7. Il software AMESim® ed i risultati delle simulazioni

I componenti in verde si riferiscono alla sezione meccanica dei dispositivi disponibili, mentre quelli amaranto corrispondono ai componenti pneumatici ed infine quelli rossi definiscono i dispositivi di controllo e di segnale.

Attraverso i dispositivi di controllo sono impostate tutte le leggi relative per esempio a:

- Legge di apertura e chiusura luci aspirazione e scarico;
- Leggi delle aree di ogni trafilamento al variare dell'angolo di rotazione del rotore maschio;
- Possibilità di far variare i valori massimi delle aree di qualsiasi trafilamento;
- Legge di variazione del volume di ogni camera con relativo sfasamento angolare.

Ad ogni camera sono dati in ingresso: le variazioni di tutte le aree dei trafilamenti in funzione dell'angolo di rotazione del rotore maschio, la variazione del volume della sua camera, sempre in funzione dell'angolo di rotazione del rotore maschio ed infine le condizioni termodinamiche dei due ambienti, di aspirazione e di scarico, con i quali è in comunicazione attraverso le luci di aspirazione e di scarico, rispettivamente. Il fluido di lavoro è aria secca, avente le proprietà di un fluido reale e modellizzata attraverso l'equazione di stato di Van der Waals. Nel modello non sono stati presi in considerazione, almeno direttamente, i fenomeni inerziali del gas attraverso i vari condotti, i quali effetti sono però stati comunque presi in considerazione assumendo degli opportuni coefficienti di efflusso, forniti dal seguente articolo [67], il quale li ha validati in seguito a numerose prove sperimentali effettuate su compressori di dimensioni diverse. Faccio presente, che in AMESim® è possibile introdurre gli effetti inerziali del gas con il componente di Figura 91, presente nella libreria pneumatica, il quale va opportunamente tarato, una volta scelto il sub-modello tra quelli disponibili.

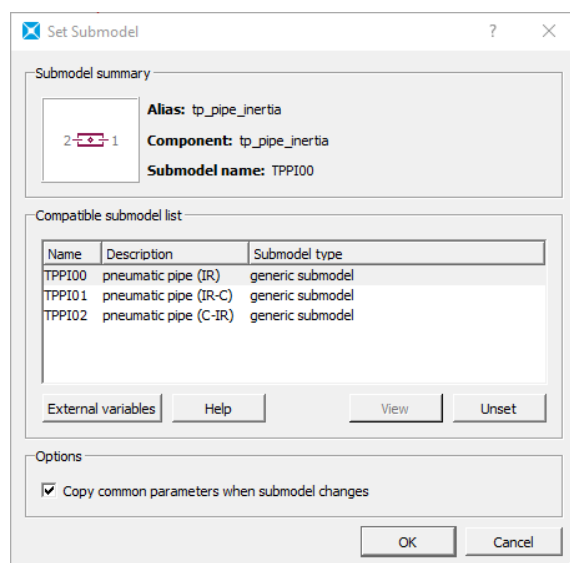


Figura 91 Finestra per la scelta ed il settaggio del modello per il componente pneumatico: tubo con inerzia.

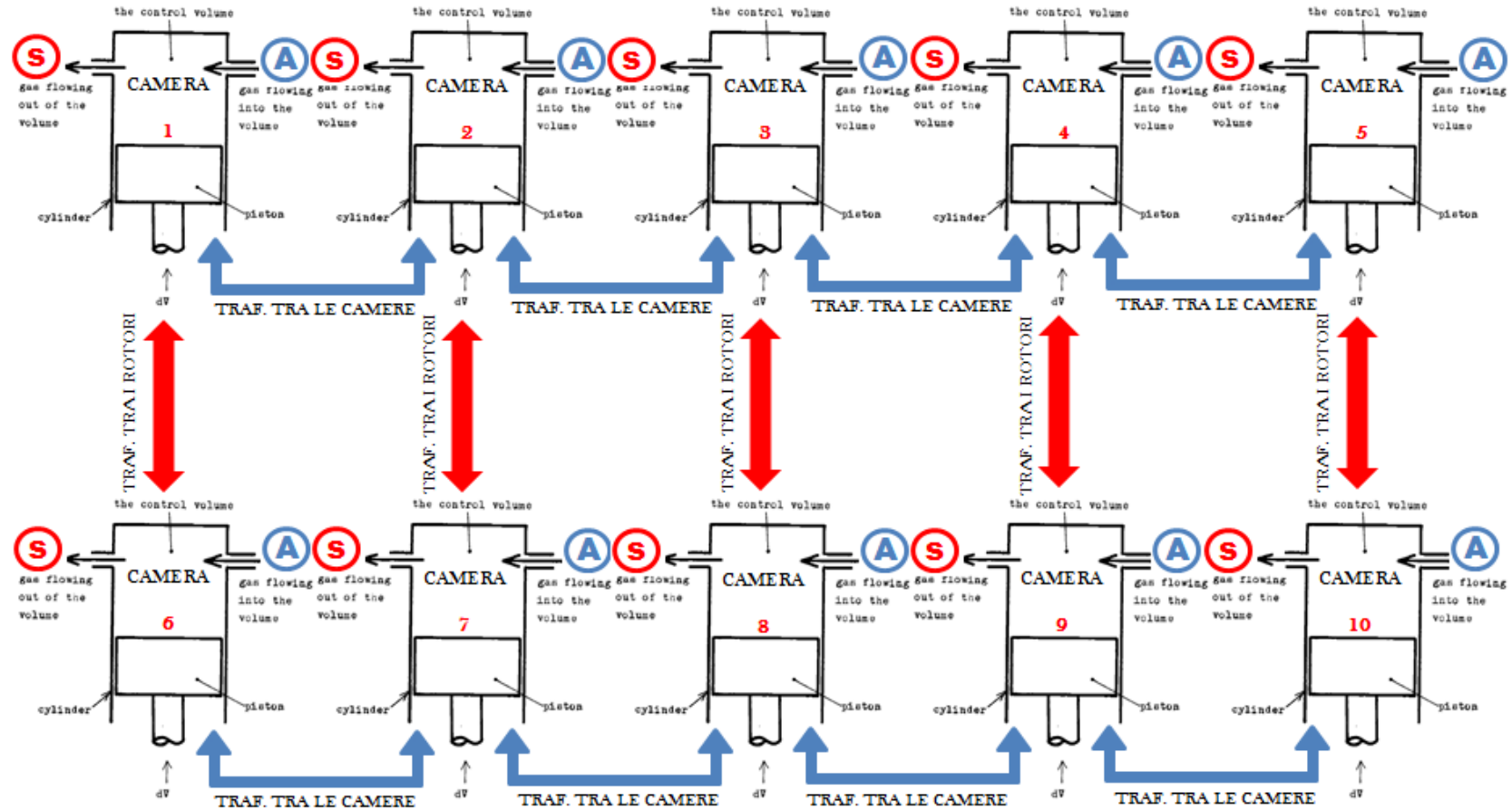


Figura 92 Schema logico semplificato di una generica simulazione in AMESim®.

(A): Ambiente di aspirazione

(S): Ambiente di scarico

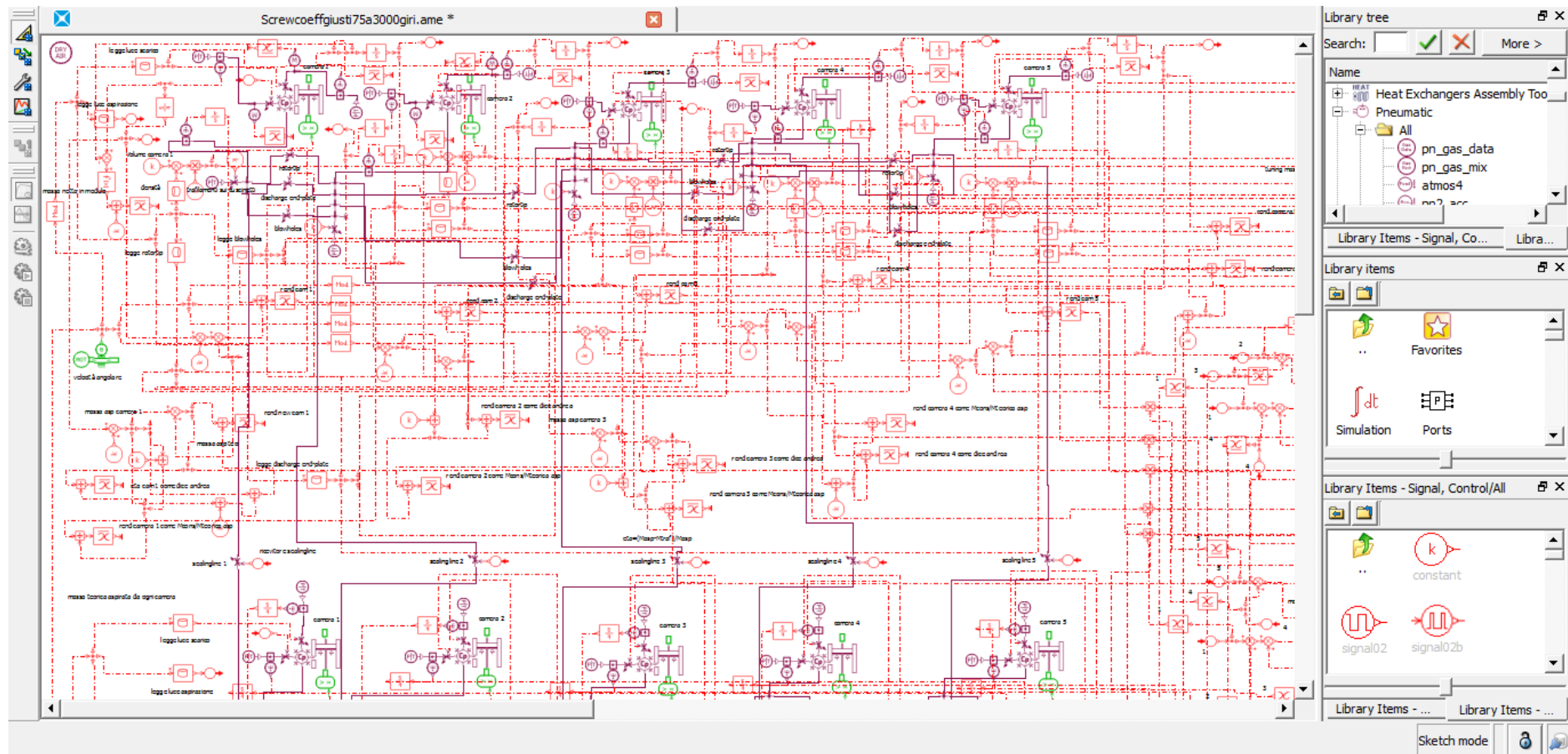


Figura 93 Parte dello schema reale sviluppato in AMESim® per simulare il funzionamento del compressore (sono visibili le dieci camere).



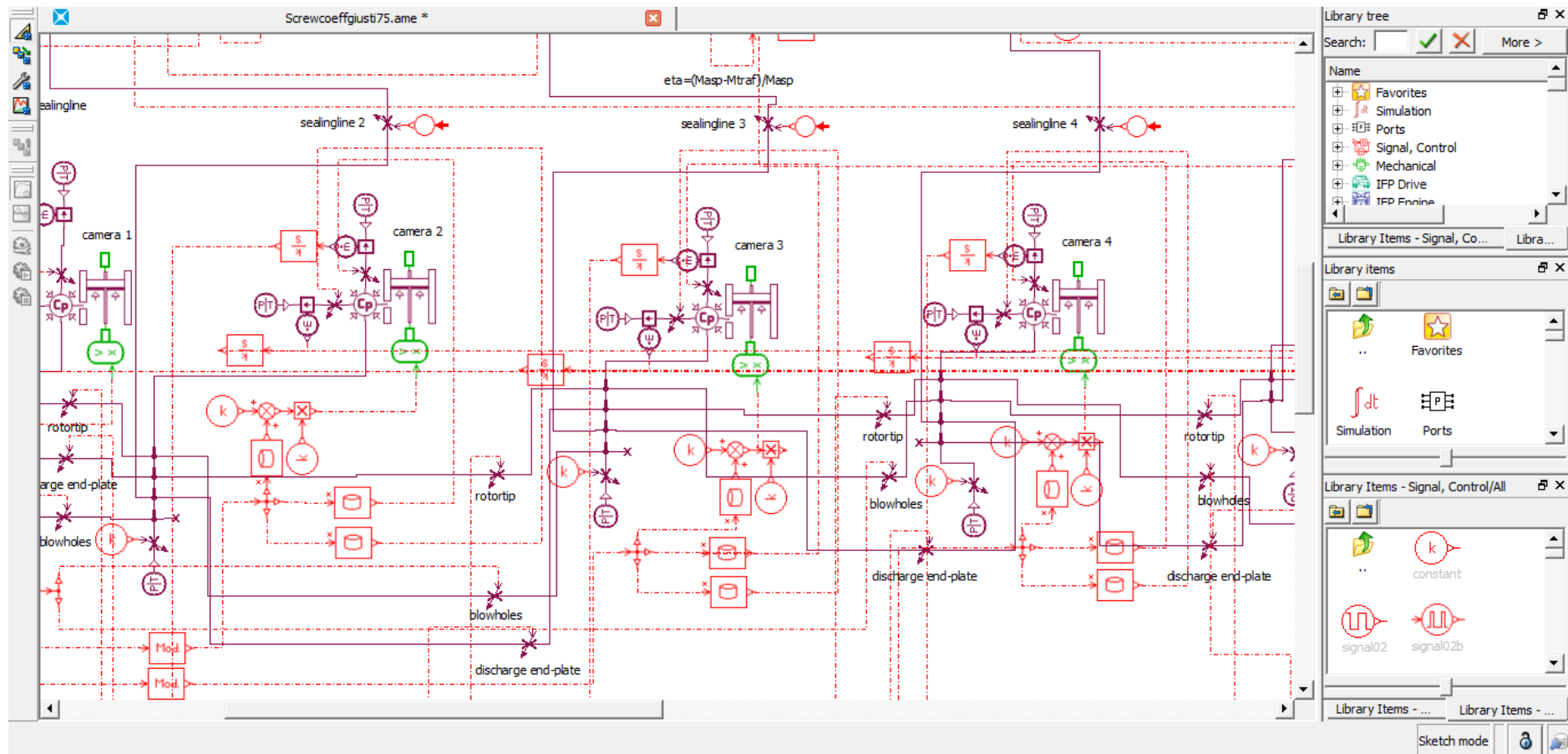


Figura 94 Zoom su tre delle dieci camere presenti nello schema reale di una simulazione in AMESim®.



### 7.3 RISULTATI DELLE SIMULAZIONI

Sono state simulate tutte le fasi termodinamiche del compressore, ossia le fasi di aspirazione, compressione e di scarico nel serbatoio, quindi è stato possibile calcolare anche il ciclo termodinamico seguito dalla macchina, sia nel caso ideale che nel caso reale.

Sono state simulate diverse condizioni operative, sia come numero di giri del compressore, sia come differente rapporto delle pressioni, ottenuto variando l'anticipo di apertura della luce di scarico (anche se non attuabile realmente per questo tipo di compressori, per i quali il rapporto delle pressioni viene stabilito una volta definita la geometria della macchina, in quanto non dispone di valvole regolabili e si può solo effettuare un by-pass per ridurre la portata volumetrica elaborata e quindi la potenza meccanica assorbita, ciò incide anche sulla pressione massima raggiunta). Sono state variate anche le condizioni dell'ambiente esterno, in particolare della sua temperatura, per verificare come essa influisce sul rendimento volumetrico della macchina. Le fasi termodinamiche nel compressore sono state ipotizzate adiabatiche, visti anche i piccoli intervalli temporali (per esempio a 4350 giri/min la fase di compressione dura poco meno di 14 millisecondi) in cui si svolgono. Per la scelta della tipologia della camera nell'ambiente di simulazione è comunque possibile impostare: superficie di scambio termico e coefficiente di scambio termico. Essendo questa tesi non sperimentale e rappresentando un primo approccio a questo tipo di macchine volumetriche, si sono confrontati i risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche con alcuni grafici riportanti gli andamenti di variabili salienti, come la pressione, la temperatura ed il rendimento volumetrico, con quelli disponibili in letteratura.

Il primo grafico, Figura 96, riguarda la curva caratteristica del compressore, ossia la curva che mette in relazione il rapporto delle pressioni della macchina con la portata massica consegnata, ottenuta per tre distinti valori del numero di giri della macchina.

Fissato il numero di giri, sono stati variati gli anticipi di apertura della luce di scarico, mantenendo costante la sua area massima. In particolare, sono stati scelti cinque diversi angoli di inizio apertura della suddetta luce, ognuno dei quali differisce dal precedente per una rotazione dell'albero rotore maschio di  $15^\circ$ . Il ciclo termodinamico del compressore inizia con l'aspirazione, che avviene per convenzione a  $0^\circ$  di rotazione del rotore maschio e si conclude con l'annullamento del volume della camera a  $742^\circ$ .

I cinque angoli di inizio apertura della luce di scarico sono i seguenti:

- $667^\circ$ , corrispondente a  $75^\circ$  prima della fine del ciclo termodinamico;
- $652^\circ$ , corrispondente a  $90^\circ$  prima della fine del ciclo termodinamico;
- $637^\circ$ , corrispondente a  $105^\circ$  prima della fine del ciclo termodinamico;
- $622^\circ$ , corrispondente a  $120^\circ$  prima della fine del ciclo termodinamico;
- $607^\circ$ , corrispondente a  $135^\circ$  prima della fine del ciclo termodinamico.

Con l'aumento dell'anticipo di apertura della luce di scarico si ottengono i valori più bassi del rapporto tra la pressione all'aspirazione e quella massima raggiunta nel ciclo. Per quanto riguarda invece la portata massica totale consegnata essa è sostanzialmente proporzionale al numero di giri della macchina. Da notare la leggera pendenza negativa di queste curve, caratteristica dei compressori volumetrici, la quale mette in evidenza una riduzione, seppur modesta, della portata massica consegnata dal compressore all'aumentare della pressione massima raggiunta nella fase finale della compressione, subito prima dell'apertura della luce di scarico.

Gli andamenti delle principali grandezze termodinamiche che troveremo successivamente, come per esempio l'andamento della pressione e della temperatura del gas all'interno della scanalatura, sono riferiti ad una simulazione avente le seguenti caratteristiche. Per questa particolare simulazione si riportano anche i parametri più importanti relativi al compressore.

- $N=4000$  giri/min;
- Angolo di inizio apertura della luce di scarico :  $622^\circ$  rotore maschio;
- Built-in volume ratio: 4.1;
- Built-in pressure ratio: 8.4;
- Volume della scanalatura: circa  $300\text{ cm}^3$ ;
- Rapporto L/D: 1.62;
- Lunghezza dei rotori: 205.9 mm;
- Interasse rotori: 90 mm;
- Cilindrata:  $1403\text{ cm}^3$ ;
- Potenza teorica adiabatica di compressione: 11.7 KW, da equazione 4.78.

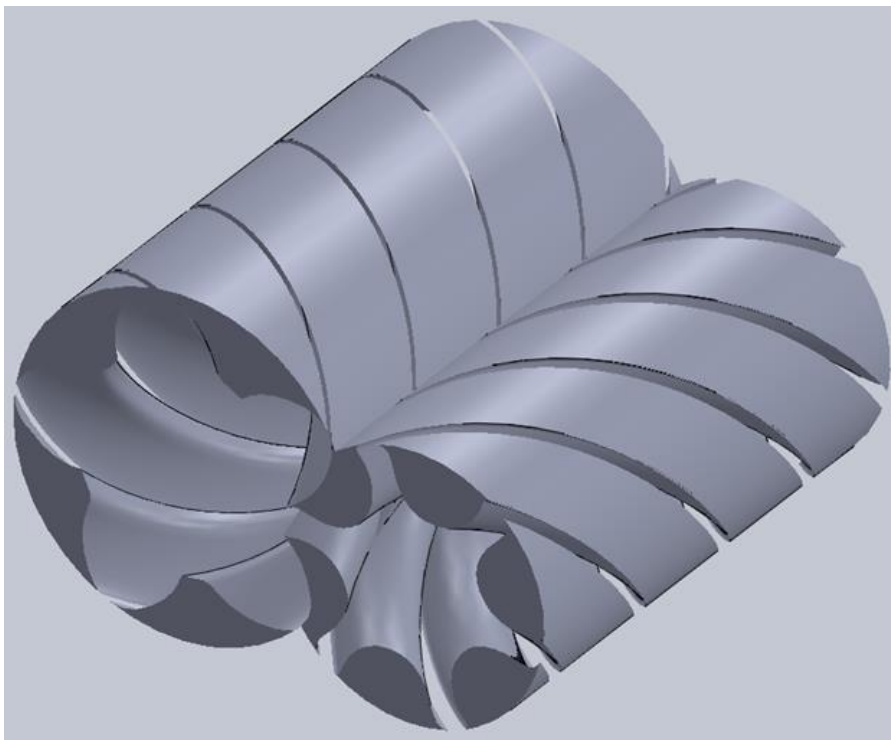


Figura 95 Rappresentazione del volume totale del gas all'interno delle scanalature dei due rotori accoppiati tra loro .

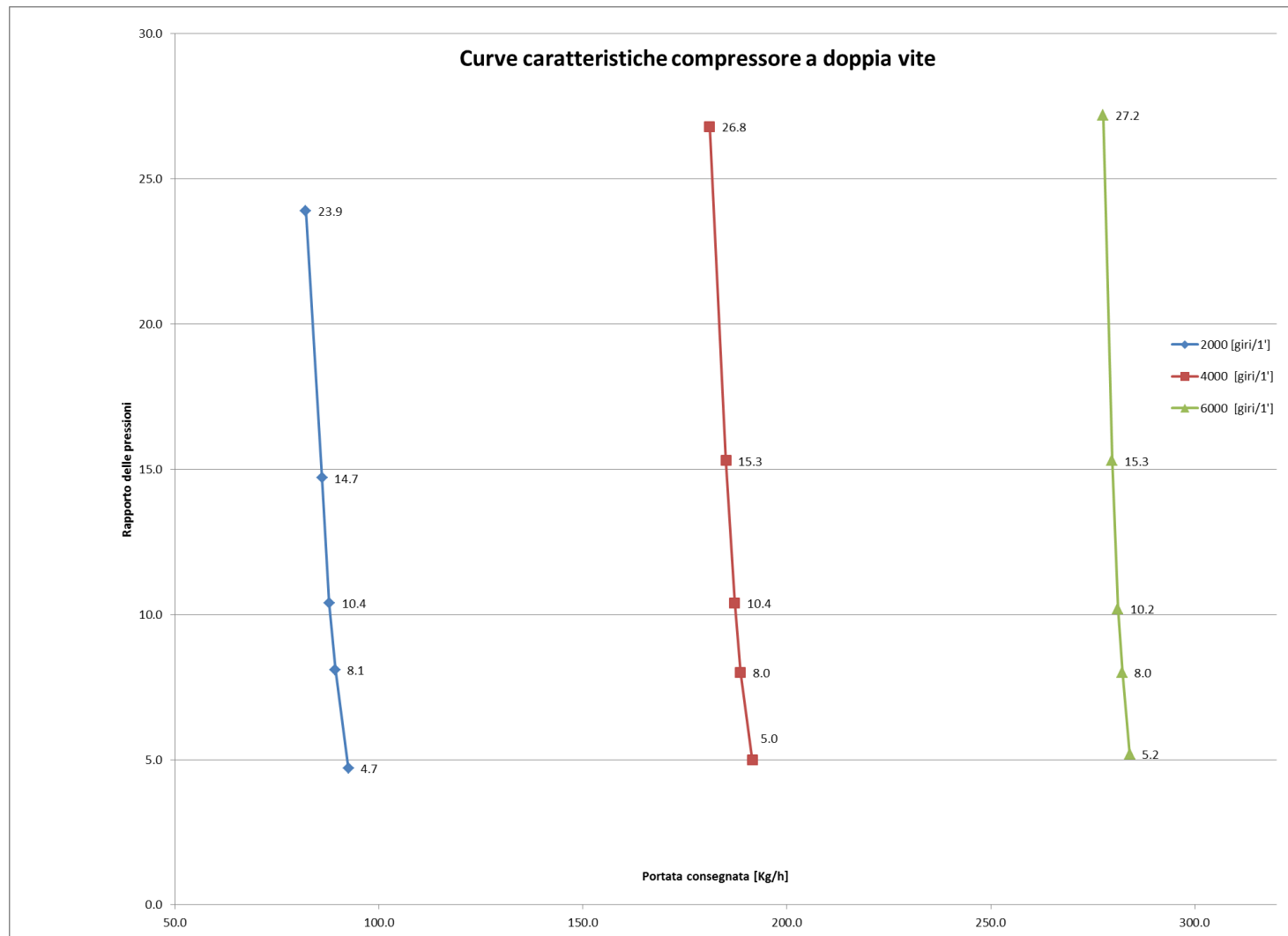


Figura 96 Portata massica totale consegnata (dalle 5 camere) VS rapporto delle pressioni a differente numero di giri del compressore (2000-4000-6000 [giri/min]).

Per tre valori degli angoli precedenti sono stati calcolati i rendimenti volumetrici, al variare del numero di giri della macchina. I risultati sono riportati nella successiva Tabella 13 e nella Figura 96.

durata in gradi dell'apertura della luce di scarico (in gradi del rotore maschio)	numero di giri del compressore [giri/min]	rendimento volumetrico del compressore
75	2000	71.2
	3000	79.4
	4000	83.0
	6000	86.5
durata in gradi dell'apertura della luce di scarico (in gradi del rotore maschio)	numero di giri del compressore [giri/min]	rendimento volumetrico del compressore
90	2000	79.1
	3000	84.3
	4000	86.1
	6000	87.2
durata in gradi dell'apertura della luce di scarico (in gradi del rotore maschio)	numero di giri del compressore [giri/min]	rendimento volumetrico del compressore
105	2000	82.1
	3000	85.8
	4000	87.4
	6000	87.7

Tabella 13 Rendimenti volumetrici del compressore per differenti aperture della luce di scarico e per diversi valori del numero di giri della macchina, al raggiungimento della condizione di funzionamento stazionario.

Per il calcolo del rendimento volumetrico del compressore si è utilizzata la seguente espressione :

$$\eta_v = \frac{\sum_{camere} massa\ consegnata\ dalla\ camera,\ i \times \eta_{camera\ i}}{massa\ totale\ consegnata\ dalle\ cinque\ camere}$$

dove:

$$\eta_{camera,i} = \frac{massa\ totale\ consegnata\ camera\ i}{massa\ totale\ teorica\ aspirata\ camera\ i}$$

Le cinque camere non operano esattamente in simmetria, quindi è stato preferito utilizzare una media pesata tra i singoli rendimenti delle camere, anche se il valore finale non si discosterà molto da una loro media aritmetica, dato che le differenze tra le camere sono piccole.

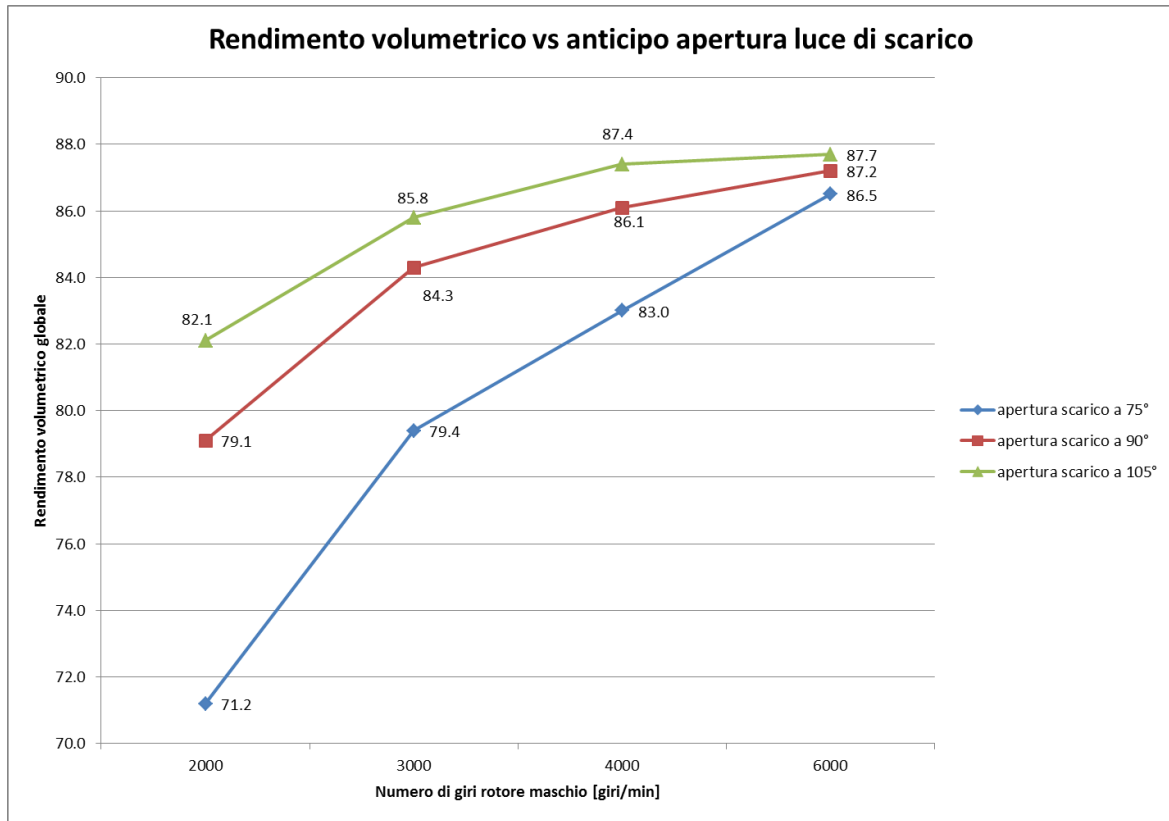


Figura 97 Rendimenti volumetrici del compressore al variare dell'anticipo di apertura della luce di scarico per diversi numeri di giri della macchina, al raggiungimento delle condizioni di funzionamento in regime stazionario.

Si riscontra, dalla Figura 97, che utilizzando un rapporto delle pressioni più basso (curva verde) ed operando ad un regime di rotazione più elevato, si ottengono rendimenti più alti, soprattutto nel passaggio dai 2000 ai 3000 [giri/min], ciò è dovuto principalmente a due fattori: da una parte la minore pressione raggiunta nella fase di compressione induce minore portate dei trafilamenti all'interno della macchina, dall'altra, a velocità di rotazione più elevate i tempi a disposizione per i vari fenomeni di flusso sono ridotti (diventa importante l'inerzia del gas) e ciò porta ad un aumento del rendimento volumetrico del compressore.

Di seguito si riporta il ciclo termodinamico ideale e reale del compressore, per l'angolo di inizio apertura della luce di aspirazione di 622° di angolo rotore maschio.

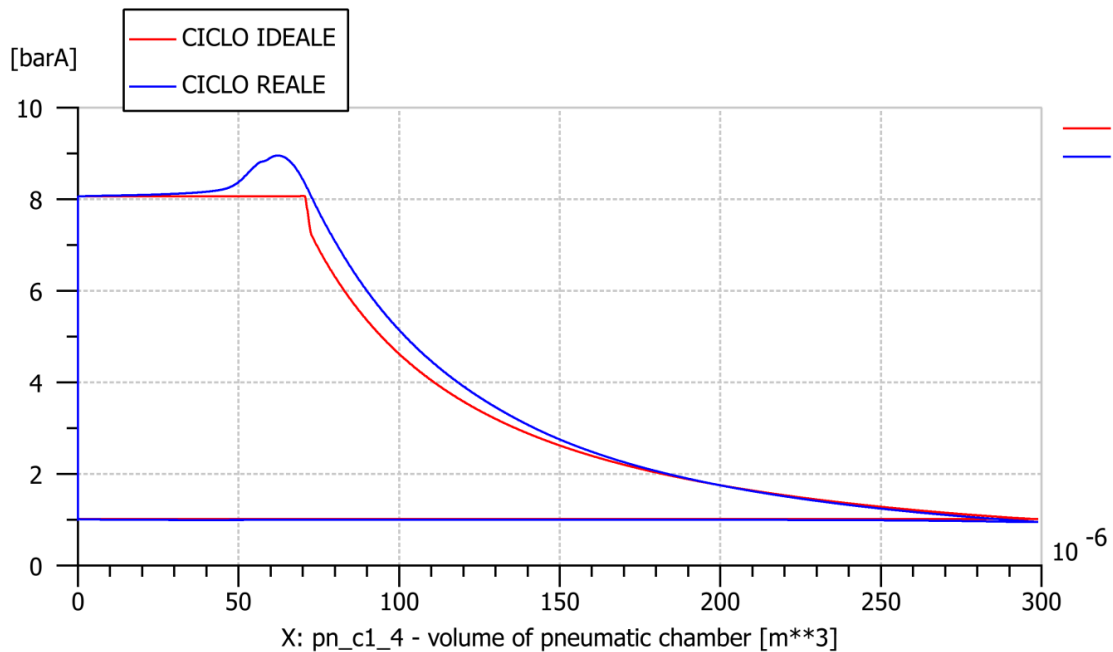


Figura 98 Ciclo ideale e reale del compressore sul diagramma p-V.

E' evidente, che nel caso reale i trafilamenti comportano una spesa di lavoro in più nella fase di compressione, perché una parte del gas che trafila all'indietro nella camera subisce una nuova compressione.

Si riportano i grafici delle due variabili più importanti, ossia l'andamento della pressione e della temperatura del gas all'interno della camera (scanalatura) ed altre due figure con cui confrontarne l'andamento.

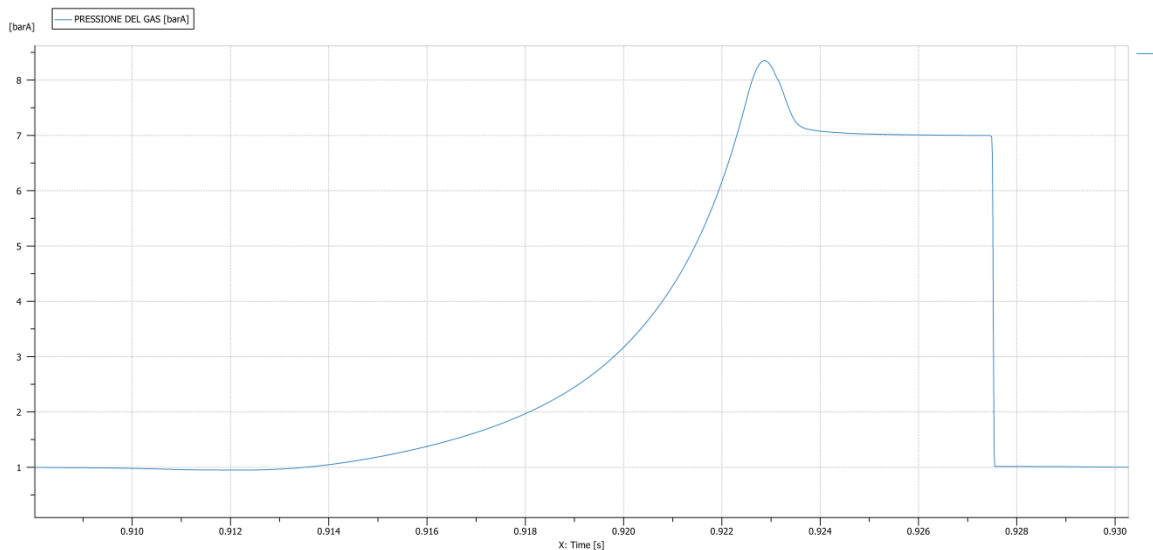


Figura 99 Andamento della pressione del gas per apertura della luce di scarico a 622 gradi di angolo rotore maschio e ambiente di scarico a 7 [barA], a 4000 giri/min.

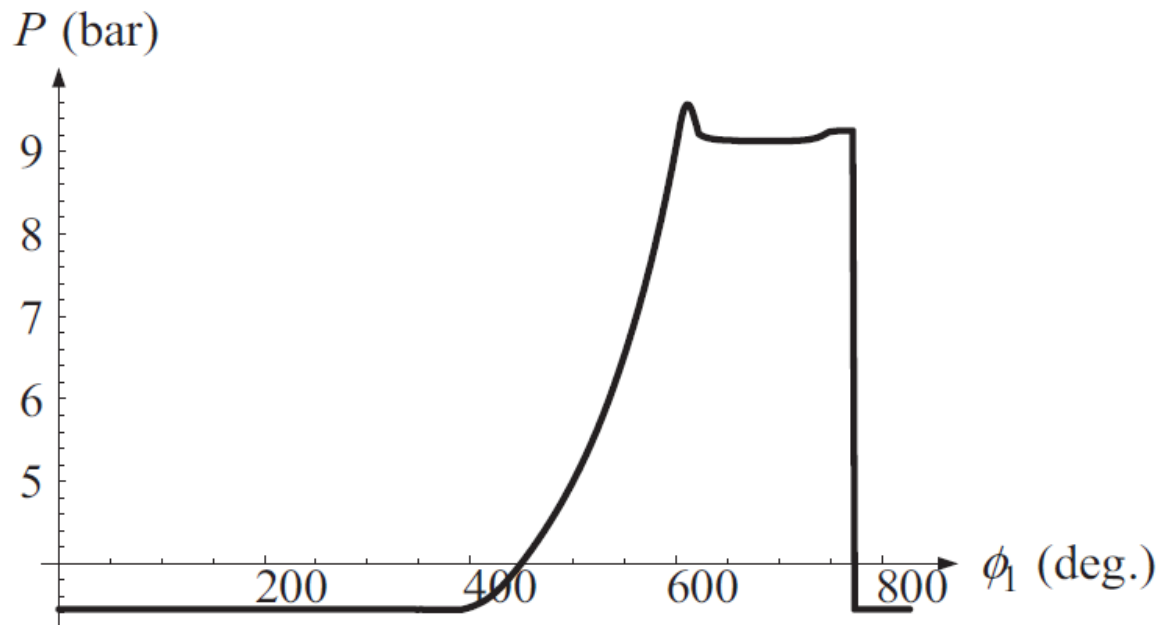


Figura 100 Andamento della pressione del gas tratta dal seguente articolo [144].

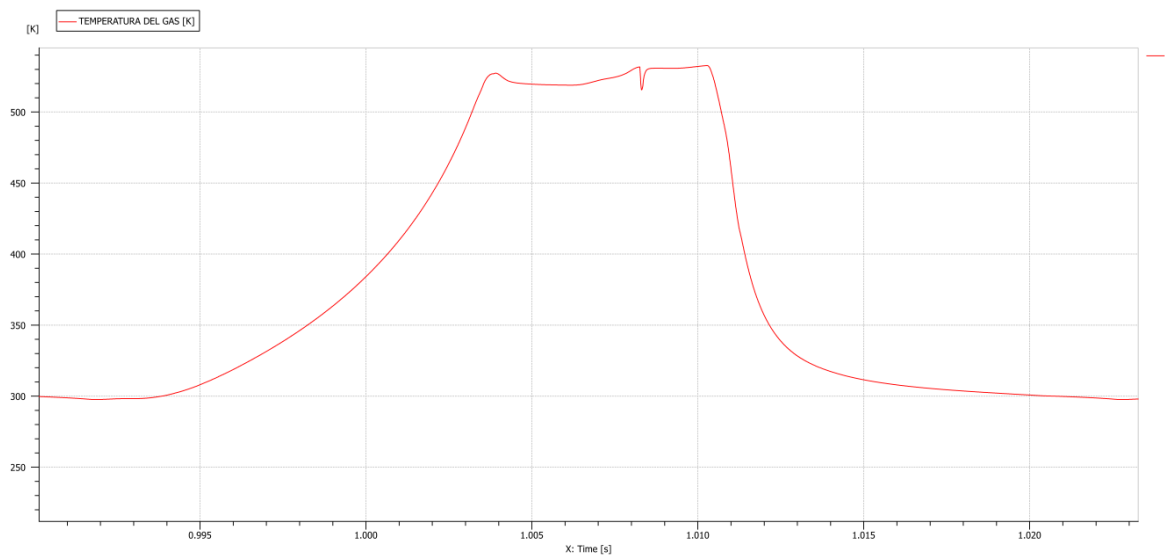


Figura 101 Andamento della temperatura del gas per apertura della luce di scarico a 622 gradi di angolo rotore maschio e temperatura ambiente di 293.15 [K], a 4000 giri/min.

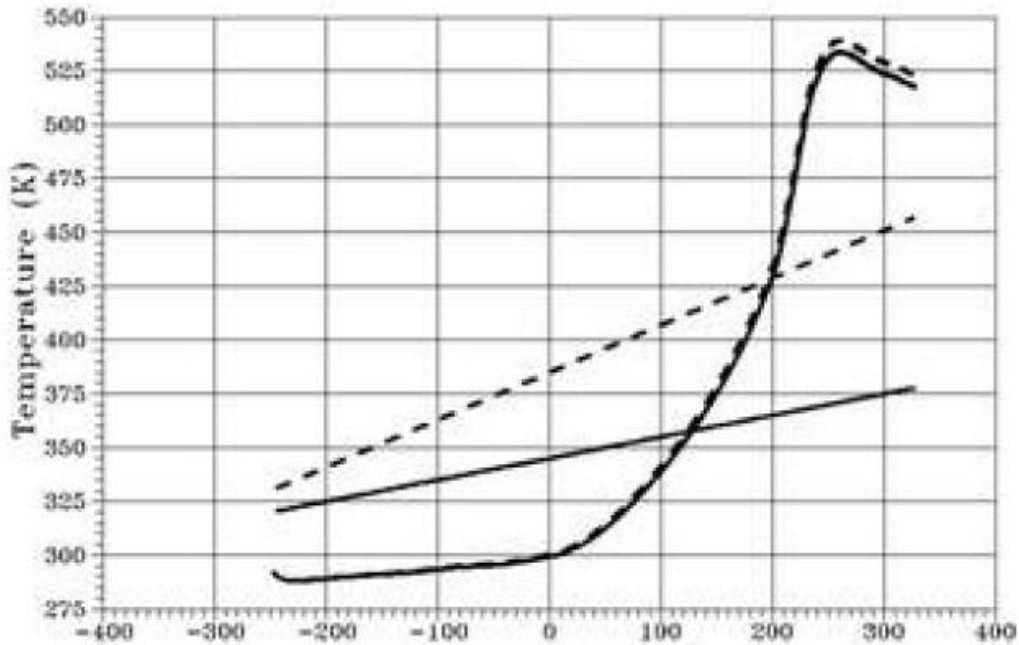


Figura 102 Andamento della temperatura del gas, in tratteggio nel caso di rotori non raffreddati. Le altre due curve lineari rappresentano la distribuzione di temperatura dei rotori con e senza raffreddamento (linea tratteggiata) [145].

Nelle seguenti figure si vuole mostrare l'influenza dell'area dei blowholes sull'andamento della pressione del gas e della loro influenza sul rendimento volumetrico del compressore a diversi regimi di rotazione della macchina. I risultati ottenuti dal modello numerico sono stati confrontati con quelli ricavati da prove sperimentali presenti su articoli in letteratura, mostrandosi in accordo, come si vede dalle figure messe a confronto.

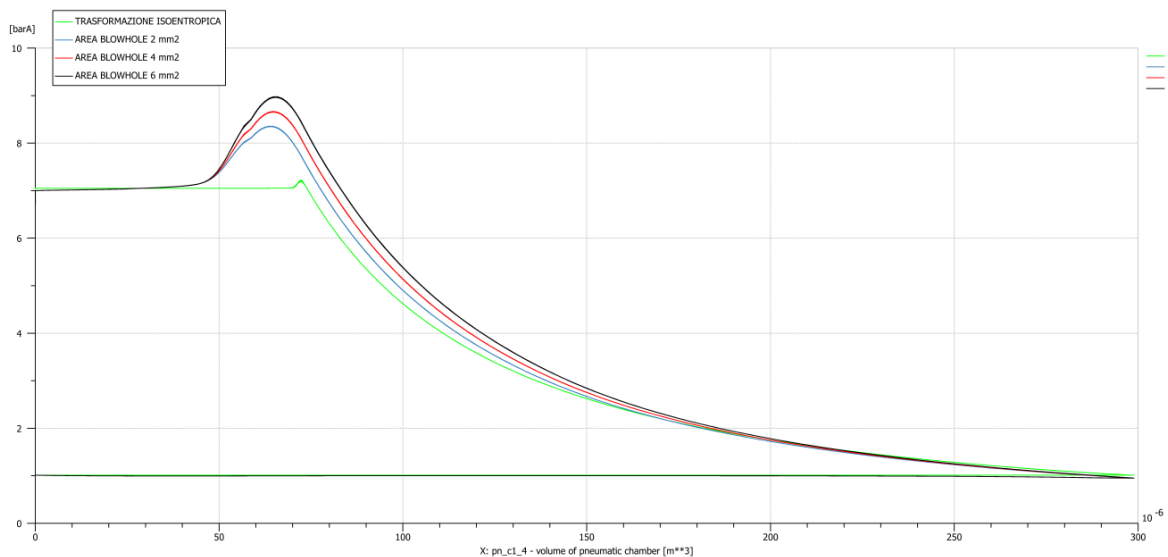


Figura 103 Effetto dell'area dei blowholes sull'andamento della pressione durante la compressione sul diagramma p-V. In verde il caso isoentropico, mentre in blu, rosso e nero corrispondono le aree di  $2 \text{ mm}^2$ ,  $4 \text{ mm}^2$ , e  $6 \text{ mm}^2$ , , rispettivamente. Velocità di rotazione 4000 [giri/min].



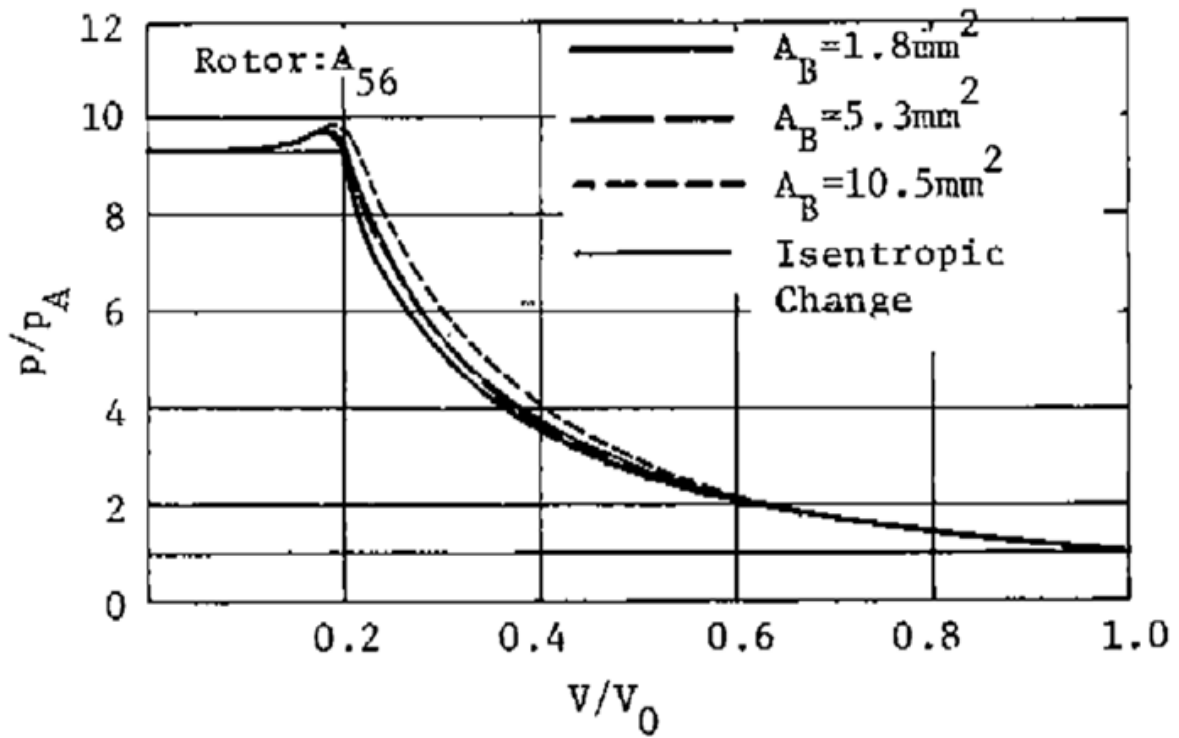


Figura 104 Effetto dell'area dei blowholes sul profilo di pressione sul diagramma p-V. Tratto da [68].

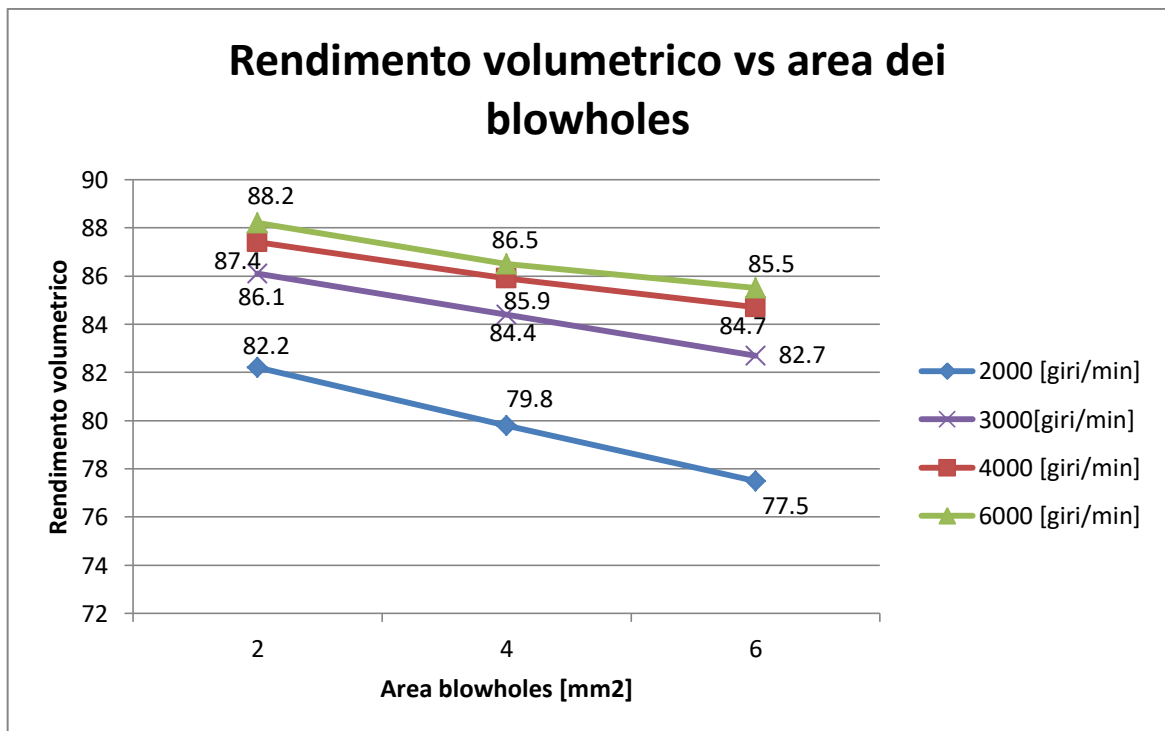


Figura 105 Rendimento volumetrico del compressore per diversi valori delle aree dei blowholes e per differenti regimi di rotazione della macchina.

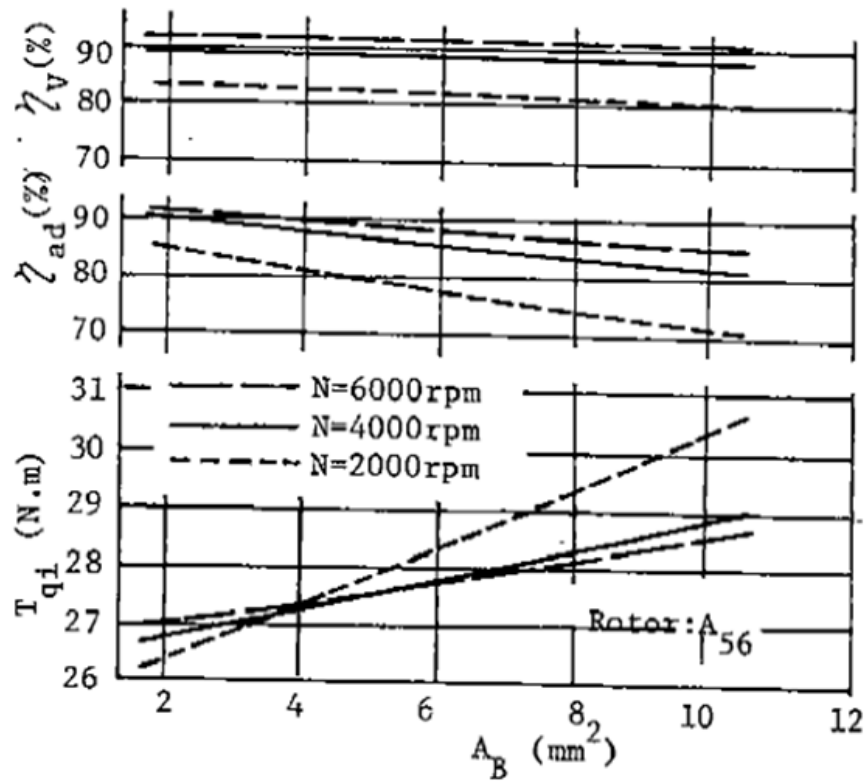


Figura 106 Effetto dell'area dei blowholes sulle prestazioni. In particolare sul rendimento volumetrico,  $\eta_v$ , del compressore. Tratto da [68].

Nelle successive figure si riportano altre variabili inerenti altre grandezze comunque importanti per la comprensione di queste macchine, effettuate a 4000 giri/min e con area dei blowholes di  $2 \text{ mm}^2$ . Sono infatti riportati gli andamenti dei volumi delle cinque camere, l'andamento della massa di gas all'interno di una scanalatura, gli andamenti dei diversi trafilamenti di gas interni al compressore, gli andamenti delle portate massiche sulla luce di aspirazione e di scarico, nonché le leggi di apertura di quest'ultime.

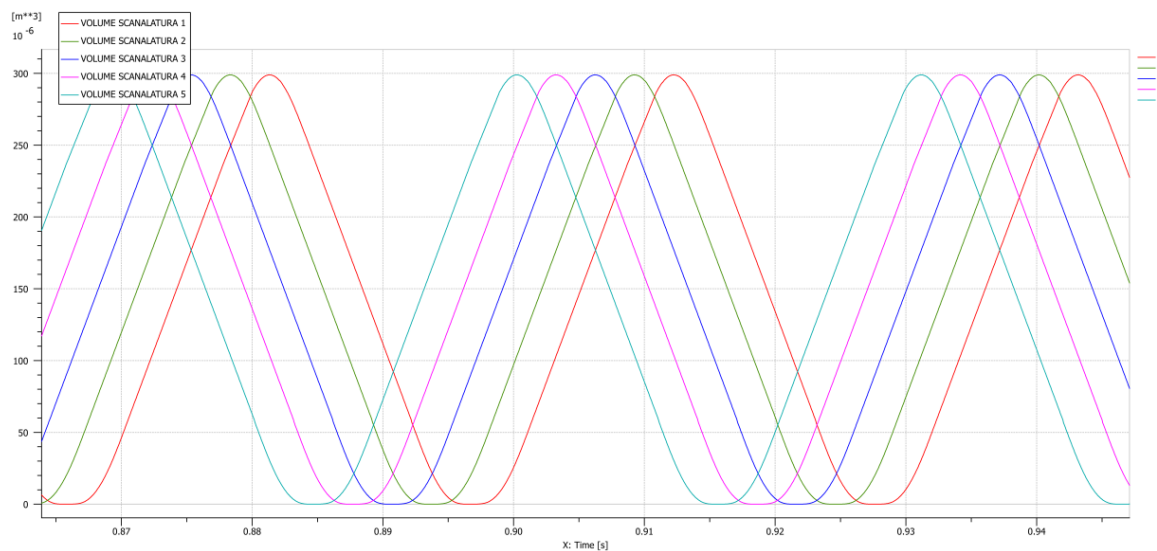


Figura 107 Andamento dei volumi delle cinque scanalature (massimo valore raggiunto  $300 \text{ cm}^3$ ), i quali sono sfasati di 72 gradi di angolo di rotore maschio.

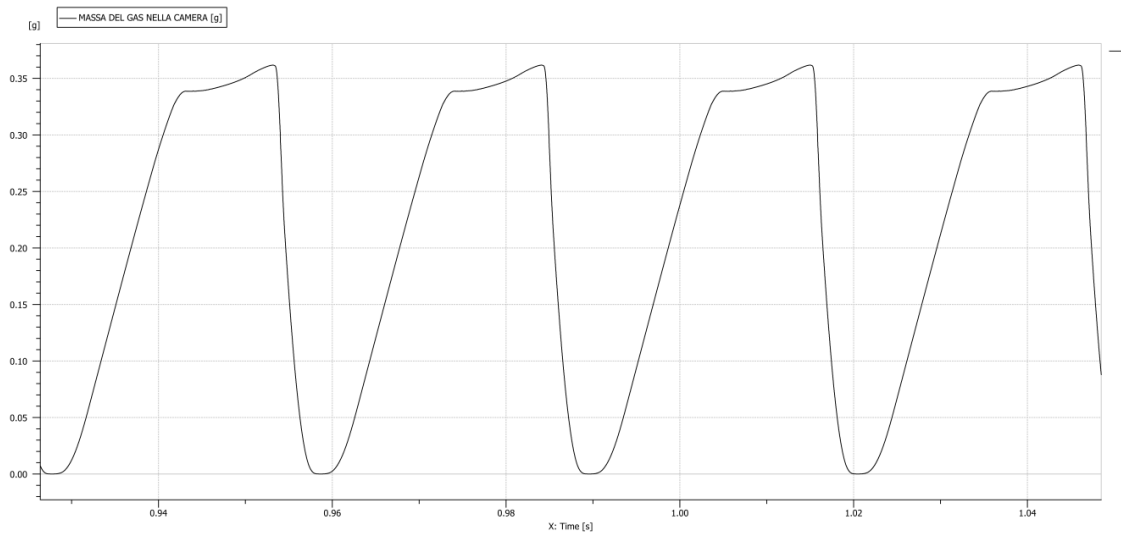


Figura 108 Andamento della massa di gas [g] all'interno di una scanalatura.

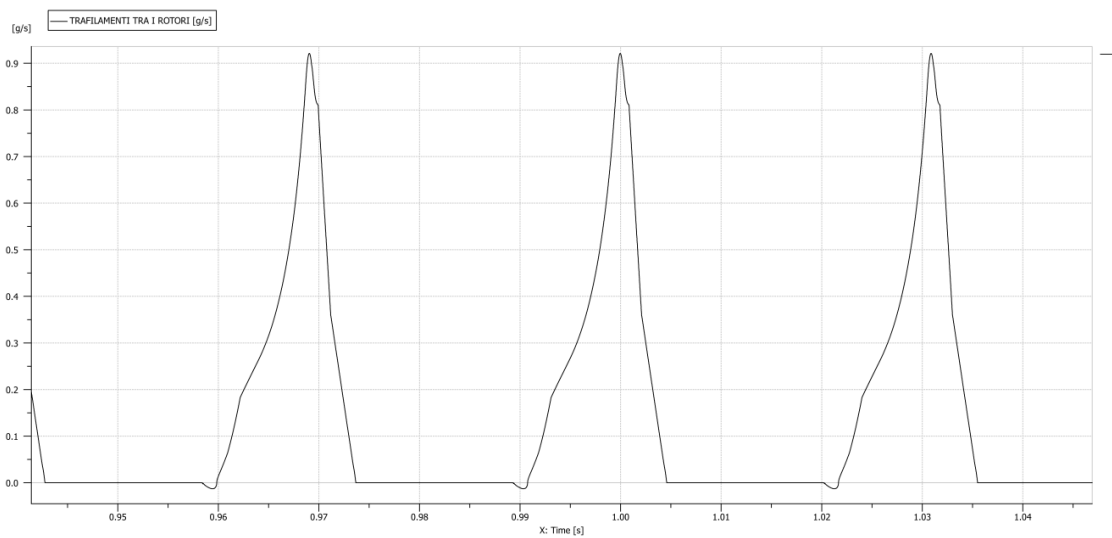


Figura 109 Portata massica [g/s] dei trafilamenti attraverso il gioco tra i rotori.

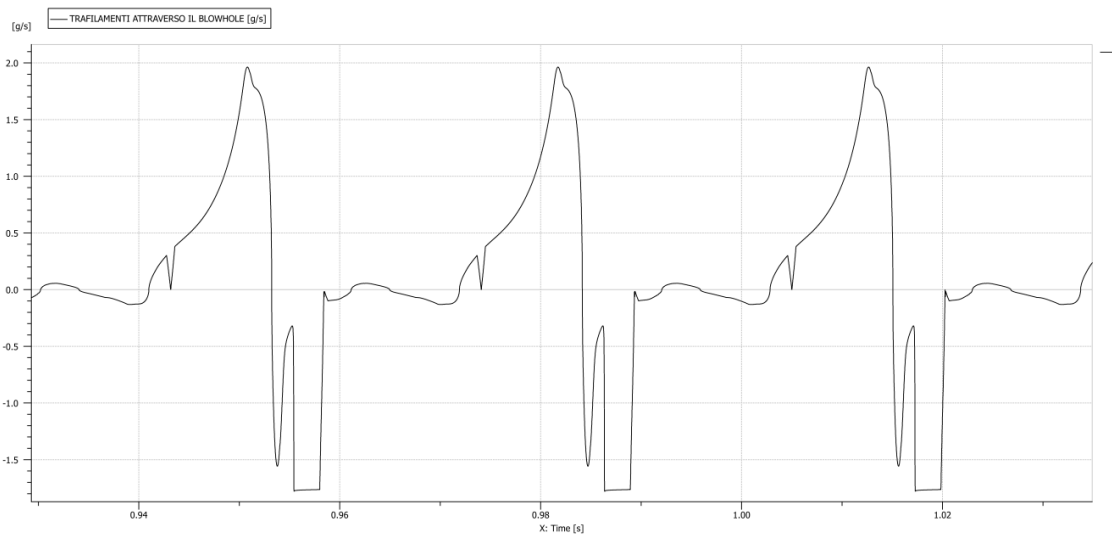


Figura 110 Portata massica [g/s] dei trafilamenti attraverso i blowholes.

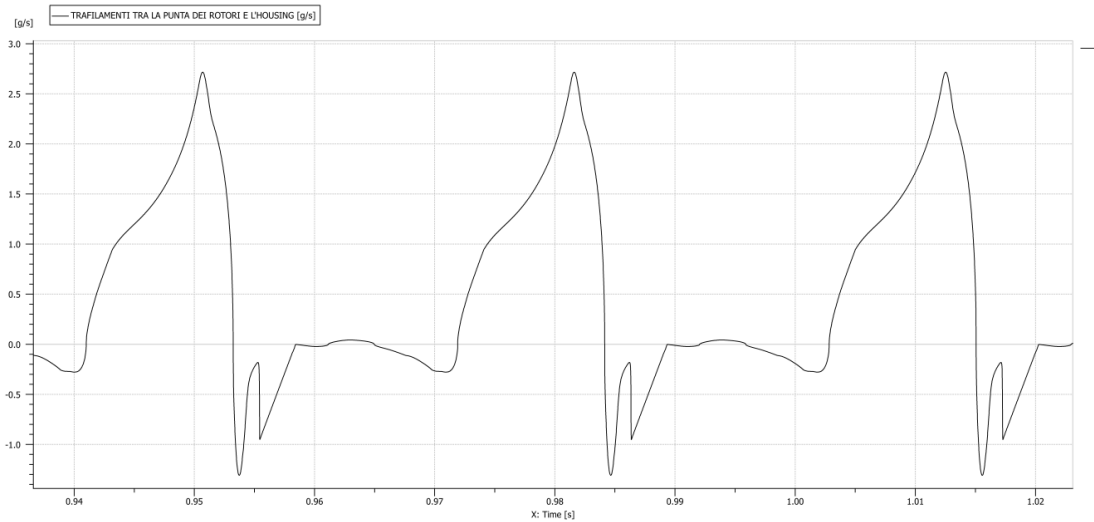


Figura 111 Portata massica [g/s] dei trafilamenti attraverso la punta dei rotori e l'housing.

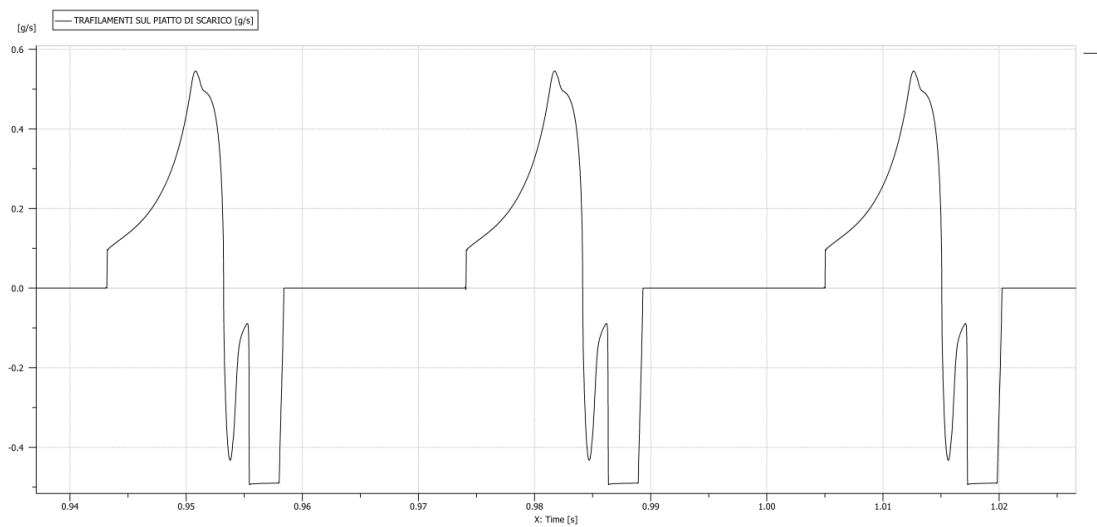


Figura 112 Portata massica [g/s] dei trafilamenti attraverso il piatto di scarico.

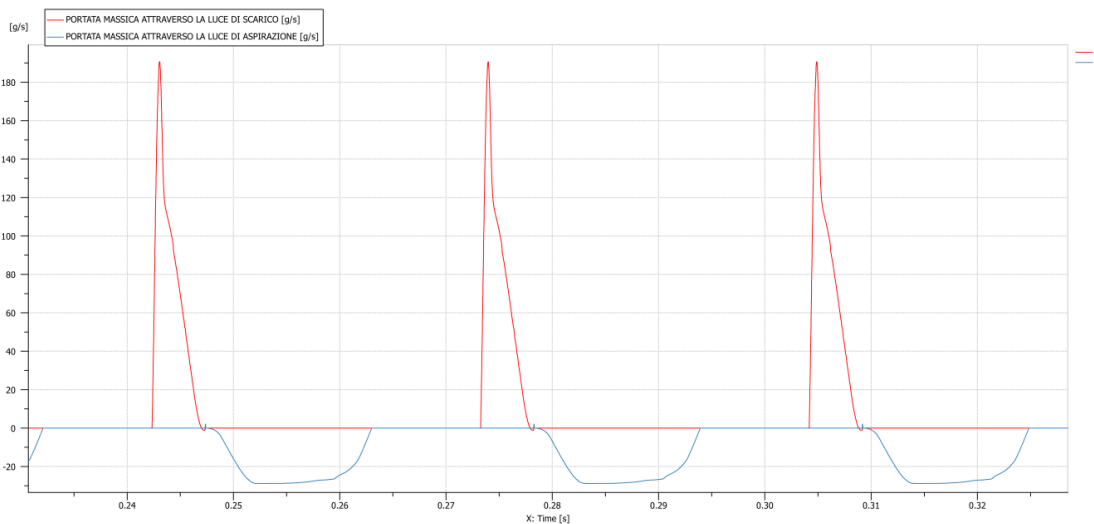


Figura 113 Portata massica [g/s] del gas attraverso la luce di scarico (in rosso) e di aspirazione (in blu). Il segno negativo è dovuto ad una scelta di rappresentazione.

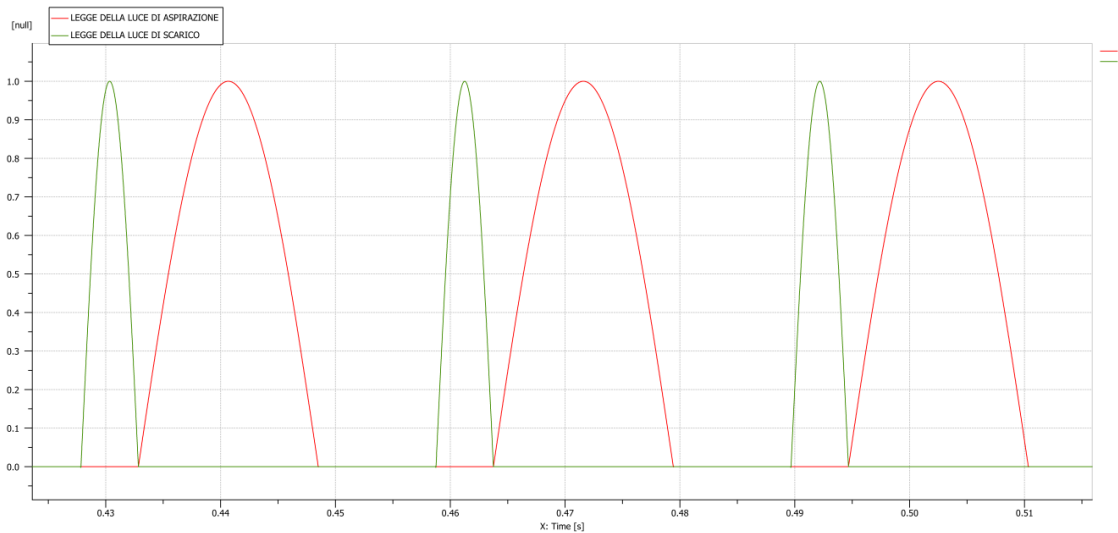


Figura 114 Legge del segnale di controllo valvola (da moltiplicare per il valore massimo dell'area della luce) per lo scarico (in verde) e per l'aspirazione (in rosso). Tale andamento è giustificato in [15].

Infine si vuole mostrare attraverso l'ultima figura, come può influire la temperatura ambiente sul rendimento del compressore per differenti regimi di rotazione. In particolare sono state scelte le temperature ambiente di: 280, 293 e 305 gradi Kelvin.

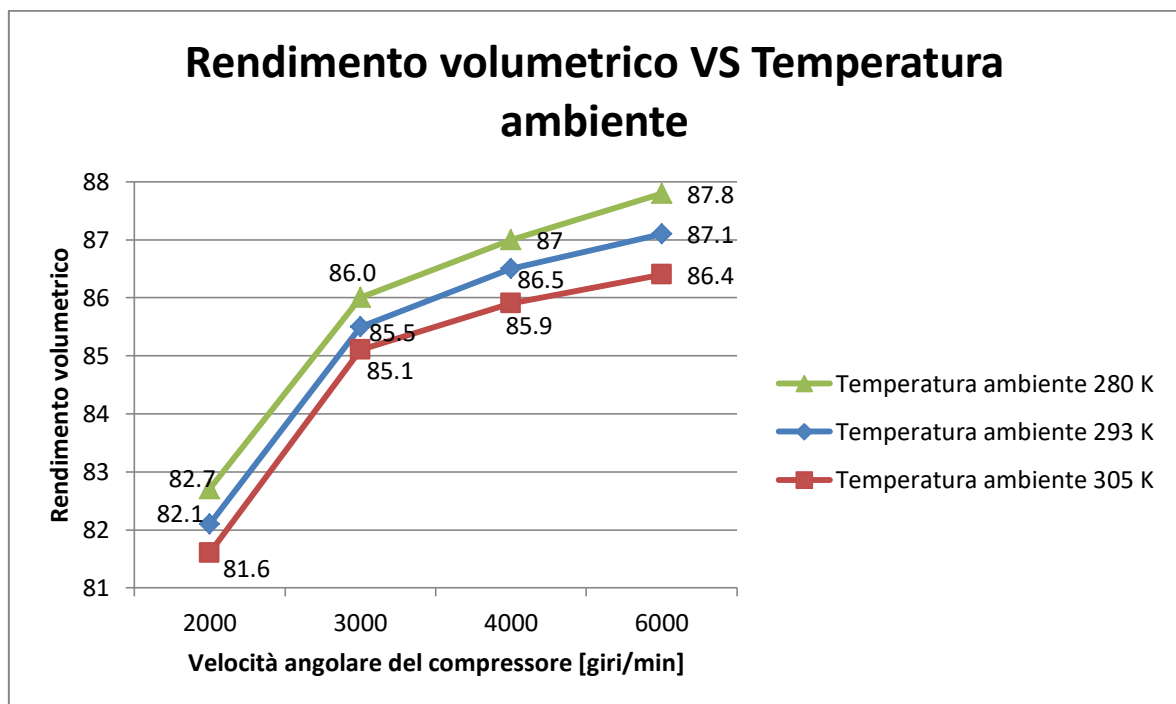


Figura 115 Grafico dei i rendimenti per diverse temperature ambiente.

## CONSIDERAZIONI FINALI

Lo sviluppo e l'implementazione del modello numerico mediante il software AMESim®, ha permesso di apprezzarne la sua notevole flessibilità e stabilità numerica. Infatti, questa tipologia di compressori volumetrici rotativi, proprio per la loro geometria, sono intrinsecamente soggetti ad avere un elevato numero di parametri geometrici, che con questo modello sono stati fatti variare per ottenere gli andamenti di alcune grandezze termodinamiche di interesse, i cui andamenti sono poi stati confrontati con quelli presenti in articoli accademici ottenuti per via sperimentale, così da validare il modello, almeno in via preliminare.

Nel corso degli anni, ci sono stati innumerevoli tentativi di sviluppare modelli matematici sempre più realistici, tali da poter aderire sempre meglio alla realtà dei fenomeni, alquanto complessi, che hanno luogo in queste macchine. Nello sviluppo del modello numerico abbiamo fatto uso di opportuni coefficienti di efflusso presi da tabelle ricavate da prove sperimentali effettuate in passato, per poter simulare l'efflusso di gas attraverso la luce di scarico e di aspirazione, nonché attraverso i diversi percorsi seguiti dai trafilamenti. Tali coefficienti tengono conto anche dei fenomeni inerziali del gas nei condotti, che si fanno importanti via via che la velocità di rotazione aumenta.

Molto risulta ancora da indagare, soprattutto sull'incidenza dei profili dei rotori sul rendimento volumetrico ed adiabatico della macchina. Su questi ultimi aspetti si rimanda ad un successivo lavoro di tesi, per il quale sarà messo a disposizione un banco prova, su cui sarà possibile effettuare i primi rilevamenti sperimentali sulle principali grandezze termodinamiche, come la pressione e la temperatura nella scanalatura, mediante l'impiego di opportuni sensori, che permetteranno di tarare il modello in modo ottimale, in relazione anche alle dimensioni del compressore preso in esame.

Il presente lavoro di tesi, si propone quindi come punto di partenza per l'approfondimento di questi compressori e per lo sviluppo di nuovi e più completi modelli numerici, tali da garantire una migliore comprensione dei fenomeni che hanno luogo al loro interno. Una futura prosecuzione del lavoro non potrà inoltre prescindere dalla validazione per via sperimentale.

# Capitolo 9

## RINGRAZIAMENTI

Voglio esprimere la mia gratitudine verso il Professor Umberto Desideri, per avermi dato la possibilità di condurre il primo studio su questa tipologia di compressori, seguendomi con competenza e disponibilità. Affrontare per la prima volta un tipo di compressore praticamente sconosciuto non è cosa semplice... per cui ringrazio i dottorandi Andrea Baccioli, Gianluca Caposciutti e soprattutto Marco Francesconi, per il tempo dedicatomi, la pazienza e l'interesse dimostrato nonostante i loro innumerevoli lavori da seguire! Ringrazio anche la mia insegnante di inglese, Anna Maria, che con la sua positività e la grande capacità di ascoltare il prossimo mi ha regalato momenti di relax e di supporto morale!

Ringrazio anche tutti i miei amici, anche quelli universitari, con cui ho condiviso momenti memorabili! Tra questi un particolare saluto va a Giacomo Salamone, che con la sua generosità e genuinità si è dimostrato un vero amico! In ultimo, ma non per questo meno importanti, i miei ringraziamenti vanno ai miei genitori, che con i loro sacrifici mi hanno permesso di realizzare questo mio importante traguardo! A mio fratello dico semplicemente che mi fa tanto ridere e che sono estremamente orgoglioso di Lui! Un abbraccio fortissimo alla mia seconda famiglia, Stefano, Alessandra e alla sorella acquisita Laura, nonché ad una ragazza stupenda, Elisa, a cui auguro semplicemente di vivere felice e di concludere gli studi! Ringrazio i nonni acquisiti, Luciano, Sonia e Iolanda che mi hanno considerato come un vero nipote... Un grazie anche a tutte le persone non nominate, ma che hanno contribuito a loro modo per sostenermi in questo percorso e che hanno plasmato la mia personalità.

Un saluto speciale va a Baroni Emilia, la cui passione per il sapere non aveva confini e che teneva tanto che io studiassi!

Riassumo in una frase, gli insegnamenti ed i principi che mi ha trasmesso la mia famiglia:

Cerca di diventare non un uomo  
di successo ma piuttosto un  
uomo di valore.

Albert Einstein

## BIBLIOGRAFIA

- [1] **A. I. M.**, The Design and Application of Rotary Twin-Shaft Compressors in the Oil and the Gas Process Industry, London: Mechanical Engineering Publication Limited, 1994.
- [2] **M. A. L. Martorano**, Elementi di Macchine a fluido, Pisa: Edizioni ETS, 2011.
- [3] **R. D. Volpe**, Macchine, Napoli: Liguori Editore, 2011.
- [4] **R. N. Brown**, Compressor: Selection and Sizing, Texas: Gulf Publishing Company Book Division, 1986.
- [5] **G. Taft**, «Selection and Application of the Industrial Screw Compressors,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 306 - 310, 1972.
- [6] «**www.arielcorp.com**,» [Online].
- [7] **N. S. I. K. A. Stosic**, «Optimization of Screw Compressor Design,» *International Compressor Conference, C21-23*, pp. 1177-1195, 2002.
- [8] **A. O. P.J. Singh**, «A Comprehensive, Computerized Method for Twin-Screw Rotor Profile Generation and Analysis,» *International Compressor Engineering Conference*, pp. 519-527, 1984.
- [9] **C. Paul**, Compressors Hand Book, McGraw Hill, 2001.
- [10] **J. Pillis**, «Basics of Operation, Application and Troubleshooting of Screw Compressors,» January 1998, ([www.petroassist.com](http://www.petroassist.com)).
- [11] **W. Stocker**, Industrial Refrigeration Hand Book, McGraw Hill, 1998.
- [12] **P. B. J. Singh**, «Effect of Design Parameters on Oil Flooded Screw Compressor Performance,» *Proceedings of the International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol. I, pp. 71-88, 1986.
- [13] **N. Stosic**, «Screw Compressors: Future Developments,» [www.city.ac.uk/~sj376](http://www.city.ac.uk/~sj376), 1999.
- [14] **N. S. I. K. A. Stosic**, «Opportunities for Innovation with Screw Compressors».
- [15] **N. S. I. K. A. Stosic**, «Screw Compressors: Mathematical Modelling and Performance Calculation,» 2005.



## Bibliografia

- [16] **H. K. H. Kaiser**, «An Investigation on Reciprocating and Rotary Refrigeration Compressors,» *Proceeding of the International Compressor Engineering Conference*, pp. 568-575, 1984.
- [17] **V. F. B. V. Villadsen**, «A Balanced View of Reciprocating and Screw Compressor Efficiencies,» *Proceeding of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 26-32, 1980.
- [18] **L. Sjöholm**, «Different Operational Modes for Refrigeration Twin Screw Compressors,» *Proceeding of the Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 89-104, 1986.
- [19] **C. Bennewitz**, «Software Support for Screw Rotor DDesign, Manufacture and Quality Control,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 431-438, 1992.
- [20] **Y. F. J. Tang**, «Obtaining the Optimum Geometrical Parameters of Refrigeration Helical Screw Compressor,» *Proceedings of the International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 221-227, 1992.
- [21] **L. Sjöholm**, «Important Parameters for Small Twin Screw Refrigeration Compressors,» *Proceedings of the International compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 1129-1144, 1986.
- [22] **P. S. J. Singh**, «Exact Analytical Representation os Screw Compressor Rotor Geometry,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 925-937, 1990.
- [23] **L. H. J. Zhang**, «Main Characteristics of Twin ScrewCompressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 449-456, 1992.
- [24] **C. T. Y. F. J. You**, «Optimum Rotor Geometrical Parameters in Refrigeration Helical Twin Screw Compressor,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 1-6, 1996.
- [25] **D. F. I. Zaytsev**, «Profile Generation Method for Twin Screw Compressor Rotors Based on the Meshing Line,» *International Journal of Refrigeration*, vol. Volume 28, pp. 744-755, Agosto 2005.
- [26] **N. H. K. Stosic**, «General Method for Screw Compressor Profile Generation,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 57-162, 1996.
- [27] **N. H. K. Stosic**, «Development and Optimization of Screw Machines With a Simulation Model-Part I, Profile Generation,» *Journal of Fluid Engineering*, pp. 659-662, 1997, 119.
- [28] **N. H. K. Stosic**, «Development and Optimization of Screw Engine Rotor Pairs on the Basis of Computer Modelling,» *Purdue Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 55-60, 1994.
- [29] **N. S. I. K. A. Stosic**, «Rotor Interference as a Criterion for Screw Compressor Design,» *J. Engg. Design*, Vol. %1 di %2Vol.14, 2, pp. 209-220.

## Bibliografia

- [30] **P. O. A. Singh**, «A Comprehensive, Computerized Method for Twin Screw Rotor Profile Generation and Analysis,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 519-527, 1984.
- [31] **N. S. I. K. A. A. C. Stosic**, «The Design of a Twin Screw Compressor Based on a New Rotor Profile,» *Journal of Engineering Design*, Vol. %1 di %2Vol.8, 4, pp. 389-399, 1997.
- [32] **P. S. N. S. I. K. A. McCreath**, «The Design of Efficient Screw Compressors for Delivery of Dry Air,» *International Conference, Compressors and their Systems*, 2001.
- [33] **Z. P. X. S. P. Xing**, «Development and Application of a Software Package for the Design of Twin-Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, pp. 1011-1018, 2000.
- [34] **R. R. G. T. D. Mould**, «Computer Aided Manufacture of Original Equipment Screw Compressor Rotors Design,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 174-177, 1982.
- [35] **Z. Zhou**, «Computer Aided Design of a Twin Rotor Screw Refrigerant Compressor,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 457-466, 1992.
- [36] **Z. D. D. S. P. Xing**, «A Computer Aided Design System for Twin-Screw Compressors,» *Proceedings of the International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 239-248, 1992.
- [37] **L. L. F. P. Faydor**, «Computerized Design, Generation and Simulation of Meshing of Rotors of Screw Compressor,» *Mechanism and Machine Theory*, Vol. %1 di %2Vol.32, 2, pp. 137-160, 1997.
- [38] **D. L. K. W. Z. L. D. Xiao**, «Computer Aided Design Software Package for Conjugate Helical Surfaces,» *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. %1 di %2Vol.61, Issue 1-2, pp. 72-77, August 1996.
- [39] **D. L. D. Xiao**, «Computer Aided Curve Analysis along the Contact Line of Conjugate Helical Surfaces,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. Vol.61, pp. 67-71, 1996.
- [40] **J. T. Y. A. H. Fleming**, «Optimization Techniques Applied to the Design of a Refrigeration Twin Screw Compressor,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 641-646, 1994.
- [41] **C. T. Y. F. J. You**, «Optimum Lobe Tip Design in Oil Injected Helical Twin Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 7-11, 1996.
- [42] **Z. W. H. S. P. Xing**, «The Design of a New Generation of Twin-Screw Refrigeration

## Bibliografia

Compressors,» *16th International Compressor Engineering Conference*, 2002, C21-5.

- [43] **K. S. N. S. I. K. A. Venumadhav**, «The Design of a family of Screw Compressors for Oil Flooded Operation,» ([www.city.ac.uk/~sj376](http://www.city.ac.uk/~sj376)).
- [44] **N. S. I. K. A. Stosic**, «Optimization of Screw Compressors,» *Applied Thermal Engineering*, 23, pp. 1177-1195, 2003.
- [45] **N. Stosic**, «On Gearing of Helical Screw Compressor Rotors,» *I Mech E, Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. Vol.212, pp. 588-594, 1998.
- [46] **N. S. I. K. A. Stosic**, «Retrofit 'N' Rotors for Efficient Oil Flooded Screw Compressors,» *International Compressor Conference*, pp. 917-924, 2000.
- [47] **H. K. N. Hattori**, «Dynamic Analysis of Rotor Journal Bearing System for Twin Rotary Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 750-760, 1990.
- [48] **Z. W. D. Z. T. M. J. Zhou**, «Analysis of the Applied Forces in Twin Screw Refrigerant Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 8-17, 1990.
- [49] **A. S. N. Fujiwara**, «Experimental Analysis of Screw Compressor Noise and Vibration,» *Proceeding of The 1986 International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 566-582, 1986.
- [50] **G. S. W. Adams**, «Dynamic Simulation of Rotor Contact Forces in Twin Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 73-78, 1994.
- [51] **C. T. Y. F. J. You**, «A Generalized Computer Program for Calculating the Bearing Loads in Helical Twin-Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 653-658, 1994.
- [52] **G. Q. Z. Adams**, «Compression Load Transmission in Screw Compressors,» *Journal of Sound and Vibration*, 207 5, pp. 671-691, 1997.
- [53] **G. S. W. Adams**, «A Method for Computing the Compression Loads in Twin-Screw Compressor,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 67-72, 1994.
- [54] **G. S. W. Adams**, «Remarks on Oscillating Baring Loads in Twin Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 439-448, 1992.
- [55] **N. K. A. S. I. Stosic**, «Modelling of Screw Compressor Capacity Control,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 607-612, 1998.
- [56] **N. M. V. Alyokhin**, «Compressor Capacity Control,» *International Compressor Engineering*

## Bibliografia

Conference, vol. Vol.I, pp. 494-508, 1996.

- [57] **L. Sjöholm**, «Variable Volume Ratio and Capacity Control in Twin-Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 494-508, 1986.
- [58] **J. Sauls**, «Design of Unloader System for Moderate Capacity Refrigeration Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 583-588, 1998.
- [59] **M. S. D. Firnhaber**, «Modelling and Simulation of Rotary Screw Compressors,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 305-310, 1980.
- [60] **J. P. C. Barblik**, «Analytical Model of an Oil Free Screw Compressor,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 356-364, 1982.
- [61] **J. H. J. Alday**, «A Program for Mathematical Modelling and Analysis of Rotary Screw Compressor Performance,» *Proceedings of the International Compressor Engineering Conference*, pp. 249-258, 1992.
- [62] **B. Sangfors**, «Analytical Modelling of Helical Screw Machine for Analysis and Performance Prediction,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 135-139, 1982.
- [63] **Z. J. Z. W. Zenan**, «The Application of Micro Computer in Optimum Design and Performance Forecast os Screw Compressor,» *Proceedings of the International Compressor Engineering Conference*, pp. 244-249, 1988.
- [64] **P. S. W. R. W. Pandeya**, «A Generalized Approach towards Compressor Performance Analysis,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 135-143, 1978.
- [65] **A. Lundberg**, «Comparison of SRM and Globoid Type Screw Compressors at Part Load,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 359-362, 1978.
- [66] **A. Lundberg**, «Comparison of SRM and Globois Type Screw Compressors at Full Load,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 353-358, 1978.
- [67] **M. O. Y. Fujiwara**, «Performance Analysis of Oil Injected Screw Compressor and its Application,» *International Journal of Refrigeration*, Vol. %1 di %2Vol.18, 4, pp. 220-227, 1995.
- [68] **M. K. K. M. T. M. W. Fujiwara**, «Computer Modelling for Performance Analysis of Rotary Screw Compressor,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 536-543, 1984.

## Bibliografia

- [69] **M. M. H. S. T. Fujiwara**, «Prediction of the Oil Free Screw Compressor Performance using Digital Computers,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 186-189, 1974.
- [70] **P. P. G. Singh**, «A Generalized Performance Computer Program for Oil Flooded Twin-Screw Compressors,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 544-553, 1984.
- [71] **D. X. Z. Y. Y. Xiao**, «The Computer Simulation of Oil Flooded Refrigeration Twin-Screw Compressors,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, vol. Vol.I, pp. 349-361, 1986.
- [72] **B. Sangfors**, «Computer Simulation of Oil Injected Twin-Screw Compressor,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 528-535, 1984.
- [73] **N. X. Z. D. D. S. P. Peng**, «New Rotor Profile and its Performance Prediction of Screw Compressor,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 18-23, 1990.
- [74] **T.-, N. T. M. A. I. N. Kishi**, «The Improvement of Screw Compressor Performance Using a Newly Developed Rotor Profile,» *Advances in Cryogenic Engineering*, vol. Vol.39A, pp. 879-885, 1993.
- [75] **M. Kivotada**, «Analysis of Screw Compressor Performance based on Indicator Diagrams,» *Proceedings of the International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 259-268, 1992.
- [76] **Z. T. Y. S. G. Q. Z. Zhang**, «Experimental Study of the Oil Injection Screw Air Compressor,» *Compressor Conference*, 2002, C19-4.
- [77] **J. Sauls**, «Development of a Comprehensive Thermodynamic Modelling System for Refrigerant Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 151-156, 1996.
- [78] **K. T. Y. F. J. Ignatiev**, «Thermal Interaction in a Refrigeration Twin Screw Compressor during Compression Process,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 629-634, 1994.
- [79] **W. Z. X. P. S. Huagen**, «Theretical and Experimental Study on Indicator Diagram of Twin Screw Refrigeration Compressor,» *International Journal of Refrigeration*, Vol. %1 di %2Vol.27, 4, pp. 331-338, 2004.
- [80] **K. Haugland**, «Pressure Indication of Twin-Screw Compressor,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 450-456, 1990.

## Bibliografia

- [81] **K. S. N. Hanjalic**, «Development and Optimization of Screw Machine With a Simulation Model-Part II, Thermodynamic Performance Simulation and Design Optimization,» *ASME, Transaction, Journal of Fluid Engineering*, 119, pp. 664-670, 1997.
- [82] **N. S. I. K. A. Stosic**, «Numerical Simulation of Fluid Flow and Solid Structure in Screw Compressors,» *ASME, International Mechanical Engineering Congress*, pp. 17-22, 2002.
- [83] **N. S. I. Z. S. Stosic**, «C.F.D: Studies of Flow in Screw and Scroll Compressor,» *Interntional Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 181-186, 1996.
- [84] **P. B. J. Singh**, «Heat Transfer in Oil Flooded Screw Compressors,» *Proceeding of the Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 135-152, 1986.
- [85] **N. K. A. H. K. M. L. Stosic**, «Mathematical Modelling of the Oil Influence upon the Working Cycle od Screw Compressors,» *Proceeding of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 354-361, 1988.
- [86] **N. M. L. H. K. K. A. Stosic**, «Investigation of the Influence of the Oil Injection upon the Screw Compressor Working Process,» *International Journal of Refrigeration*, 15, No. 4, pp. 205-219, 1992.
- [87] **N. M. L. H. K. K. A. Stosic**, «Experimental Investigation of the Influence of Oil Injection upon the Screw Compressor Working Process,» *Proceeding of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 34-43, 1990.
- [88] **X. X. Z. Z. X. C. T. S. P. Peng**, «Experimental Study of Oil Injection and its effect on Performance of Twin Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, pp. 1003-1010, 2000.
- [89] **K. T. L. F. M. K. Hammerl**, «Modification in the Design of the Oil Injection System for Screw Compressors,» *International Compressors Engineering Conference*, pp. 987-994, 2000.
- [90] **B. Sangfors**, «Computer Simulation of Effects from Injection of Different Liquids in Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 595-600, 1998.
- [91] **L. S. G. Sjöholm**, «Twin Screw Compressor Performance and Complex Ester Lubrificant with HCFC-22,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 724-732, 1990.
- [92] **L. S. G. Sjöholm**, «Twin-Screw Compressor Performance and Suitable Lubrificant with HFC-134a,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 733-740, 1990.
- [93] **Y. F. J. Tang**, «Simulation of the Working Process of an Oil Flooded Helical Screw Compressor with Liquid Refrigerant Injection,» *Proceedings of the International Compressor*

## Bibliografia

*Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 213-220, 1992.

- [94] **C. Z. T. H. C. Kangping**, «The Development and Application of Water-Injected Twin Screw Compressor,» *Proceedings of the International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 269-277, 1992.
- [95] **C. B. H. Westphal**, «Design and Development of a Water Flooded Screw Compressor Packaged Air Supply System,» *Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference*, pp. 341-352, 1978.
- [96] **C. H. B. B. J. T. M. Ducruet**, «Test on a Twin-Screw Compressor: Comparison between Two Cooling Modes.,» *Proceeding of the International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 175-180, 1996.
- [97] **D. F. A. Tree**, «Efficiency Study of Oil Cooling of a Screw Compressor,» *Proceedings of the UNSC/IIR, Purdue Refrigeration Conference*, vol. Vol.I, pp. 110-119, 1990.
- [98] **M. B. W. M. D. Depaepe**, «Cooling of Oil-Infected Compressors by Oil Atomization,» *Applied Thermal Engineering*, Vol. %1 di %2Vol.25, Issues 17-18, pp. 2653-3202, December 2005.
- [99] **N. S. I. K. A. Stosic**, «CFD Analysis of Screw Compressor Suction Flow,» *International Compressor Conference*, vol. Vol.I, pp. 909-916, 2000.
- [100] **L. M. A. Sjolholm**, «Measurement of the Discharge Port for a Screw Compressor,» *Fifteenth International Compressor Engineering Conference*, pp. 995-1002, 2000.
- [101] **K. S. W. Koai**, «Gas Pulsation in Twin Screw Compressors, Part-I, Determination of Port Flow and Interpretation of Periodic Volume Source,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 369-377, 1990.
- [102] **K. S. W. Koai**, «Gas Pulsation in Twin Screw Compressors, Part-II, Dynamics of Discharge System and its Interaction with Port flow,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 378-387, 1990.
- [103] **P. Koelet**, *Industrial Refrigeration, Principles, Design and Applications*, McGraw Hill, 1992.
- [104] **Z. Xiong**, «The Dynamic Measurement and Mating Design of a Screw Compressor Rotor Pair,» *Proceedings of the International Compressor Engineering Conference*, pp. 554-558, 1984.
- [105] **J. F. I. Prins**, «Quasi One Dimensional Steady State Models for Gas Leakage, Part-I Comparison and Validation.,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 571-576, 1998.
- [106] **J. F. I. Prins**, «Quasi One Dimensional Steady State Models for Gas Leakage, Part-II:



## Bibliografia

Improvement of the Viscous Modelling,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 577-582, 1998.

- [107] **L. G. J. Hangiqi**, «Research on Discharge Port of Oil Flooded Rotary Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 292-299, 1990.
- [108] **P. B. J. Singh**, «Calculation of Blowhole Area for Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 938-948, 1990.
- [109] **Z. X. D. Xiong**, «Study on Actual Profile Surface and Engaging Clearance of Screw Compressor Rotors,» *Proceedings of the International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 305-311, 1986.
- [110] **J. Vimmer**, «Mathematical Modelling of Compressible Inviscid Fluid Flow Through a Sealing Gap in the Screw Compressor,» *Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, 61, pp. 187-197, 2003.
- [111] **D. F. I. Zaytsev**, «Aspects of Two Phase Flow Screw Compressor Modelling, Part I: Leakage Flow and Rotor Tip Friction.,» *International Compressor Engineering Conference*, pp. 893-900, 2000.
- [112] **J. T. Y. Fleming**, «Analysis of Leakage in a Twin Screw Compressor and its Application to Performance Improvement,» *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*, Vol. %1 di %2Vol.209, E2, pp. 125-136, 1995.
- [113] **B. T. J. S. A. L. H. I. K. Abu-Hijleh**, «CFD Comparison of Clearance Flow in a Rotor-Casing Assembly using Asymmetric Vs Symmetric Lobe Rotors,» *American Society of Mechanical Engineers, Fluids Engineering Division (FED)*, vol. Vol.259, pp. 327-330, 2003.
- [114] **J. C. A. F. I. Prins**, «Leakage Experiments on a Running Twin-Screw Compressor,» *International compressor Engineering Conference*, 2002, C19-3.
- [115] **K. K. W. K. K. C. Lee**, «A Study of the Leakage Performance for the Plain Seal with Injection,» *Proceedings of The International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 229-238, 1992.
- [116] **I. Artobolevsky**, «Mechanism in Modern Engineering Design,» pp. 21-31, 1977.
- [117] **D. S. A. Dooner**, «The Kinematic Geometry of Gearing,» pp. 56-63, 1995.
- [118] **F. Litvin**, «Theory of Gearing,» 1989.
- [119] **H. I. S. Iyoi**, «x-Theory in Gear Geometry,» *Journal of Mechanical Design, Transacion of ASME*, Vol. %1 di %2Vol.105, No.3, pp. 286-290, 1983.



## Bibliografia

- [120] **R. O. M. Y. T. Iyoi**, «Determination of an Improved Gear Surface of Helical Gears for Pumping Action,» *Mechanism and Machine Theory*, vol. Vol.12, pp. 193-194, 1977.
- [121] **S. I. H. Togashi**, «The Syntesis of Tooth Profile Shapes and Helical Gears of High Hydraulic Performance for Rotary Type Pumps,» *Mechanism and Machine Theory*, vol. Vol.8, pp. 105-123, 1973.
- [122] **T. K. A. P. E. Costopoulos**, «Reduction of Delivery Fluctuation and Optimum Tooth Profile os Spur Gear Rotary Pumps,» *Mechanism and Machine Theory*, Vol. %1 di %2Vol.23, No. 2, pp. 141-146, 1988.
- [123] **K. S. K. Mitome**, «A New Continuous Contact Low-Noise Gear Pump,» *Trans. ASM, Journal of Mechanisms, and Transmissions, and Automation in Design*, vol. Vol.105, pp. 736-741, 1983.
- [124] **C. You**, «A theoretical study of rotor forces and torques in helical twin screw compressors,» 1994.
- [125] **G. Reddy Chanukya**, «CFD studies on flow through screw compressor,» *Master of Technology in Mechanical Engineering*, 2007.
- [126] «[www.howdencompressos.co.uk](http://www.howdencompressos.co.uk),» [Online].
- [127] **D. Shaw**, «Screw Compressors, Control of 'Vi' and Capacity, the Conflict,» *Proceedings of the International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 236-243, 1988.
- [128] **A. N. S. Pietsch**, «Thermodynamic Calculation of a Duel Screw Compressor based on Experimentally Measured Values Taking Supercharge into Account,» *International Compressor Engineering Conference*, vol. Vol.I, pp. 44-50, 1990.
- [129] **C. S. S. Tseng**, «Synthesis and Optimization for Rotor Profiles in Twin Toror Screw Compressors,» *Journal of Mechanical Design, ASME*, vol. Vol.122, pp. 543-552, December 2000.
- [130] **D. K. A. M. E. S. N. Buckney**, «Some Aspects of Estimating Geometric Characteristics of Screw Compressors,» *School of Mechanical Engineering, International Compressor Engineering Conference, Paper 2130*, pp. 1-10, 16-19 July 2012.
- [131] **J. F. C. Prins**, «Quasi One-Dimensional Steady-State Models for Gas Leakage Part I: Comparison and Validation,» *International Compressor Engineering Conference, School of Mechanical Engineering*, pp. 571-576, 1998.
- [132] **J. F. C. Prins**, «Quasi One-Dimensional Steady-State Models for Gas Leakage Part II: Improvement of the Viscous Modeling,» *International Compressor Engineering Conference*,

*School of Mechanical Engineering*, pp. 577-582, 1998.

- [133] **D. F. C. Zaytsev**, «Aspects of Two-Phase Flow Screw Compressor Modelling Part I: Leakage Flow and Rotor Tip Friction,» *International Compressor Engineering Conference, School of Mechanical Engineering*, pp. 893-900, 2000.
- [134] **D. F. C. Zaytsev**, «Aspects of Two-Phase Flow Screw Compressor Modelling Part II: Friction Between Rotors,» *International Compressor Engineering Conference, School of Mechanical Engineering*, pp. 901-908, 2000.
- [135] **C. F. C. Zamfirescu**, «A Uniform Property Region Method for Screw Compressor's End-Face Leakage Prediction,» *International Compressor Engineering Conference, School of Mechanical Engineering*, pp. 1-9, 2004, C142.
- [136] **S. Yahya**, *Fundamentals of Compressible Flow*, New Age International Pvt. Ltd, 1996.
- [137] **R. M. A. Fox**, *Introduction to Fluid Mechanics*, 2° Edition, John Wiley & Sons, 1973.
- [138] **K. H. K. Ueno**, «Compressor Efficiency Definitions,» 2003. [Online].
- [139] **N. S. K. G. S. R. S. K. S. Seshiah**, «Mathematical Modeling of the Working Cycle of Oil Injected Rotary Twin Screw Compressor,» *Applied Thermal Engineering*, pp. 145-155, 2007.
- [140] **Y.-R. F. Z.-H. Wu**, «Optimization Design of an Explicitly Defined Rack for the Generation of Rotors for Twin-Screw Compressors,» *Mechanism and Machine Theory*, 44, pp. 66-82, 2009.
- [141] **F. Litvin**, «Teoria zubchanih zaceplenii (Theory of Gearing),» 1956, second ed., 1968.
- [142] **User's Manual**, *LMS AMESim® Tutorial Guide, Versione 12*, LMS.
- [143] **D. F. M. Szarkowicz**, «Modeling and Simulation of Rotary Screw Compressors,» *International Compressor Engineering Conference, School of Mechanical Engineering*, pp. 305-310, 1980.
- [144] **V.-T. T. Yu-Ren Wu**, «Dynamic response prediction of a twin-screw compressor with gas-induced cyclic loads based on multi-body dynamics,» *International Journal of Refrigeration*, pp. 110-128, March 2016.
- [145] **S. I. K. A. Stosic N.**, «Numerical investigation of heat transfer on screw compressor rotors,» pp. 1123-1134, 2005.
- [146] **M. M. H. S. T. Fujiwara**, «Prediction of the Oil Free Screw Compressor Performance Using Digital,» *International Compressor Engineering Conference, School of Mechanical Engineering*, pp. 186-189, 1974.